Soc
7130

HARVARD UNIVERSITY.

LIBRARY

OF THE

MUSEUM OF COMPARATIVE ZOÖLOGY.

167.
Exchange.

June 17, 1879.

3.7.1877.

MÉMOIRES

DE LA

SOCIÉTÉ ROYALE DES SCIENCES

DE LIÉGE.

Nec temere nec timide.

DEUXIÈME SÉRIE.

TOME VI.

DÉPOTS :

BRUXELLES,
chez Merzbach et Falck, suc^rs de C. Muquardt,
Leipzig, même maison.

LONDRES,
chez Willams et Norgate,
Henrietta Str., 14.

PARIS,
chez Roret, libraire,
rue Hautefeuille, 10bis.

BERLIN,
chez Friedländer et Sohn,
Carlstrasse, 11.

BRUXELLES,
F. HAYEZ, IMPRIMEUR DE L'ACADÉMIE ROYALE.

FÉVRIER 1877

COMMISSION
DES ÉCHANGES INTERNATIONAUX (2me SECTION)
Entré le 30 Avril 1878
Inscrit sous le N° 117 Litt C

MÉMOIRES

DE LA

SOCIÉTÉ ROYALE DES SCIENCES

DE LIÉGE.

MÉMOIRES

DE LA

SOCIÉTÉ ROYALE DES SCIENCES

DE LIÉGE.

Nec temere nec timide.

DEUXIÈME SÉRIE.

TOME VI.

DÉPOTS :

BRUXELLES,
chez MERZBACH et FALCK, succrs de C. MUQUARDT,
Leipzig, même maison.

LONDRES,
chez WILLAMS et NORGATE,
Henrietta Str., 14.

PARIS,
chez RORET, libraire,
rue Hautefeuille, 10*bis*.

BERLIN,
chez FRIEDLÄNDER et SOHN,
Carlstrasse, 11.

BRUXELLES,
F. HAYEZ, IMPRIMEUR DE L'ACADÉMIE ROYALE.

FÉVRIER 1877

TABLE DES MATIÈRES.

1. Gloesener. — Études sur l'électro-dynamique et l'électro-magnétisme. — Importance du renversement alternatif du courant dans les électro-aimants.

2. De Koninck (L.-G., d. m.). — Recherches sur les fossiles paléozoïques de la Nouvelle-Galles du Sud (Australie).

3. Catalan (Eug.). — Théorie analytique des lignes de courbure.

4. » » — Théorèmes d'arithmétique.

5. Houtain (L.). — Quelques réflexions sur l'enseignement supérieur.

6. Terssen (E.). — Mémoire sur la résistance des canons frettés, particulièrement de ceux en fonte.

7. Hermite (Ch.) — Note sur une formule de Jacobi.

LISTE

DES

MEMBRES DE LA SOCIÉTÉ

AU 31 DÉCEMBRE 1876.

Bureau.

Président,	M. Le Boulengé.
Vice-président,	» Graindorge.
Secrétaire général,	» Candèze.
Trésorier,	» de Koninck.
Bibliothécaire,	» Dewalque.

Membres effectifs.

1842 de Koninck, L. G., professeur émérite de l'université de Liége.

Chandelon, J. T. P., professeur de chimie à l'université de Liége.

Selys Longchamps (baron E. de), membre de l'Académie royale des sciences, des lettres et des beaux-arts de Belgique.

Trasenster, L., professeur d'exploitation des mines à l'université de Liége.

1844 Schmit, J. P., professeur à l'école des mines annexée à l'université de Liége.

1844 KUPFFERSCHLAEGER, Is., professeur de docimasie et de chimie toxicologique à l'université de Liége.

1845 DELVAUX DE FENFFE, AD., ingénieur honoraire des mines, à Liége.

1847 DE CUYPER, A. C., professeur de mécanique et d'astronomie mathématique à l'université de Liége.

SCHWANN, T., professeur de physiologie à l'université de Liége.

1853 BÈDE, E., industriel, à Verviers.

CANDÈZE, E., membre de l'Académie des sciences, des lettres et des beaux-arts de Belgique, à Glain.

CHAPUIS, F., id., id., à Verviers.

PÂQUE, A., ancien professeur de mathématiques, à Liége.

1855 DEWALQUE, G., professeur de minéralogie, de géologie et de paléontologie à l'université de Liége.

BOURDON, J., docteur en sciences naturelles, à Liége.

1856 CATALAN, C. E., professeur de calcul différentiel, de calcul intégral et d'analyse à l'université de Liége.

1857 HOUTAIN, L., docteur en sciences physiques et mathématiques, à Liége.

1860 GILLON, A., professeur de métallurgie à l'université de Liége.

1861 PÉRARD, L., professeur de physique à l'université de Liége.

MORREN, Éd., professeur de botanique à l'université de Liége.

1865 FOLIE, F., administrateur-inspecteur de l'université de Liége.

CHARLIER, E., docteur en médecine, à Liége.

1868 GRAINDORGE, L. A. J., chargé du cours des théories dynamiques de Jacobi à l'université de Liége.

1869 HABETS, A., ingénieur honoraire des mines, à Liége.

1870 MASIUS, V., professeur de pathologie et de thérapeutique générales à l'université de Liége.

VANLAIR, C., id., id.,

1871 VAN BENEDEN, Éd., professeur de zoologie, de physiologie et d'anatomie comparées à l'université de Liége.

1871 Le Boulengé, P., major d'artillerie, à Liége.
De Vos, A., professeur à l'école moyenne, à Liége.
1874 Malherbe, R., ingénieur des mines, à Liége.
Firket, Ad., id., id.
Falisse, J.-V., professeur de mathématiques à l'athénée de Liége.
1875 Spring, W., professeur de chimie à l'université de Liége.
Swaen, A., professeur d'anatomie à l'université de Liége.
1876 de Koninck, Lucien, chargé du cours de chimie analytique à l'université de Liége.

Membres correspondants.

1835 Du Mortier, B., membre de l'Académie royale des sciences, des lettres et des beaux-arts de Belgique, à Tournai.
1842 Van Beneden, P., professeur à l'université de Louvain.
Laguesse, ingénieur en chef des mines, à Mons.
Neuens, général d'artillerie, à Anvers.
1843 Decaisne, J., professeur au Muséum d'histoire naturelle, à Paris.
Stas, J., membre de l'Académie royale des sciences, des lettres et des beaux-arts de Belgique, à Bruxelles.
Nyst, H., id., id.
Keyserling (comte A. de), membre de l'Académie des sciences de S^{t}-Pétersbourg.
Gervais, P., professeur à la faculté des sciences, à Paris.
Sundevall, professeur à la faculté des sciences, à Stockholm.
Putzeys, secrétaire général au Ministère de la Justice, à Bruxelles.
Reichert, professeur à l'université de Berlin.
Steichen, id. à l'École militaire, à Bruxelles.
Bréguet, mécanicien, à Paris.

1843 Simonoff, directeur de l'Observatoire de Kasan (Russie).
Cheffkine, général, aide de camp de S. M. l'Empereur de Russie, à St-Pétersbourg.
Seyler, docteur en médecine, à Wiltz (grand-duché de Luxembourg).
1844 Lecointe, professeur de mathématiques supérieures, à Anvers.
Malherbe, juge au tribunal de Metz.
1845 Maus, inspecteur général des ponts et chaussées, à Bruxelles.
Navez, major d'artillerie en retraite, à Schaerbeek.
Coquilhat, général d'artillerie, à Anvers.
Hagen, professeur à l'université de Cambridge (États-Unis).
Chasles, M., membre de l'Institut, à Paris.
1847 Bosquet, pharmacien, à Maestricht (Néerlande).
1848 Klipstein (von), professeur à l'université de Giessen.
1849 Michaelis, professeur à l'Athénée de Luxembourg.
1850 Ansted, professeur de géologie, à Londres.
Schlegel, directeur du Muséum d'histoire naturelle, à Leyde (Néerlande).
1852 Le Conte, J. L., docteur en médecine, à Philadelphie (États-Unis).
Davidson, Th., membre de la Société royale de Londres.
Ettingshausen (von), professeur de physique à l'université de Vienne.
Lamont, directeur de l'Observatoire, à Munich.
Dana, J. D., professeur de géologie et d'histoire naturelle, à Philadelphie (États-Unis).
Ettingshausen (chevalier Constantin von), membre de l'Académie des sciences, à Vienne.
1853 Westwood, professeur de zoologie à l'université d'Oxford (Angleterre).
Parry (major F. J. Sidney), à Londres.
Waterhouse, conservateur au Musée Britannique, à Londres.
Perris, conseiller de préfecture, à Mont-de-Marsan (Fr.).
Petrina, professeur de physique, à Prague (Bohême).

1854 Koelliker, professeur à l'université de Wurzbourg (Bavière).
Dutreux, receveur général, à Luxembourg.
Drouet, H., naturaliste, à Charleville (France).
Weber, professeur de physique à l'université de Gœttingen (Prusse).
Stammer, docteur en médecine, à Dusseldorf (Prusse).
Erlenmeyer, docteur en médecine, à Neuwied (Prusse).
Lucas, H., aide-naturaliste au Muséum d'histoire naturelle, à Paris.
Blanchard, E., membre de l'Institut, à Paris.
1855 Geinitz, H. B., professeur à l'École polytechnique, à Dresde.
Becquerel, A. C., membre de l'Institut, à Paris.
Liais, directeur de l'Observatoire impérial de Rio de Janeiro.
Dumoncel, physicien, à Paris.
Tchébycheff, P., membre de l'Académie des sciences, à St-Pétersbourg.
Michot (abbé), botaniste, à Mons.
1857 Jamin, J. C., membre de l'Institut, à Paris.
Ray, J., trésorier de la Société d'agriculture de Troyes (France).
Wright (Dr Th.), membre de la Société royale d'Édimbourg, à Cheltenham (Angleterre).
Schmit, N. C., professeur à la faculté des sciences de l'université de Bruxelles.
1858 Caligny (marquis de), correspondant de l'Institut, à Versailles (France).
Wood, Edw., à Richmond, Yorkshire (Angleterre).
1859 Marseul (abbé de), entomologiste, à Paris.
Beyrich, professeur à l'université de Berlin.
Marcou, J., géologue, à Cambridge (États-Unis).
1860 Du Bois-Reymond, professeur à l'université de Berlin.
Brücke, professeur à l'université de Vienne.
Favre, A., professeur de géologie à l'Académie de Genève (Suisse).

1860 Studer, B., professeur émérite à l'université de Berne (Suisse).

Chevrolat, membre de la Société entomolog. de France, à Paris.

1862 Caspary, professeur de botanique à l'université de Kœnigsberg (Prusse).

Wartmann, É., professeur de physique, à Genève (Suisse).

1863 Baily, professeur à l'université de Dublin.

Gossage, membre de la Société chimique, à Londres.

Gübler, professeur agrégé à la faculté de médecine, à Paris.

Delesse, professeur de géologie à l'École normale, à Paris.

1864 Thomson, J., membre de la Société entomologique de France, à Paris.

Brüner de Watteville, directeur général des télégraphes, à Vienne.

1865 Gherardi (commandeur), directeur de l'Institut technique, à Florence.

Durieu de Maisonneuve, directeur du Jardin Botanique, à Bordeaux (France).

Cialdi (commandeur), directeur des travaux maritimes, à Rome.

Bernard, Claude, professeur au collége de France, à Paris.

Hugueny, professeur, à Strasbourg.

Murray, A., membre de la Société royale d'horticulture, à Londres.

Terssen, colonel d'artillerie, à Anvers.

De Colnet d'Huart, professeur à l'athénée de Luxembourg.

Zeis, conservateur au Muséum royal d'histoire naturelle, à Dresde.

Milne Edwards, membre de l'Institut, à Paris.

Dausse, ingénieur en chef des ponts et chaussées, à Paris.

Le Joly, Archiviste perpétuel de la Société des sciences naturelles de Cherbourg (France).

1865 Varley Cromwell, ingénieur en chef de la Compagnie des télégraphes électriques, à Londres.

Godwin Austen, membre de la Société royale de Londres, Chilworth Manor, Guilford (Angleterre).

Hamilton, membre de la Société géologique de Londres.

De Borre, A., conservateur au Musée royal d'histoire naturelle, à Bruxelles.

1866 Rodriguez, directeur du Musée zoologique de Guatémala.

Ledent, professeur au collége communal de Verviers.

Desains, professeur de physique à la Sorbonne, à Paris,

1867 Gosselet, J., professeur à la faculté des sciences de Lille (France).

Barnard, président de l'École des mines, à New-York (États-Unis).

Radoszkoffski, président de la Société entomologique de S^{t}-Pétersbourg.

Séguin, aîné, membre de l'Institut, à Paris.

Boncompagni (prince Balthasar), à Rome.

Secchi (le R. P. A.), à Rome.

1868 Renard (S. Ex. le chevalier), conseiller d'État, secrétaire de la Société impériale des naturalistes de Moscou.

Clausius, R., professeur de physique à l'université de Bonn (Prusse).

Helmholtz, professeur de physique, à Berlin.

Cailletet, pharmacien et chimiste, à Charleville (France).

1869 Marié Davy, directeur de l'Observatoire météorologique de Montsouris, à Paris.

Schloemilch, professeur d'analyse à l'École polytechnique de Dresde.

Simon, E., naturaliste, à Paris.

Pisco, professeur à l'École industrielle de Vienne.

1870 Daguin, professeur à la faculté des sciences de Toulouse (France).

Trautschold, professeur à l'École d'agriculture à Pétrovskoi, près Moscou (Russie).

1870 Malaise, C., professeur à l'Institut agronomique de Gembloux.

Liouville, J., membre de l'Institut, à Paris.

Bertrand, J. L. F., id., id.

Serret, J. A., id., id.

1871 Van Hooren, conservateur au Musée royal d'histoire naturelle, à Bruxelles.

Hesse, professeur à l'université de Munich.

Imschenetski, professeur à l'université de Karkoff (Russie).

Mueller (baron von), botanique du gouvernement à Melbourne (Australie).

Ploem, docteur en médecine, à Sindanglaia (Java).

Henry, L., professeur à l'université de Louvain.

Durége, professeur à l'École polytechnique de Prague (Bohême).

De Koninck, Lucien, ingénieur-chimiste, à Charleroi.

Maxwell T. Masters, membre de la Société royale, à Londres.

Thomson, James, vice-président de la Société géologique de Glasgow.

Ribeiro, membre de l'Académie des sciences, à Lisbonne.

Capellini (commandeur G.), professeur de géologie à l'université de Florence.

1872 Vallès, inspecteur honoraire des ponts et chaussées, à Paris.

Garibaldi, professeur à l'université de Gênes (Italie).

Fradesso da Silveira, directeur de l'Observatoire, à Lisbonne.

Kanitz, Dr Aug., professeur à l'université de Klausenbourg (Hongrie).

Lucca, professeur de chimie à l'université de Naples (Italie).

1873 Clos, directeur du Jardin des Plantes, à Toulouse.

Martins, directeur du Jardin Botanique de Montpellier.

Bates, H., secrétaire adjoint de la Société géographique de Londres.

1873 Melsens, membre de l'Académie royale des sciences, des lettres et des beaux-arts de Belgique.

Hermite, membre de l'Institut, à Paris.

Darboux, agrégé de l'université, à Paris.

Fournier, Eug., Dr, membre de la Société botanique de France, à Paris.

Hall (James), paléontologiste de l'État, à Albany (États-Unis).

Worthen, A. H., directeur du *Geological Survey* de l'Illinois (États-Unis).

Meek, F. B., paléontologiste de l'État, à Washington.

Whitney, J. D., géologue de l'État, directeur du *Geological Survey* de Californie (États-Unis).

Glaziou, botaniste, directeur du *Passeio publico*, à Rio de Janeiro.

Ladislaô Netto, botaniste, directeur du Musée impérial de Rio de Janeiro.

De Carvalho (Pedro Alphonso), docteur en médecine, directeur de l'Hôpital de la Miséricorde, à Rio de Janeiro.

Burmeister, H., directeur du Musée national de Buenos-Ayres.

Moreno, F. P., paléontologiste, à Buenos-Ayres.

Areschoug, professeur adjoint à l'université de Lund (Suède).

1874 Winkler, D. C. J., conservateur du Musée de Harlem (Néerlande).

Hayden, géologue de l'État, à Washington.

Van Rysselberghe, professeur de mathématiques à l'école de navigation, à Ostende.

1874 Gegenbauer, professeur à l'université de Heidelberg.

Haeckel, id., id., à Iéna.

Waldeyer, id., id., à Strasbourg.

Huxley, professeur à l'école des mines, à Londres.

1875 Mansion, professeur à l'université de Gand.

Michaelis, O., captain, chief of Ordnance, à St-Paul, Minn., Dépt de Dakota (États-Unis).

1875 DEWALQUE, Fr., professeur à l'université de Louvain.
MAX-MARIE, répétiteur à l'école polytechnique, à Paris.
DESPEYROUS, professeur de mathématiques à la faculté de sciences de Toulouse.
HOUEL, id., id., à Bordeaux.
MATHIEU, Em., id., id., à Nancy.
EYMER, professeur à l'université de Tubingue.
DE LA VALETTE S^t^-GEORGE, id., id., à Bonn.
RAY-LANKESTER, id., id., à Oxford.
PACKARD, id., id., à Salem (États-Unis).
FLEMMING, W., id., id., à Prague.
BIENAIMÉ, membre de l'Institut, à Paris.
PLATEAU, F., professeur à l'université de Gand.
ROEMER, F., id., id., à Breslau.
SAPORTA (Gaston comte DE), correspondant de l'Institut de France, à Aix (France).
1876 BALFOUR, J. H., professeur de botanique à l'université d'Édimbourg.
BALFOUR, Th. G. H., membre de la Société royale, à Londres.

LISTE

DES

SOCIÉTÉS SAVANTES, REVUES, ETC.,

AVEC LESQUELLES

LA SOCIÉTÉ DES SCIENCES DE LIÉGE

échange ses publications,

AVEC LE CATALOGUE DES OUVRAGES REÇUS DEPUIS L'IMPRESSION DU TOME V.

BELGIQUE.

Bruxelles. — *Académie royale des sciences, des lettres et des beaux-arts de Belgique.*

Annuaire, quarante-unième année; in-12. Bruxelles, 1875.
— quarante-deuxième année; — 1876.
Bulletin, 2e série, tome XXXVIII, nos 9 à 12; in-8°. Bruxelles, 1874.
— — — XXXIX.
— — — XL.
— — — XLI.
— — — XLII, nos 6, 7 et 8.
Mémoires in-4°, t. XLI. Bruxelles, 1875.
— couronnés, in-4°, t. XXXIX à XLI. Bruxelles, 1875-1876.
— — coll. in-8°, t. XXIV, XXV, XXVI. 1875-1876.

Observatoire royal.

Annales, janvier 1875 à octobre 1876.

Société entomologique de Belgique.

Comptes-rendus de décembre 1874 à novembre 1876.
Annales, t. XVII; in-8°. Bruxelles, 1871-1874.

Société malacologique de Belgique.

Procès-verbaux des séances de juillet 1871 au 4 novembre 1876.
Annales, t. IX; in-8°. Bruxelles, 1874.

Mons. — *Société des sciences, des lettres et des beaux-arts du Hainaut.*

ALLEMAGNE.

—

Berlin. — *Kœniglich preussische Akademie der Wissenschaften.*

Monatsbericht, August-December, 1874; in-8°. Berlin.
— Januar-December, 1875; in-8°. Berlin.
— Januar-Juli, 1876; in-8°. Berlin.
Abhandlungen aus den Jahren 1873-1874; in-4°. Berlin.
— — 1874-1875; — —
Abhandlungen: Inhaltsverzeichniss aus den Jahren 1822-1872; In-8°. Berlin, 1874.

Deutsche Geologische Gesellschaft.

Zeitschrift, XXVII Band, Berlin, 1875.
— XXVIII Band, 1 Heft, Januar bis Mærz. Berlin, 1874.

Entomologischer Verein.

Deutsche entomologische Zeitschrift. Neunzehnter Jahrgang, 1875.
— — — Zwanzigster — 1876.

Zeitschrift für die gesammten Naturwissenschaften.

Neue Folge, Band VIII, IX, X; in-4°. Berlin, 1874.
— Band XI, XII, XIII. (Januar-October, 1875); in-8°. Berlin, 1875.

Bonn. — *Naturhistorischer Verein der Preussisschen Rheinlande und Westphalens.*

Herausgegeben von Dr C.-J. Andrae.

Breslau. — *Schlesische Gesellschaft für vaterlandische Cultur.*

Dreiundfünfzigster Jahres-Bericht der Jahre 1873, 1874, 1875; in-8°.

Colmar. — *Société d'histoire naturelle.*

Erlangen. — *Physikalich-medicinische Societaet.*

Francfort. — *Senckenbergische naturwissenschaftliche Gesellschaft.*

Abhandlungen; Zehnter Band.
— mit XV. Tafeln.
Bericht, 1874-1875; in-8°. Frankfurt.

Fribourg. — *Naturforschende Gesellschaft.*

Giessen. — *Oberhessische Gesellschaft für Natur- und Heilkunde.*

Gottingue. — *Koenigliche Gesellschaft der Wissenschaften- und Georg-August Universität.*

Halle. — *Naturwissenschaftlicher Verein für Sachsen und Thüringen.*

Naturforschende Gesellschaft.

Koenigsberg. — *Koenigliche physikalische-œkonomische Gesellschaft.*

Schriften, Sechszehnter Jahrg. 1875. Koenigsberg.

Landshut. — *Botanischer Verein.*

Fünfter Bericht über die Vereins-Jahre 1874-1875; in-8°.

Metz. — *Académie des lettres, sciences, arts et agriculture.*

Programme des concours ouverts en 1876-1877.
Mémoires, 3e série, 3e année, 1873-1874.

Munich. — *Koeniglich Bayerische Akademie der Wissenschaften.*

Sitzungsberichte der mathematisch-physikalischen Classe, 1875, Heft III.
Abhandlungen, zwolften Bandes zweite Abtheilung; in-4°, 1875.

Königliche Sternwarte.

Offenbach. — *Offenbacher Verein für Naturkunde.*

Stettin. — *Entomologischer Verein.*

Stuttgard. — *Verein für vaterlaendische Naturkunde in Würtemberg.*

Würtembergische naturwissenschaftliche Jahreshefte, zweiunddreissigster Jahrgang; in-8°. Stuttgard, 1875.

Wiesbaden. — *Nassauischer Verein für Naturkunde.*

Wurzbourg. — *Physikalisch-medicinische Gesellschaft in Würzburg.*

Naturwissenschaftliche Zeitschrift.

Zwickau. — *Verein für Naturkunde.*

Jahresbericht für 1875.

AUTRICHE-HONGRIE.

—

Goerlitz. — *Neues Lausitzisches Magazin.*

Hermannstadt. — *Siebenbürgischer Verein für Naturwissenschaften.*

Verhandlungen und Mittheilungen, XXV und XXVI Jahrgang; in-8°.

Prague. — *Koeniglich boehmische Gesellschaft der Wissenschaften.*

Kaiserlich-Koenigliche Sternwarte.

Vienne. — *Kaiserliche Akademie der Wissenschaften.*

Mathematisch-Naturwissenschaftliche Classe, Sitzungsberichte,
LXIX Band, 1874.
LXX Band, 1875.
LXXI Band, I, II, III, IV, V^e^ Heft.

Kaiserlich-Koenigliche zoologische-botanisch Gesellschaft.

Verhandlungen, XXIV Band; in-4°, 1874.
— XXV Band; in-4°, 1875.

Kaiserliche-Koeniglich geologische Reichsanstalt.

Abhandlungen, Band VI, Heft, n° 2; in-4°.
— Band VII, Heft, n° 3; in-4°.
Jahrbuch, XXV Band, 1875.
— XXVI Band, Januar, Februar, März, April, Mai, Juni, 1876.

ESPAGNE.

—

Madrid. — *Real Academia de Ciencias.*

FRANCE.

—

Bordeaux. — *Académie des sciences, belles-lettres et arts.*

Actes, 35e année, 1875.

Société linnéenne.

Société des sciences physiques et naturelles.

Extrait des procès-verbaux des séances, in-8°. Bordeaux.

— — — —

Caen. — *Société linnéenne de Normandie.*

Bulletin, 2e série, 6e, 7e, 8e et 9e volumes.

Cherbourg. — *Société des sciences naturelles.*

Mémoires, t. XVIII. 2e série, t. VIII; in-8°.

Dijon. — *Académie des sciences.*

Lille. — *Société des sciences, de l'agriculture et des arts.*

Lyon. — *Académie des sciences.*

Mémoires, t. XVI.

Société d'agriculture.

Annales, 4e série, t. V; in-8°. Paris et Lyon, 1872.
— t. VI; — — 1873.
— t. VII; — — 1874.

Société linnéenne.

Annales, t. XX, année 1874. Paris et Lyon.
— t. XXI, — 1874. —
— t. XXII, — 1875. —

Montpellier. — *Académie des sciences et lettres.*

Mémoires de la section de médecine, t. IV, VI^e^ fasc. Années 1870-1871.
— — — t. VII, II^e^ fasc. Année 1872.

Nancy. — *Société des sciences (ancienne Société des sciences naturelles de Strasbourg).*

Bulletin, 2^e^ série, t. I^er^, 6^e^ année, 1875.

Paris. — *Société Géologique de France.*

Bulletin, 3^e^ série, t. III; in-8°. Paris, 1874-1875.
— — t. IV; — 1875-1876.

Société Philomathique.

Muséum d'histoire naturelle.

Rouen. — *Société des amis des sciences naturelles.*

Bulletin, 2^e^ série, 12^e^ année, 1876, 1^er^ semestre. In-8°.

Toulouse. — *Académie des sciences.*

Société des sciences physiques et naturelles.

Bulletin, t. II, année 1874.

Troyes. — *Société académique de l'Aube.*

Mémoires, tome XI, 3^e^ série. Année 1874; in-8°.
— — XII, — — 1875; —

Agen. — *Société d'agriculture, sciences et arts.*

Recueil des travaux, 2^e^ série, t. IV.

GRANDE-BRETAGNE ET IRLANDE.

—

Dublin. — *Royal Irish Academy.*

Transactions, volume XXIV. Antiquities. Part IX; in-4°. Dublin.
— — XXV. Sciences. Parts VII à XIX; in-4°. —
Proceedings, session 1866-1867.
— — 1867-1868.
— — 1868-1869.
— — 1869-1870.
— — 1870-1871.
— — 1871-1872.
— — 1872-1873.
— — 1873-1874.
— — 1874-1875. In-4°. Dublin.

Natural history Society.

Edimbourg. — *Geological Society.*

Londres. — *Geological Society.*

Linnean Society.

Additions to the library, received from June 20, 1873, to June 19, 1874.
Proceedings (session 1873-1874).
The Journal, volume XII. Zoology; nos 58 et 59.
— — XIV. Botany; nos 77, 78, 79 et 80.
The Transactions, vol. XXIX. Part. III.
— — XXX. Parts II et III.
— — I. Zoology.
— — I. Botany.

Mac Millan Office.

Royal Society.

Glasgow. — *Geological Society.*

Natural history Society.

Proceedings, volume I. Parts I et II.
— — II. —

Philosophical Society.

Proceedings, vol. X, nº 1, 1875-1876.

Manchester. — *Litterary and philosophical Society.*

ITALIE.

—

Bologne. — *Academia delle Scienze.*

Rendiconto delle sessioni, année 1874-1875.
Memorie, 3e série, tomo V, fascicolo I, II, III, IV.

Catane. — *Academia gioenia di scienze naturali.*

Atti, tomo VI, serie terza.
— — XI, —

Florence. — *R. Comitato geologico d'Italia.*

Gênes. — *Observatorio della R. Universita.*

Modène. — *Societa dei naturalisti.*

Annuario, serie II, anno IX.
Catalogo della biblioteca, puntata-prima 1875.

Naples. — *Societa Reale.*

Palerme. — *Instituto tecnico.*

Rome. — *Bolletino di bibliografia delle scienze matematiche.*

Reale Academia dei Nuovi Lincei.

LUXEMBOURG.

Luxembourg. — *Institut royal grand-ducal, section des sciences naturelles et mathématiques.*

NÉERLANDE.

Amsterdam. — *Koninklijke Academie van wetenschappen.*

Afdeeling-natuurkunde. Verslagen en mededeelingen; tweede reeks, zevende deel; in-8°. 1874.
— letterkunde. Tweede reeks, derde deel; in-8°. Amsterdam, 1875.
— — Jaarboek gevestigd te Amsterdam voor 1873; in-4°. Amsterdam, 1875.
— — Jaarboek gevestigd te Amsterdam voor 1874; in-4°. Amsterdam, 1874.

Harlem. — *Société hollandaise des Sciences.*

Archives néerlandaises, t. IX.
— — t. X, 1re, 4e et 5e livr.; in-8°. La Haye, 1874.
— — t. XI, 3e livraison.

Rotterdam. — *Société expérimentale.*

RUSSIE.

Helsingfors. — *Société des sciences de Finlande.*

Moscou. — *Société impériale des naturalistes.*

Bulletin, année 1875, nos 3 et 3.
— — 1876, nos 1.

St-Pétersbourg. — *Académie impériale des sciences.*

Bulletin, t. XX, XXI et XXII.

Tableau général des matières contenues dans les publications de l'Académie impériale des sciences depuis sa fondation. 1re partie. Publications en langues étrangères.

Société d'archéologie et de numismatique.

Société entomologique.

Société impériale de minéralogie.

SUÈDE ET NORWÉGE.

Christiania. — *Kongelige Frederiks Universitet.*

Stockholm. — *Académie royale des sciences.*

Observations météorologiques suédoises; vol. 15, 2e série, vol. I, 1875.

Nordist medicinskt Arkiv, directeur : Dr Axel Key.

Attonde Bandet. Första Häftet. Stockholm, 1876; in-8°.
— Andra Häftet. — —

Bitrang till Kongl. Svenska Vetenskaps-Akademiens Handlingar. Tredje Bandet; Häfte 1.

Ofversigt af Kongl. Vetenskaps-Akademiens Förhandlingar. Tretion deandra Argangen; t. XXXII. 1875; in-8°.

Kongliga Svenska Vetenskaps-Akademiens Handlingar. Ny Följd Elfte Bandet. 1872; in-4°.

SUISSE.

Berne. — *Naturforschende Gesellschaft.*

Mittheilung aus dem Jahre 1874; nos 828-876. In-8°.
— — 1875; nos 877-905. In-8°.

Société helvétique des sciences naturelles.

Neuchâtel. — *Société des sciences naturelles.*

Schafhouse. — *Naturforschende Gesellschaft.*

AMÉRIQUE.

—

ÉTATS-UNIS.

American Association for advancement of sciences.

Proceedings of the twenty- Third meeting, held at Hartford, Conn. August. 1874.

Boston. — *American Academy of arts and sciences.*

Proceedings. New series; vol. II. Whol series; vol. X.

Society of natural History.

Cambridge. — *Museum of comparative zoology.*

Together with the report of the Committee on the museum; for 1874 et 1875.

Columbus. — *Ohio State agricultural Society.*

Madison. — *Wisconsin Academy of sciences, letters and arts.*

New-Haven. — *Connecticut Academy of arts and sciences.*

Transactions. Vol. III; part. I.

Newport. — *Orleans County Society of natural Sciences.*

Transactions.

New-York. — *Lycœum of natural History.*

Philadelphie. — *Academy of natural Sciences.*

American philosophical Society.

Transactions. Vol. XV. New series; part II.
Proceedings. Vol. XIV. January to June, 1875, n° 94.

Wagner Free Institute of Sciences.

Portland. — *Natural History Society.*

Salem. — *The American Naturalist.*

Essex Institute.

Peabody Academy of sciences.

San-Francisco. — *Californian Academy of sciences.*

Washington. — *Smithsonian Institution.*

Report of the United- States geological Survey of the territories, by F.-V. Hayden. Washington, vol. II; in-8°.
Bulletin of the United- States geological and geographical Survey of the territories. Vol. II, n^{os} 1 à 4.
Catalogue of the publications of the United- States geological Survey of the territories, by F.-V. Hayden.

GUATEMALA.

Guatemala. — *Sociedad economica.*

ÉTUDES

SUR

L'ÉLECTRO-DYNAMIQUE

ET L'ÉLECTRO-MAGNÉTISME;

PAR

M. GLOESENER,

PROFESSEUR A L'UNIVERSITÉ DE LIÉGE.

ÉTUDES

SUR

L'ÉLECTRO-DYNAMIQUE

ET L'ÉLECTRO-MAGNÉTISME.

PRÉFACE.

Cet ouvrage résume certaines recherches que j'ai faites sur l'électricité dynamique et l'électro-magnétisme. J'aurais pu donner de longs développements à ces études qui datent de loin, et entrer dans des détails infinis sur mes expériences, car la voie de l'électro-magnétisme, qui nous révèle encore tant de secrets, était, on le sait, à peine explorée à mes débuts. Mais j'ai voulu seulement mettre en regard les recherches préliminaires expérimentales, la théorie qu'elles m'ont amené à découvrir et les avantages si importants du Principe que j'ai été assez heureux pour trouver.

En concentrant l'attention sur le point capital, le Principe lui-même, j'ai dû laisser à l'écart le détail des applications variées dont il est susceptible. Toutefois l'importance des résultats acquis et confirmés par une extension qui s'accroît chaque jour, permet de préjuger l'avenir qui lui est réservé, quand on réfléchit que les horizons déjà si vastes de l'électricité viennent à peine de nous être entr'ouverts.

Cette publication, en satisfaisant à un besoin qui m'a été signalé par d'illustres et honorables amitiés, appréciant les services que cette découverte est appelée à rendre, sera donc utile, je l'espère, aux savants, malheureusement en nombre encore très-restreint, malgré les beaux travaux d'éminents physiciens qui cherchent à pénétrer les mystères de cette branche si féconde et si merveilleuse de l'électricité, ainsi qu'à tous ceux qui manquent d'une base sûre et solide pour les applications de la théorie que j'ai préconisée dans mes ouvrages antérieurs. Trop souvent, en effet, et cela au détriment de la science, des hommes, d'ailleurs fort intelligents, mais manquant d'études préliminaires suffisantes, laissent passer inaperçues des particularités remarquables, ou du moins ne sont pas en mesure de tirer parti de leurs observations.

L'importance toujours croissante du sujet m'imposait donc, en quelque sorte, le développement des idées scientifiques qui s'y rapportent, émises d'abord dans les *Mémoires de la Société royale des Sciences de Liége*, dans les mémoires que j'ai adressés à l'Institut de France, puis publiés dans mes *Recherches sur la télégraphie électrique* et dans mon *Traité général des applications de l'électricité*.

Enfin, pour fortifier les convictions du lecteur, je me suis permis de citer en faveur de ma théorie le témoignage d'autorités compétentes célèbres et incontestées. Puisse ce travail atteindre son but et faire quelque bien.

SECTION I.

Étude expérimentale des actions réciproques des conducteurs électro-dynamiques et des questions dont les solutions ont conduit M. Gloesener à découvrir un principe général à suivre dans les applications de l'électricité dynamique.

---

§ I

Expériences variées faites avec un appareil inventé par M. Gloesener à cet effet et nommé par lui *Pan-électro-magneticum*, sur les actions réciproques des conducteurs électriques, les uns fixes et les autres mobiles, ainsi que sur l'action réciproque des conducteurs et d'aimants artificiels.

Dès ma jeunesse, enthousiasmé par les admirables découvertes en électricité du commencement de ce siècle, j'avais fait de cette branche de la physique l'objet de mes études de prédilection. J'avais écrit à ce sujet plusieurs mémoires qui m'avaient valu l'approbation et les témoignages les plus précieux de la bienveillance de savants illustres tels qu'Ampère et Oersted, ainsi que celles de plusieurs corps savants.

J'avais donc déjà fait nombre de recherches sérieuses et intéressantes lorsque, vers 1837, préoccupé de l'électro-magnétisme comme force motrice, j'ai été assez heureux pour découvrir et appliquer immédiatement le principe si simple et si fécond du renversement alternatif du courant électrique dans les électro-aimants.

On verra plus tard que la découverte de ce principe est la base de mon système d'armature aimantée supprimant le ressort antagoniste indispensable dans tous les électro-aimants, système dont la portée est telle que malgré les résultats nombreux et considérables acquis jusqu'à ce jour, on ne peut en limiter l'étendue (1). Voyons d'abord par quels moyens et comment mes recherches m'ont conduit à le découvrir.

Dans le but de démontrer d'une manière moins compliquée et plus complète que ne le permettaient la table d'Ampère ou les différents appareils dont on se servait, tous les phénomènes électro-magnétiques et électro-dynamiques, je construisis d'abord un appareil simple et d'un petit volume auquel je donnai le nom de *Pan-electro-magneticum*, ou *appareil général électro-magnétique* (2).

Il réunissait des avantages précieux qu'il n'a pas perdus : 1° il est plus simple, puisqu'il réunit plusieurs appareils en un seul; 2° il est plus économique; 3° il sert aussi pour toutes les expériences de rotation et rend possibles, dans tous les sens, sans parties accessoires, les mouvements des conducteurs mobiles qui s'arrêteront dans des positions fixes, avantage réel, qu'aucun appareil de ce genre ne possède encore aujourd'hui; 4° l'appareil permet de suspendre toutes les figures qui devront se mouvoir et est, par conséquent, comme plusieurs expériences me l'ont démontré, plus sensible que si les conducteurs mobiles devaient se mouvoir sur des pivots. La différence, qui est assez grande, peut être reconnue, si le même conducteur, traversé par le

(1) « Système auquel, comme nous le dirons en parlant de ses télé-
» graphes (de M. Gloesener), est peut-être réservé un avenir immense dans
» les applications de l'électricité, et dont profitent déjà quelques construc-
» teurs, mais sans avouer qu'ils en doivent l'idée au professeur de Liége. »
(Extrait de l'*Électricité*, par M. M.-F. de Castro, t. Ier, Paris, 1859. Ouvrage publié par ordre du gouvernement espagnol.)

(2) Voir les *Mémoires de la Société royale des sciences* de Liége, fondée en 1835, t. Ier, pp. 195 et suivantes, pl. V, fig. 1 à 18. Liége, F. Oudart, 1843. (Ce volume était resté plusieurs années entre les mains du secrétaire général, puis de l'imprimeur.)

même courant, est disposé de manière à pouvoir être fixé sur son axe au moyen de la colonne triangulaire en bois F.

L'utilité que cet instrument peut encore offrir m'engage à en reproduire ici la description :

Supposons que DD soit un disque en acajou ou autre bois sec de 2 à 3 centimètres d'épaisseur et de 24 à 25 centimètres de diamètre, percé à son centre d'un trou circulaire, auquel on ajuste une tige de 3 millimètres de diamètre, recourbée à angle droit en dessous du disque et munie d'une vis de pression, tandis qu'à l'autre extrémité on visse à volonté une petite coupe ou capsule en cuivre C ou bien une grosse tige en cuivre, d'un centimètre de longueur, terminée par une petite coupe.

La capsule C, qui peut être enlevée et remplacée par la colonne OO, est entourée d'un tube de verre très-court *t* auquel est mastiqué un godet en cuivre C′ qui communique par un fil à travers le disque DD avec la vis de pression *c′*, de telle sorte qu'un petit fil de cuivre plongeant par ses deux bouts dans du mercure en C et C′, un courant électrique qui entrerait par C reviendrait par C′ et vice versâ.

A la circonférence du disque est creusée une rigole circulaire RRR, qui peut recevoir du mercure et communiquer avec une pile galvanique à l'aide d'un fil *r* en cuivre, muni d'une vis de pression *r′*.

Le disque est porté sur trois vis à caler VVV et porte à son tour deux bandes de cuivre S et S′, dans lesquelles on insère deux colonnes cylindriques en bois E et E, maintenues par une barre prismatique K. Celle-ci est percée dans son milieu et traversée par un tuyau en cuivre PPP, à l'extrémité supérieure duquel on ajuste une pièce en cuivre avec deux montants *b* et *b* sur lesquels repose un fil en cuivre aplati en *e*. Autour de celui-ci s'enroule un fil de soie ou un assemblage de fils de soie non tordue traversant le tuyau et ayant un crochet en cuivre à son extrémité *a*. Au bas du tuyau sont adaptées deux coupes en cuivre, l'une C″ soudée à sa surface extérieure, et l'autre C‴ mastiquée à un tube en verre YY, glissant sur le tuyau PP afin de pouvoir écarter à volonté les deux coupes C‴ et C″ l'une de

l'autre. La coupe C‴ communique, à l'aide d'un fil q''' longeant le tube et portant à son extrémité un petit godet rempli de mercure, avec l'un des pôles d'une pile voltaïque, tandis que le tuyau même recevra l'électricité de l'autre pôle par le fil q'' et la conduira dans la coupe C″ également remplie de mercure.

A la colonne E se trouve un cylindre mobile A′ avec vis de pression auquel est ajusté un gros fil de cuivre $a'a''$; celui-ci porte un pivot b à sa surface supérieure, un fil recourbé et terminé en pointe b' à sa surface inférieure et un axe horizontal $p'p''$ de manière qu'on peut placer successivement une aiguille aimantée sur les pivots b et b' et une aiguille se mouvant dans un plan vertical sur les deux extrémités de l'axe $p'p''$.

Une bande en cuivre S′, fixée en dessous du disque DD, porte un montant g en bois, dans lequel on insère une colonne prismatique en bois F, de manière à ce que, maintenue en haut par la traverse K′, elle puisse tourner autour de son axe XX.

Une pièce en cuivre G mobile sur la colonne F peut être fixée à toute hauteur à l'aide de la vis de pression v : on y visse une tige en cuivre H traversée en h par une vis $t'v'$. Celle-ci présente à son extrémité inférieure une petite concavité dans laquelle on fixe une chape d'agate ou d'acier dur : elle est entourée d'un tube en verre t' auquel on mastique le godet en cuivre G′, où plonge le conducteur c_1c_1 fixé à la tige H, et longeant le tube de manière à ce qu'il ne puisse empêcher la rotation du petit arc en cuivre c'', qui communique avec une des extrémités d'un conducteur mobile, l'autre étant en communication avec la capsule C′.

Voici les indications de quelques-unes des expériences que j'ai faites avec cet appareil, dont l'usage peut être bien étendu :

1° Action d'un conducteur fixe sur un aimant mobile.

2° Action d'un conducteur fixe sur un aimant mobile démontrée d'une autre manière.

3° Action de la terre sur un courant circulaire ou rectangulaire vertical.

4° Rotation d'un conducteur mobile par un aimant fixe.

5° Rotation d'un aimant autour d'un conducteur fixe et vice versâ.

Rotation d'un aimant autour de lui-même ou de son axe et d'un aimant et d'un conducteur bien liés ensemble autour de l'axe du premier.

6° Rotation d'un conducteur horizontal par un aimant fixé, par la seule influence de la terre ou par un autre conducteur horizontal et circulaire.

7° Action de la terre sur un conducteur vertical mobile.

8° Action réciproque des courants électriques.

9° Mouvement de rotation d'un conducteur vertical par l'action d'un conducteur horizontal.

10° Anneaux de Nobili.

Parmi ces expériences, on remarquera qu'il en est qu'on ne peut faire avec la table d'Ampère et d'autres qu'elle ne permet pas de faire d'une manière complète.

§ II

Exposition de divers appareils électro-moteurs imaginés et construits par M. Gloesener pour résoudre les questions : 1° Comment doit-on employer le courant électrique dans les électro-aimants des électro-moteurs de diverses natures pour tirer de la force électrique tout le parti possible? 2° Pourquoi les électro-aimants animés par un courant sont-ils relativement très-puissants lorsqu'ils sont en contact avec leurs armatures et sont-ils d'une puissance sensiblement moindre s'ils agissent à distance?

Ce sont les expériences décrites dans le paragraphe précédent qui m'amenèrent tout naturellement à la construction de trois petits appareils, où par le moyen de commutateur, à mercure ou à lames de cuivre, *je changeai la direction du courant en le renversant deux fois pendant un tour entier de l'électro-aimant.*

J'appelai le premier : *moulinet horizontal;* le deuxième : *moulinet et boussole électro-dynamiques;* et le troisième : *moulinet et boussole électro-magnétiques verticaux.*

Dans le *moulinet horizontal* (1), les deux bouts du fil de

(1) Voir les *Mémoires de la Société royale des sciences de Liége,* t. I^er^, pl. V, fig. 19.

l'électro-aimant étaient recourbés et touchaient au mercure contenu dans un godet circulaire G, fixé par trois vis au centre d'un trépied et divisé en deux compartiments égaux par de petites lames de bois sec un peu concaves à leur milieu. Deux fils a, b, a', b', avec vis de pression fixées au godet recevaient les électricités de la pile et la conduisaient dans les deux compartiments du godet : tel était le *commutateur* (1). Cet appareil était assez sensible pour prendre un mouvement de rotation par la seule influence du magnétisme terrestre et reste excellent comme instrument de démonstration pour des cours publics ou d'enseignement supérieur. On continue à s'en servir chaque année depuis 1840 dans le cours de physique expérimentale de l'Université de Liége.

Pour éviter l'emploi du mercure, dans le *commutateur*, je colle autour de l'axe de rotation une couche mince de gutta-percha et j'ajuste sur cette couche un anneau en cuivre rouge que je partage en deux, A et B faisant communiquer avec chacun de ces demi-anneaux un des deux bouts du fil d'un électro-aimant. Deux lames-ressorts élastiques en cuivre, l'une en rapport métallique avec le pôle positif et l'autre avec le pôle négatif d'une pile, frottent chacune tour à tour sur ces demi-anneaux, pendant que l'électro-aimant tourne.

Dans le *moulinet et boussole électro-dynamiques* (2), j'avais remplacé l'électro-aimant par un solénoïde.

Enfin, le *commutateur du moulinet et boussole électro-magnétiques verticaux* (3) *portait*, fixé sur un axe G, un cylindre creux en ivoire, et sur celui-ci, à l'aide de petites vis, quatre demi-cercles coupés en biseau, et isolés les uns des autres, de telle sorte que le premier et le troisième sont au-dessus, si les deux autres sont au-dessous, et que le premier et le second plongent alternativement dans du mercure d'un compartiment, le troisième et le quatrième plongeant de même alternativement

(1) Ou *changeur*, le premier qui ait été construit.

(2) Voir les *Mémoires de la Société royale des sciences de Liége*, t. I^er^, pl. V, fig. 20.

(3) *Idem*, pl. V, fig. 21.

dans du mercure de l'autre compartiment d'un godet en bois fixé, à l'aide d'une vis, à la colonne C'.

Le mercure doit être à la même hauteur dans les deux parties du godet, et les formes et la position des ailes doivent être telles, que les unes sortant du mercure, les autres y entrent immédiatement et à la fois. Sur l'axe G on fixe les deux électro-aimants en croix enveloppés de fil isolé, tourné dans le même sens sur les deux lames et l'on fait communiquer un bout de ce fil aux ailes 1 et 4 et l'autre bout aux ailes 2 et 3.

Désormais, *le principe de renverser alternativement le courant dans les électro-aimants était trouvé* et je résolus *d'appliquer immédiatement la force double qui en résultait dans le but de construire un électro-moteur*, c'est-à-dire de condenser et de diriger la force électrique de manière à lui faire produire des effets mécaniques utiles. Je commençai par étudier l'action réciproque d'un électro-aimant et d'un aimant artificiel. Voici comment je m'y pris :

Sur l'un des bras d'un levier droit horizontal, je fixai un électro-aimant recourbé, au-dessous duquel je plaçai un fort aimant artificiel à deux branches dont les pôles correspondaient à ceux de l'électro-aimant. Sur l'autre bras du levier, je suspendis un contre-poids au moyen d'un anneau que je pouvais à volonté éloigner ou rapprocher du point fixe. L'aimant était porté par un petit cric qui permettait de le soulever ou de l'abaisser, tandis que des vis d'arrêt, fixées de part et d'autre à égale distance de la position horizontale du levier, pouvaient l'arrêter s'il parvenait à osciller.

Or, lorsque je fis passer un courant assez intense par l'électro-aimant, je pus facilement mesurer la distance à laquelle l'attraction réciproque de l'aimant artificiel et de l'électro-aimant inclinait ce dernier; mais quand je voulus le faire remonter par la seule répulsion des mêmes organes, en changeant la direction du courant, je ne réussis pas. Ne renonçant cependant pas à produire le mouvement oscillatoire, je disposai les organes de manière à ce que la répulsion des deux pôles n'agit pas seule, mais qu'elle fût aidée par l'attraction simultanée des deux pôles contraires.

Sur les deux bras d'un autre levier horizontal de peu de poids, je fixai deux légères palettes d'acier recourbées, bien aimantées, l'une à gauche et l'autre à droite du poids fixe; je plaçai ensuite au-dessous de chacune d'elles, un électro-aimant, dont les fils communiquaient ensemble de telle manière que le circuit étant établi, l'électro-aimant *a* attirait l'aimant voisin *b*, tandis que l'électro-aimant *c* repoussait en même temps l'aimant *d* placé près de lui et réciproquement. Lorsque le levier fut arrivé en contact avec les vis d'arrêt, je renversai la direction du courant. Je vis alors se produire le mouvement contraire, c'est-à-dire que l'aimant *b* était repoussé et l'aimant *a* attiré et le mouvement oscillatoire s'exécuta alors d'une maniere fort régulière avec une grande vitesse, aussitôt que je renversais rapidement le courant.

Cet appareil, qui eût parfaitement convenu pour télégraphier, soit avec des aiguilles, soit avec des cadrans alphabétiques, soit avec des molettes ou plumes, ne pouvait, dans ses dimensions trop restreintes, comme électro-moteur énergique, produire d'effet utile notable.

Pour obtenir un électro-moteur plus puissant, je contruisis trois autres modèles, dont deux d'après mon renversement alternatif du courant avec armature aimantée, dont le principe venait de m'être découvert par le succès de cette dernière expérience, et un avec interruption du courant, afin de pouvoir en comparer les effets.

1° *Le premier modèle*, qui était celui à interruption du courant, consistait en deux électro-aimants rectilignes fixés à angle droit l'un sur l'autre et sur un axe horizontal commun; en un interrupteur ajusté sur l'axe et transmettant tour à tour dans l'un et dans l'autre électro-aimant, le courant d'une pile de Grove de six éléments, et en deux aimants artificiels superposés avec leurs pôles de même nom en contact et composés chacun de cinq lames. L'axe était muni d'une dent qui soulevait un levier armé d'un martinet. Ce martinet, chargé de poids, frappait 60 coups par minute sur une enclume, et l'effet produit était d'un kilogramme élevé à la hauteur de quatre centimètres par seconde ou de 40 grammes élevés à la hauteur d'un mètre.

Cette disposition donnait un résultat moindre que celui de l'appareil précédent d'après le système du renversement alternatif du courant.

La comparaison de la marche des deux systèmes me démontra à l'évidence combien le magnétisme rémanent est nuisible dans les électro-moteurs, surtout lorsque le courant est intense. J'étais même obligé de laisser une distance de quelques millimètres entre les aimants artificiels et les électro-aimants pour que le mouvement ne s'arrêtât pas.

Ces expériences, tant de fois répétées, me prouvèrent d'une manière incontestable que le système du renversement alternatif du courant était de beaucoup préférable au système de l'interruption du courant. J'y reconnus que le courant renversé, tout en détruisant le magnétisme rémanent, c'est-à-dire une résistance, développait dans l'électro-aimant une force nouvelle qui imprimait à l'organe mobile un mouvement d'une puissance et d'une utilité égales à celles produites par le mouvement direct.

2° *Le deuxième modèle,* qui était à rotation, je le construisis, en conséquence, d'après le principe du renversement alternatif du courant. Il se composait d'un électro-aimant droit, mobile sur un axe vertical, de deux aimants artificiels recourbés et d'un *commutateur* à mercure renversant le courant quatre fois pendant un tour entier de l'électro-aimant. Le godet contenant le mercure était recouvert de deux morceaux de verre, laissant entre eux, près de l'axe de rotation, un espace vide suffisant pour que les deux bouts du fil conducteur puissent plonger dans le mercure. L'effet produit par cet appareil était d'un kilogramme élevé à la hauteur de 40 centimètres par seconde ou de 400 grammes élevés à la hauteur d'un mètre par seconde.

3° Enfin, *le troisième modèle d'électro-moteur,* également à rotation construit d'après ce même principe du renversement du courant et d'armature aimantée, comprenait six électro-aimants fixes qui formaient des aimants artificiels ou permanents, le courant n'étant pas interrompu, et six électro-aimants mobiles dans lesquels il était alternativement renversé six fois par rotation entière du *commutateur* mobile; trois fois il allait dans un sens

et trois fois dans le sens opposé. Les six électro-aimants fixes étaient solidement adaptés à égale distance, à l'intérieur des jantes d'une forte roue en bois, et les six électro-aimants correspondant aux six fixes étaient ajustés symétriquement sur un cylindre en bois adapté à l'axe de rotation sur lequel le commutateur était monté.

L'effet de ce troisième modèle fut d'un kilogramme élevé à la hauteur de 70 centimètres par seconde ou de 700 grammes élevés à la hauteur d'un mètre par seconde.

Son *commutateur*, que j'appelais *changeur* (1), m'a si parfaitement servi dans un grand nombre d'expériences, que je crois devoir en donner la description, ainsi que celle d'un autre commutateur plongeant dans du mercure.

Il se compose : 1) d'un disque en cuivre de deux millimètres d'épaisseur, replié d'un centimètre environ à sa circonférence et fixé, à l'aide de petites vis de pressions en cuivre, contre un disque en bois très-sec ou mieux contre un disque en ivoire ou en verre. 2) De deux lames ou ressorts en cuivre, qui, fixées sur un pied en bois, communiquent par une de leurs extrémités, avec les deux pôles d'une pile voltaïque, en s'appuyant par l'autre extrémité recourbée sur la circonférence du disque en mouvement. Les disques en cuivre et en ivoire sont percés à leur centre commun et fixés sur un cylindre creux en ivoire, qui est à son tour porté par l'arc horizontal en acier, destiné à être mis en mouvement.

On divise le disque en cuivre et sa circonférence en un nombre de parties égales au nombre de fois qu'on veut changer la direction du courant électrique pour chaque révolution entière de l'axe : par exemple, en deux parties égales, si l'on veut changer la direction du courant deux fois par rotation entière, c'est-à-dire si l'on veut employer un seul aimant fixe et un seul électro-aimant; et en trois secteurs égaux si l'on veut employer trois aimants fixes et trois électro-aimants mobiles ou réciproquement.

(1) Voir les *Mémoires de la Société royale des sciences* de Liége, tome II, 1re partie, p. 489. Liége, Dessain, avril 1845.

Le diamètre du changeur ou commutateur doit être proportionné au nombre des secteurs : pour six je lui ai donné la longueur de 8 centimètres en remplaçant, par de petites lames, les espaces vides, de trois millimètres d'épaisseur, qui séparent les secteurs les uns des autres. La circonférence doit être parfaitement unie et polie, de manière que l'axe étant en mouvement, les ressorts fixes en cuivre s'appliquent exactement et partout également sur le changeur.

Ceci admis, désignons les secteurs par les numéros 1, 2, 3, 4, 5, 6; appliquons deux petits anneaux en cuivre, de diamètres différents, à la surface extérieure du disque en ivoire; faisons communiquer l'un de ces anneaux, à l'aide de petites vis de pression en cuivre, avec les secteurs impairs et l'autre avec les secteurs pairs, et prenons les deux ressorts verticaux tels que l'un touchant sur un secteur impair, l'autre soit en contact avec un secteur pair, précisément pendant le même temps; de sorte que leurs extrémités passent dans le même instant de deux secteurs aux deux suivants. Les deux bouts du fil conducteur de l'électro-aimant devront communiquer l'un avec un secteur pair et l'autre avec un secteur impair du changeur, et y être fixés à l'aide de vis de pression. Voilà tout l'instrument propre à changer la direction des courants électriques et par suite les pôles des électro-aimants mobiles.

On voit sans peine que si l'on voulait employer pour force motrice l'action réciproque de 50 aimants fixes et de 50 électro-aimants, on devrait diviser le disque en cuivre en 50 secteurs égaux et lui donner par conséquent des dimensions en rapport avec ce nombre.

Dans le cas où l'on voudra changer la direction des courants dans des électro-aimants fixes et employer des aimants ordinaires à la place des électro-aimants mobiles, on fixera sur l'axe en acier à mettre en mouvement un cylindre en ivoire et sur celui-ci deux anneaux en cuivre qui, isolés l'un de l'autre, communiquent, à l'aide de deux fils en cuivre, l'un avec un secteur pair et l'autre avec un secteur impair du changeur. Contre ces deux anneaux presseront pendant le mouvement deux ressorts verticaux en

cuivre, lesquels étant fixés sur un pied en bois, communiquent par leurs extrémités inférieures avec les deux bouts du fil ou des fils des électro-aimants fixes. Le courant électrique passera de la pile aux ressorts en contact avec l'appareil qui en change la direction et le transmet aux deux anneaux, lesquels le conduisent dans le fil des électro-aimants. En déplaçant petit à petit le changeur sur son axe, on reconnaît facilement par l'expérience la position à lui donner pour produire le maximum d'effet ou de vitesse.

Le *commutateur* ou *changeur* plongeant dans du mercure est composé de deux changeurs semblables à celui que nous venons de décrire et qui sont fixés sur l'axe à mouvoir à une distance de 2 à 3 centimètres l'un de l'autre, mais de manière que les secteurs qui portent le même numéro soient en regard et qu'en outre un secteur pair de l'un des changeurs communique avec un secteur impair de l'autre, à l'aide d'un gros fil en cuivre. Au-dessous de chaque changeur on fixe un petit vase en verre à parois relevées contenant un peu de mercure. Un des deux vases communique avec le pôle positif d'une pile, l'autre avec le pôle négatif. La quantité de mercure doit être telle que les deux secteurs qui portent le même numéro plongent à la fois et pendant le même temps dans le mercure, et que ceux-ci étant sortis, deux autres y pénètrent immédiatement et ainsi de suite. Ce dernier changeur produit, pour la même intensité du courant, plus de vitesse le premier; mais il est indispensable d'employer du mercure très-pur et de l'empêcher de s'échapper des vases en donnant à leurs parois des hauteurs suffisantes et des formes convenables. Cet appareil convient parfaitement pour étudier les raies dans le spectre-électrique, surtout si l'on remplace les secteurs par de gros fils terminés en pointes. Pour observer les raies, on n'a qu'à regarder les étincelles à travers un prisme en flint placé devant l'œil.

Ce fut avec ce *troisième modèle* d'appareil que, plus tard (1841 et 1842), je fis pendant des mois entiers de nombreuses expériences avec un mécanicien très-distingué et très-intelligent de Liége. Voici à quelle occasion : ce constructeur avait cru pouvoir s'engager à construire un électro-moteur de la force de trente

chevaux et s'était adressé à moi, avec son associé, pour l'aider et lui indiquer les moyens de réaliser cette machine. Je devais proposer les appareils-modèles, diriger les expériences et les essais, qui devaient rester secrets, et lui se chargeait de la construction des appareils.

Ce modèle fut soumis à différents essais. La pile employée se composait de six éléments neufs de platine; trois des éléments aimantaient d'une manière permanente, les six gros électro-aimants fixes, à deux branches chacun et recouverts de fil de cuivre de deux millimètres de diamètre, les trois autres éléments aimantaient les six électro-aimants mobiles recourbés et recouverts aussi d'un fil de cuivre de même diamètre; chacun des pôles de ces électro-aimants se trouvait constamment pendant le mouvement de l'appareil entre deux pôles fixes de nom contraire et par suite était constamment attiré par l'un et repoussé par l'autre. Il y avait, par conséquent, douze attractions et douze répulsions conspirantes et simultanées, qui imprimaient en commun un mouvement aux électro-aimants mobiles. Un instant avant que les électro-aimants mobiles arrivassent en regard des électro-aimants fixes, le courant était renversé dans tous à la fois et ils étaient de nouveau attirés et repoussés chacun dans le même sens : les électro-aimants qui avaient attiré repoussaient et ceux qui avaient repoussé attiraient, et forcément tout le système mobile continuait à tourner dans le même sens qu'avant le renversement du courant.

La combinaison de l'appareil que j'employai reposait évidemment sur des principes dictés par la science; malheureusement l'exécution laissait beaucoup à désirer. Le nombre des électro-aimants employés aurait aussi dû être plus grand et partant l'espace vide entre chaque électro-aimant fixe et chaque électro-aimant mobile en regard, aurait dû être plus petit. Néanmoins, l'appareil marchait régulièrement et avec une grande vitesse, mais il était impuissant à soulever un poids de quelques kilogrammes à la hauteur d'un mètre en quelques secondes. Je fus frappé du peu d'effet utile produit; mais l'essai répété plus de cinquante fois donnait toujours le même résultat.

Cependant le magnétisme rémanent était détruit par le renversement alternatif du courant; les deux extrémités du fil des électro-aimants mobiles étaient fixés au changeur (commutateur) adapté sur l'axe mobile de l'appareil et n'occasionnaient aucun frottement; les lames-ressorts seules, en communication avec les deux pôles de la pile, étaient en contact avec le commutateur; en sorte qu'il n'y avait d'autre résistance que celle de l'air et le frottement des tourillons de l'axe du commutateur contre leurs supports.

Pour quelles raisons mon électro-moteur, de dimensions relativement considérables, ne donnait-il que des résultats insuffisants?

L'impossibilité, dans l'état actuel de la science, de construire des électro-moteurs puissants, est due à plusieurs causes :

1. Les électro-aimants ne s'aimantent pas instantanément, mais seulement au bout d'un certain temps, très-court, il est vrai, et cependant appréciable; ils exigent ce temps encore plus long s'il s'agit de les aimanter à saturation. L'inertie ou force coercitive du fer, l'extra-courant inverse, l'extra-courant direct, le courant d'induction, le courant de retour sont autant de causes qui sont des obstacles au développement, dans le fer, de la force magnétique nécessaire. (Voir plus loin le détail des effets de ces différentes causes perturbatrices.) En appliquant mon principe du renversement alternatif du courant, on combat ou l'on détruit toutes ces causes avec un succès que constatait déjà la comparaison de mon modèle d'électro-moteur à interruption avec celui à renversement. Mais dans les cas où la puissance motrice doit être considérable, on comprend aisément que le moment écoulé entre deux inversions consécutives du courant est trop court pour que le renversement même ait le temps de développer son action et de donner tout ce qu'il peut produire. Toutefois, je dois faire observer que je n'avais à ma disposition qu'une pile composée de six éléments et que si j'eusse pu les doubler ou les tripler, l'action du renversement du courant eût été plus prompte, parce qu'elle eût été plus énergique et les effets de mon électro-moteur eussent été d'une importance réelle dans des applications exigeant une puissance déjà notable.

2. Les actions réciproques et conspirantes des électro-aimants fixes et mobiles sont évidemment d'autant plus grandes qu'ils sont placés plus près les uns des autres. Or, à mesure que les électro-aimants mobiles s'approchent des électro-aimants fixes, la résultante de leurs actions réciproques devient de plus en plus oblique, par rapport à la direction du mouvement; par conséquent, la composante utile diminue de plus en plus et finit par devenir nulle au moment où les électro-aimants mobiles sont en regard des électro-aimants fixes; alors la composante nuisible est arrivée à son maximum et tend à retenir les électro-aimants mobiles en leur imprimant une secousse ou un choc très-vif.

3. La plupart des savants se font illusion sur la puissance des électro-aimants animés par un courant électrique; ils en jugent d'après les poids qu'ils peuvent porter en contact avec leur armature. Or, le principe « que l'action est égale et contraire à la réaction » est applicable à des forces qui résident dans les corps à des degrés invariables comme la pesanteur, mais non à des forces qui sont seulement développées dans les corps à des degrés variables. Il n'est pas applicable à un électro-aimant animé par un courant et en contact avec son armature ou assez proche pour qu'elle réagisse sur lui. Dans ce cas, le courant aimante l'électro-aimant et celui-ci décompose du magnétisme dans l'armature; ce magnétisme réagit sur l'électro-aimant, dans lequel il en développe une nouvelle quantité qui s'ajoute au magnétisme développé par le courant. Le maximum du magnétisme développé a lieu quand l'armature est en contact avec l'électro-aimant; il diminue à mesure que, petit à petit, elle est éloignée, et quand elle est à une distance telle qu'elle ne réagit plus du tout ou plus d'une manière sensible sur l'électro-aimant, le magnétisme développé dans celui-ci par un courant même relativement intense, ne produit plus que des effets d'une énergie assez ordinaire.

Ainsi, tandis que les électro-aimants possèdent une puissance portante très-grande à cause de la réaction de leur armature sur leur noyau de fer, ils exercent une action relativement faible à distance, lorsqu'ils n'agissent que par le seul magnétisme que le courant qui les parcourt y développe. Si leur action à distance

paraît si faible, comparée à leur puissance portative, ce n'est pas qu'elle diminue plus rapidement que celle des aimants permanents : l'une est régie comme l'autre par la loi de la raison inverse du carré de la distance, mais c'est parce qu'alors ils n'agissent que par le magnétisme que le courant seul y a développé. Or, dans les applications, les armatures ne sont presque jamais en contact avec leurs électro-aimants. Supposons que leur action réciproque soit égale à 1, à la distance de $\frac{1}{20}$ de millimètre; elle sera égale à $1 \times \frac{1}{4}$ à la distance de $2 \times \frac{1}{20}$ et égale à $1 \times \frac{1}{400}$ à la distance de 1 millimètre seulement, par conséquent 400 fois plus petit qu'à la première distance qui, ordinairement, est à plus d'un millimètre de son électro-aimant.

Nous voyons donc pourquoi les électro-aimants ne produisent que des effets relativement peu considérables, lorsque leur armature ne réagit pas ou ne réagit que peu, pour décomposer du magnétisme qui s'ajouterait à celui développé par le courant.

C'est M. Magnus qui, autant que je sache, a remarqué le premier la différence des effets que produit le même électro-aimant animé par le même courant, suivant qu'il est fermé par son armature ou qu'il agit ouvert, à distance du fer. J'ai fait de mon côté en 1841, et sans avoir eu connaissance des travaux de M. Magnus, une expérience non encore publiée et qui se rapporte à la même question. La voici :

Dans un disque de deux centimètres d'épaisseur et de dix centimètres de rayon, je fis pratiquer quatre fentes dans chacune desquelles je fixai verticalement un électro-aimant à l'aide d'une traverse de fer; ils formaient, par conséquent, à deux, un électro-aimant à deux branches, ouvert à son extrémité supérieure. — Au centre du disque en fer j'adaptai une colonne de laiton portant un électro-aimant droit mobile et un godet à mercure, où je changeais la direction du courant chaque fois que l'électro-aimant se trouvait en regard d'un des quatre électro-aimants fixes. Trois éléments Bunsen communiquaient avec les électro-aimants fixes et trois autres éléments de la même pile avec l'électro-aimant mobile. Je comptais exactement le nombre de tours qu'il décrivait par minute. Cette observation faite, je remplaçai

les électro-aimants par quatre branches de quatre aimants recourbés, fixés chacun dans le sens de la fente ou rainure du disque en fer et, par suite, n'agissant que par un des pôles sur l'électro-aimant mobile. Chacun des quatre aimants mis en contact avec l'armature employée pour les électro-aimants supportait un poids de huit kilogrammes. Or, dans les deux expériences, les distances entre les pôles de l'électro-aimant mobile et ceux des électro-aimants fixes étaient précisément les mêmes que celles des pôles mobiles et des pôles des aimants permanents; l'électro-aimant mobile était parcouru par un courant de même intensité, et la vitesse de rotation était aussi rigoureusement la même dans les deux expériences.

Ainsi, je constatai que des aimants permanents pouvant porter huit kilogrammes et n'agissant que par un seul pôle, ont produit le même effet que des électro-aimants d'une puissance portante de seize kilogrammes. Il est probable que les électro-aimants fixes, tout en repoussant l'électro-aimant mobile, ont agi en même temps par attraction et diminué un peu la vitesse qui eût dû être plus grande dans le premier cas que dans le second.

Les considérations précédentes, ainsi que les effets des extra-courants et des courants d'induction indiqués plus loin, m'ont engagé à mettre les passages suivants dans le discours d'usage (1), que j'ai eu l'honneur de prononcer le 12 octobre 1847, dans la salle académique de l'Université de Liége, en qualité de recteur sortant, à l'occasion de la réouverture solennelle des cours.

« On a cherché, il y a peu d'années, et plusieurs personnes, » même très-instruites, cherchent encore à construire, avec des » électro-aimants, des machines assez puissantes pour remplacer » les locomotives et les machines à vapeur.

» On peut, il est vrai, construire des électro-moteurs très- » intéressants et dans beaucoup de cas infiniment utiles, par » exemple, lorsqu'il s'agit de produire de très-grandes vitesses » et de pouvoir se contenter de très-faibles puissances; mais on

(1) *Discours sur l'influence de l'étude de la physique sur le bien-être de l'humanité*, pp. 7 et 8. Liége, Desoer; 1847.

» eût épargné beaucoup de dépenses si l'on eût distingué les » effets des électro-aimants en contact d'avec ceux qu'ils produi- » sent quand ils sont en mouvement où agissent à distance, et » si l'on eût pris en considération les lois qui régissent l'inten- » sité des courants électriques ainsi que les causes qui diminuent » le développement du magnétisme par l'électricité. »

Ces lignes ont été imprimées il y a vingt-six ans et aujourd'hui même la science ne nous a pas encore appris à construire des électro-moteurs *puissants;* elle nous enseigne néanmoins à en monter qui peuvent être utiles dans un grand nombre de cas. Ainsi l'électro-moteur de la force d'un demi-cheval-vapeur, construit par M. Moore, est établi par l'*Electromagnetic and Electroplate Company* à Birmingham, depuis un an et demi, et fonctionne pour polir des objets plaqués, des cuillères, des fourchettes, etc. (1).

Le gouvernement autrichien a accordé à titre d'encouragement une somme considérable à M. Kravogl, mécanicien distingué, qui avait exposé, en 1867, à Paris, un électro-moteur dont le rendement serait de 19 pour 100 (2), tandis que les anciens électro-moteurs ne donnent que 3 pour 100. Il y a donc progrès, mais il est faible et coûteux; par contre, les électro-moteurs qui exigent peu de force et peu de vitesse, et même ceux qui demandent peu de force, mais beaucoup de vitesse, ont été améliorés, et continuent tous les jours à se multiplier et à devenir plus parfaits.

Mes expériences et mes essais décrits au commencement de ce paragraphe m'ont donc été éminemment utiles en m'indiquant des recherches à abandonner, leur voie étant infructueuse et ne pouvant aboutir dans l'état de la science à cette époque, et en me révélant, au contraire, d'autres études à poursuivre, des appareils à perfectionner ou à remplacer par de meilleurs. Enfin elles me conduisirent à découvrir un principe de la plus haute importance et me démontrèrent à l'évidence la nécessité de son

(1) Voir Dingler, *Polytechnisches Journal,* vol. CLXXXIX, p. 8. Augsbourg 1868.

(2) Voir le journal *les Mondes,* vol. XV, p. 512. Paris, 1867.

emploi, principe applicable à tous les électro-moteurs en général et à une foule d'applications scientifiques et industrielles de l'électricité, savoir *le principe du système du renversement alternatif du courant électrique dans tous les électro-aimants.* La conclusion de ce que je viens d'exposer est que l'on doit regarder comme résolues les deux questions traitées dans ce paragraphe :

1° Comment doit-on employer le courant électrique dans les électro-aimants des électro-moteurs de diverses natures pour tirer de la *force électrique tout le parti possible.*

2° Pourquoi les électro-aimants animés par un courant sont-ils relativement très-puissants, lorsqu'ils sont en contact avec leurs armatures et sont-ils d'une puissance sensiblement moindre s'ils agissent à distance.

En conséquence il faudra renverser le courant électrique alternativement en sens contraire et jamais de manière qu'il y ait d'abord attraction et puis répulsion, mais toujours de telle sorte qu'il y ait attraction et répulsion combinées, simultanées et conspirantes.

En terminant ce paragraphe, je ne puis me dispenser de rappeler que mon appareil formé de deux légères palettes aimantées fixées sur un levier horizontal décrit page 10, et construit en 1837 (1), constituerait encore aujourd'hui un télégraphe à écrire parfait, si l'on ajoutait une molette ou plume. Il n'exigerait aucun réglage pour transmettre, même à des distances très-différentes; aucun mouvement n'y serait perdu, et le magnétisme rémanent y serait complétement paralysé.

(1) C'est un télégraphe d'une disposition toute semblable qui, avec un télégraphe à cadrans ou lettres et un télégraphe à aiguille, m'a valu, en 1855, à l'Exposition universelle de Paris, les suffrages du jury international.

SECTION II.

Exposition et développement de la théorie du Principe du Renversement alternatif du Courant électrique dans les électro-aimants (1).

§ I

Exposition raisonnée du Principe.

On a vu que ce sont les expériences citées pages 6 et 7 qui me firent faire la découverte du principe qui régit le renversement alternatif du courant dans les électro-aimants, principe fécond destiné, au moyen de mon système d'armatures aimantées dont il est la base, à remplacer universellement le procédé de l'interruption du courant dans les nombreuses applications de l'électricité.

La théorie de ce principe consiste dans la solidarité des attractions et des répulsions simultanées et conspirantes des pôles des électro-aimants sur les pôles contraires des armatures aimantées ou aimants permanents, et, réciproquement, des pôles des armatures aimantées ou aimants permanents sur les pôles des électro-aimants.

Les attractions et les répulsions ne doivent jamais avoir lieu successivement, mais toujours simultanément. J'ai constaté ce point capital dans mes premiers essais décrits plus haut. Ainsi, lorsque, dans l'expérience indiquée page 7, l'armature aimantée avait attiré de haut en bas l'électro-aimant et qu'ensuite je voulus faire remonter l'électro-aimant par la répulsion de l'armature sur lui, en renversant le courant dans le premier, je n'y parvins pas.

(1) Voir I^er^ volume de mon *Traité général des applications de l'électricité*, dans la partie théorique, § 12, pp. 70 et suivantes.

Si l'organe mobile était très-léger, on pourrait (dans certains cas seulement) réussir à le faire mouvoir, mais encore mal, si l'on compare ce mouvement à celui dû à l'attraction seule, toujours plus énergique que la répulsion (qui devient plus faible que l'attraction lorsque, en repoussant, elle décompose en même temps du magnétisme dans l'armature), et surtout si on le compare à celui dû à l'attraction et à la répulsion simultanées et conspirantes.

Il en ressort qu'il ne faudra jamais disposer les organes fixes et mobiles de façon que l'attraction seule produise le mouvement dans un sens et que le courant étant renversé, la répulsion, toujours plus faible que l'attraction, agisse seule sur l'armature aimantée. Dans mes *Recherches sur la télégraphie électrique*, publiées en 1855, on peut en voir le motif détaillé (1). Ce cas aurait lieu si un seul électro-aimant horizontal à deux branches se trouvait d'un côté d'une armature verticale également à deux branches.

Si les deux pôles de l'électro-aimant attiraient chacun un des pôles de l'armature, lorsque le courant le parcourt dans un sens, ces mêmes deux pôles agiraient chacun par répulsion sur un des pôles de l'armature aussitôt que le courant serait renversé en sens contraire. Il suffirait, dans cette circonstance, que l'armature ne fût pas assez légère et assez fortement trempée pour qu'il se développât entre elle et son électro-aimant une force attractive qui tendrait à la retenir. Cette disposition est désapprouvée par l'expérience. Elle devient meilleure lorsque l'on place un barreau de fer doux du côté opposé à l'électro-aimant, mais, ainsi améliorée, elle n'est pas encore à l'abri de tout reproche.

Il est essentiel de combiner les organes fixes et mobiles de telle sorte que l'une des conditions suivantes soit remplie : 1° que l'armature non aimantée soit attirée dans un sens et que le courant étant ensuite renversé, elle soit attirée en sens contraire. Dans ce cas, le courant agit successivement, il est vrai, mais par attraction seulement et jamais par répulsion. La puissance est

(1) Voir pp. 3 à 6.

alternative (voir la première disposition du § II, page 23 où le cas de cette théorie est parfaitement développé); 2° que l'armature aimantée soit déplacée par une attraction et une répulsion simultanées, solidaires et conspirantes dans un même sens, et qu'ensuite le courant étant renversé, elle soit déplacé en sens contraire de la même manière (voir la seizième disposition du § II, page 29). Dans ce cas, le courant agit par une attraction et une répulsion simultanées. La puissance étant conspirante, cette combinaison est beaucoup supérieure à l'autre et donne, dans toute sa plénitude, l'augmentation de force dont le principe du renversement du courant est la source.

Après la cessation du courant et pendant qu'il est renversé, il est utile, mais non pas nécessaire, de ramener l'armature en place, au milieu de l'espace qu'elle a à parcourir, à l'aide d'un moyen mécanique convenable, les deux pôles étant alors à égale distance des deux pôles d'un électro-aimant ou des quatre pôles des deux électro-aimants. Le pôle attractif agira, dès que le courant sera établi plus près des pôles des électro-aimants, et par conséquent, plus énergiquement que si l'armature n'avait pas été ramenée au milieu de sa position initiale ou de repos.

Comme on vient donc de le voir, mon principe du renversement alternatif du courant dans les électro-aimants m'a conduit à mon système d'armature aimantée et de suppression du ressort antagoniste en renversant le courant alternativement dans les électro-aimants convenablement placés pour qu'ils agissent toujours sur l'armature ou palette aimantée à saturation *par attraction et répulsion simultanées, solidaires et conspirantes.*

La conséquence de ce système est de développer au maximum la force motrice double ou de double effet que j'ai trouvée (1) dans le principe de renverser alternativement le courant dans les électro-aimants; il en résulte que le courant renversé a une force utile égale à celle du courant direct.

(1) Voir pp. 7, 8 et 9.

§ II

Dispositions diverses propres à employer le Principe du Renversement alternatif du Courant dans les électro-aimants de tous les électro-moteurs en général ou appareils scientifiques et industriels quelconques (système Gloesener).

Pour faire mieux comprendre la théorie du principe du renversement du courant électrique dans les électro-aimants, je ne puis mieux faire que de choisir parmi le grand nombre de dispositions auxquelles il se prête, et d'en décrire quelques-unes.

Elles sont toutes fort simples, d'une exécution facile, et permettent d'employer le renversement alternatif du courant électrique dans les conditions les plus variées, sans qu'il y ait guère à y apporter de changement notable.

Première disposition. — Je suspends verticalement une armature de fer doux à deux branches entre deux électro-aimants recourbés A et B que je fixe sur une planchette horizontale, de part et d'autre, à égale distance de l'armature. Le courant d'une pile passe par un fil *a* dans l'électro-aimant A et revient à la pile par un fil *c;* puis il va par un fil *b* dans l'électro-aimant B et retourne à la pile par le même fil *c* qui communique à la fois avec les deux bouts libres des fils *a* et *b*. La course de l'armature de fer doux est réglée par des vis d'arrêt, ainsi que cela doit être dans toutes les dispositions possibles.

J'ai réalisé cette construction dès 1846 (1) dans une horloge électrique (2). La disposition en est fort bonne, mais elle exige

(1) Cette disposition a été imitée en 1862 pour le Gouvernement belge, par un mécanicien du pays qui est devenu depuis fournisseur des horloges électriques de l'État. C'est par erreur, comme on le voit, que M. Vinchent, inspecteur général des télégraphes, a cru pouvoir la lui attribuer. En 1860, j'avais même fourni à ce mécanicien, comme je puis le prouver, un modèle d'horloge électrique avec mon renversement du courant, pour la construction d'un appareil semblable que je lui avais commandé.

(2) Voir mon *Mémoire à l'Institut de France. — Physique appliquée.* 1848, et le *Traité de télégraphie électrique* de l'abbé Moigno, pp. 369 à 372. Paris, Franck, 1849, etc.

l'emploi de trois fils conducteurs ou de deux fils et de la terre; par conséquent, il faut, pour l'appliquer, dans le premier cas, des appareils où l'on n'ait pas à prendre le troisième fil en considération, comme, par exemple, dans les télégraphes et les horloges établis dans des maisons, des magasins, des hospices, des gares de chemins de fer, des établissements industriels, etc., etc. Si, au contraire, on s'en sert avec deux fils conducteurs et la terre, il n'y a pas à tenir compte de cette considération d'économie.

J'ai aussi construit d'après cette disposition un télégraphe à mouvement synchronique, avec deux fils seulement et la terre. La grande difficulté à vaincre fut de réaliser ce mouvement synchronique, difficulté commune à tous les télégraphes synchrones (1). Je n'ai pas essayé la transmission à mouvement simple ou ordinaire; mais je ne vois aucune raison scientifique ou pratique qui puisse s'y opposer; toutefois, la construction du récepteur serait moins simple que celui en usage et le courant alternatif n'y serait renversé que partiellement.

Deuxième disposition. — Je substitue à la palette de fer doux de l'ancien système une palette d'acier recourbée de même poids ou à peu près, suspendue verticalement; elle doit être trempée dur et aimantée à saturation. Je fixe symétriquement et à environ un millimètre de distance, deux électro-aimants doubles horizontaux A et B et j'y fais passer le courant de telle manière que si les deux pôles de A attirent la palette, les deux pôles de B la repoussent dans le même sens et que le courant étant ensuite renversé, les pôles qui avaient attiré la palette la repoussent, et que ceux qui l'avaient repoussée l'attirent, de façon que par suite de ses attractions et répulsions simultanées et conspirantes, la palette se meuve en sens contraire. Je change alors la direction du courant et la palette oscillera de nouveau vers le côté opposé; et ainsi de suite chaque renversement produira un mouvement de la palette en sens contraire. Pour imprimer à la

(1) Voir mes *Recherches sur la télégraphie électrique*, pp. 45 à 49, pl. VIII, fig. 1. Liége, Dessain; 1853, et l'*Exposé du comte du Moncel*, 1re édition. Hachette; Paris, 1853 et 1854. 2e édition, tome II, pp. 58 à 69. Hachette; Paris, 1856.

palette un mouvement oscillatoire très-rapide, je me sers d'un manipulateur. J'en ai construit plusieurs que l'on trouvera décrits dans le 1er volume de mon *Traité général des applications de l'électricité*. Deux de ces manipulateurs sont destinés à renverser le courant alternativement dans un télégraphe à cadran avec lettres; un troisième renverse le courant, soit alternativement, soit en l'interrompant, soit alternativement plusieurs fois consécutives, puis en l'interrompant, et réciproquement en l'interrompant plusieurs fois consécutives pour le renverser ensuite. Ce manipulateur, qui permet de renverser ou d'interrompre le courant à volonté, convient pour le télégraphe à aiguille, système anglais, pour les sonneries, pour le télégraphe à écrire, système Morse, et pour écrire double sur deux lignes parallèles, perfectionnement que j'ai réalisé le premier dans un appareil unique et auquel j'ai ajouté depuis des organes importants qui permettent de l'appliquer à la télégraphie sous-marine. Enfin, j'ai construit un quatrième manipulateur possédant les mêmes propriétés que les précédents et qui sera décrit lorsque je parlerai de mon télégraphe écrivant double.

Troisième disposition. — Je fixe en croix sur un axe commun deux barreaux aimantés légers et je place chacun des pôles d'un électro-aimant à deux branches, entre deux pôles de nom contraire des deux barreaux; au moyen de vis d'arrêt, je règle la course des barreaux et je les dispose de manière qu'on puisse les incliner à volonté. On peut aussi courber chaque barreau. L'axe porte un levier qui trace les signaux et un léger contrepoids qui ramène le levier à sa position initiale lorsque le courant est interrompu.

Quatrième disposition. — J'emploie une palette aimantée à trois pôles et un seul électro-aimant dont chaque pôle se trouve entre deux pôles de nom contraire. Sur la palette aimantée, j'ajuste un levier propre à donner des signaux.

Cinquième disposition. — Cette disposition a du rapport avec celle adoptée depuis par M. Siemens dans son relais, sauf qu'il se sert d'un courant d'induction inversé de sa nature et d'un seul pôle sans contact avec la palette qu'il aimante, tandis que moi je

renverse alternativement dans les électro-aimants un courant voltaïque et que j'aimante mon armature mobile au moyen de deux pôles d'un aimant en contact permanent avec elle.

Sixième disposition. — Je fixe sur un barreau de fer de 5 à 6 centimètres de longueur, deux électro-aimants droits; je scie le fer en deux pour les empêcher de communiquer par leur magnétisme; je développe à leurs extrémités libres des pôles de même nom au-dessus desquels se trouvent, environ à deux millimètres, les pôles d'un barreau aimanté qui peut tourner sur un axe horizontal. En reglant la course du barreau par des vis d'arrêt et en renversant alternativement le courant d'une pile, on peut transmettre avec le barreau muni d'un levier convenable, des signaux télégraphiques d'une manière qui ne laisse rien à désirer. On peut produire le même mouvement oscillatoire avec une force plus énergique, en employant deux électro-aimants recourbés et une double palette aimantée (1).

Septième disposition. — Sur une planchette en acajou je fixe un aimant artificiel horizontal sur les pôles duquel je pose une armature de fer doux, ayant la forme d'un cylindre de 7 centimètres de longueur et de 8 à 9 millimètres de diamètre; il est en contact avec les pôles en tournant sur les pointes de deux vis portées par deux supports verticaux. Le cylindre est recourbé à angle droit à ses deux bouts qui deviennent aimants permanents par les pôles artificiels et se trouvent placés chacun entre les deux pôles temporaires contraires de deux électro-aimants convenablement ajustés de part et d'autre du cylindre de fer. Ses mouvements oscillatoires sont limités par des vis d'arrêt. Au milieu du cylindre s'ajuste un levier horizontal propre à écrire les signaux Morse. Ce système est excellent et l'armature, c'est-à-dire le cylindre, n'a jamais besoin d'être réaimantée.

Huitième disposition. — J'emploie deux électro-aimants plats, larges de 6 centimètres et longs de 7 ; l'un contient une palette de fer doux et l'autre en a deux séparées et en contact avec un

(1) Voir le premier volume de mon *Traité général des applications de l'électricité*, p. 7.

faible aimant recourbé. Entre ces deux électro-aimants, je suspends à deux axes deux palettes très-minces d'acier fortement trempées et aimantées, et portant deux leviers munis à un de leurs bouts des molettes placées l'une près de l'autre et écrivant sur la même bande de papier. Les oscillations de ces palettes sont réglées par des vis d'arrêt. En renversant alternativement le courant, on écrit sur des lignes parallèles les signaux Morse, ordinaires ou combinés, avec une vitesse de 30 à 35 mots par minute.

Neuvième disposition. — Elle se compose d'une légère palette de fer doux mobile suspendue à un axe fixe dans l'intérieur d'une bobine recouverte de fil de cuivre isolé, et de deux aimants permanents droits. Ceux-ci sont réunis à leurs pôles inférieurs par une espèce de charnière en fer, qui permet de rapprocher leurs pôles supérieurs à volonté de la palette de fer aimantée temporairement par le courant d'une pile. Le pôle inférieur de la palette de fer ne produisant aucun effet, on le rend sensible, en plaçant à sa gauche et à sa droite un barreau de fer.

Dixième disposition. — Environ à deux millimètres au-dessus de deux pôles N et S d'un fort aimant permanent vertical, je suspends une bobine horizontale légère qui a les mêmes pôles A et B à ses deux extrémités et qui peut osciller dans le sens vertical autour d'un axe horizontal.

Lorsque le circuit est fermé, le pôle N de l'aimant attire de haut en bas le pôle A de la bobine, en même temps le pôle S repousse de bas en haut le pôle B de la bobine; aussitôt que le courant est renversé, le pôle N repousse le pôle A tandis que le pôle S attire de haut en bas le pôle B de la bobine, et ainsi successivement. A la bobine même est ajusté d'une manière convenable un léger levier capable de soulever une bande de papier et de la mettre un instant en contact avec la molette destinée à écrire la dépêche. La course de ce levier est réglée par des vis d'arrêt.

Onzième disposition. — Elle consiste à remplacer les deux électro-aimants fixes doubles de la deuxième disposition par deux électro-aimants borgnes. Cette disposition est fort bonne lorsqu'une faible force motrice est suffisante.

Douzième disposition. — J'ajuste sur un axe horizontal un léger barreau droit en fixant verticalement au-dessous de ce barreau un électro-aimant droit à deux branches séparées, de sorte que si un courant parcourt le fil de l'électro-aimant, le pôle N du barreau est attiré et le pôle S repoussé; puis le courant étant renversé, le pôle S est attiré, tandis que le pôle N est repoussé. Cette disposition est excellente, mais elle donne moins de force que la première, qui est composée de deux électro-aimants à deux branches chacun.

Treizième disposition. — Deux doubles palettes aimantées, recourbées et coupées dans une seule platine d'acier sont adaptées à un axe horizontal, autour duquel elles peuvent basculer; de chaque côté de l'axe est fixé un électro-aimant vertical à deux branches, ses pôles correspondant à deux pôles contraires permanents. Ce système a fonctionné à Paris en 1855, devant le célèbre M. Weatstone, qui l'a apprécié dans les termes les plus flatteurs.

Quatorzième disposition. — A un axe horizontal mobile sur des pointes, j'ajuste verticalement, à 4 centimètres de distance, deux légers aimants recourbés, longs d'environ 3 centimètres. Au-dessous, je dispose un électro-aimant vertical de telle sorte que chacun de ses pôles se trouve très-près entre deux pôles contraires du même aimant. La course des aimants est réglée par des vis d'arrêt. Réciproquement, les deux aimants sont fixes et l'électro-aimant est mobile entre les pôles des aimants (1).

Quinzième disposition. — Sur chaque extrémité d'un électro-aimant je fixe une pièce de fer doux courte et de la même forme que celle du noyau de fer de l'électro-aimant. A l'axe moteur, soit d'une horloge, soit d'un télégraphe, etc., j'ajuste une légère pièce de laiton et je visse sur celle-ci deux légers barreaux aimantés ou deux fortes aiguilles aimantées, parallèles l'une à l'autre, de telle sorte que chaque pôle de l'électro-aimant, c'est-à-dire le fer doux que j'y ai fixé, se trouve entre les deux pôles contraires des deux barreaux ou des deux fortes aiguilles

(1) Voir mon *Traité général des applications de l'électricité*, tome 1er.

aimantées. Avec une vis d'arrêt on règle le mouvement oscillatoire des barreaux. Ce système offre beaucoup d'avantages.

Seizième disposition. — Sur un cadre rectangulaire en fer doux, de six millimètres d'épaisseur, de huit centimètres de longueur et d'environ six à sept centimètres de hauteur, j'enroule beaucoup de fil de cuivre fin, bien isolé. Sur les deux côtés longitudinaux opposés du cadre, se trouvent deux fortes aiguilles aimantées parallèles au fil, très-rapprochées ; elles sont portées sur des pointes qui sont soutenues au milieu du cadre à l'aide de barreaux en laiton vissés sur les côtés verticaux de ce cadre. Sur ces mêmes côtés sont aussi ajustés deux petits barreaux en fer vis-à-vis des pôles des aiguilles.

Lorsqu'un courant traverse le fil conducteur, les aiguilles assez légères placées immédiatement au-dessus du fil, sont d'abord un peu déviées du côté vers lequel le cadre devenu électro-aimant les attire. Ainsi l'attraction électro-magnétique est aidée ou secondée par l'action galvanométrique.

Cette disposition est excellente parce qu'elle offre cette particularité favorable qu'elle rapproche l'aiguille du côté vers lequel elle doit être attirée. Elle est un développement de cette donnée théorique (voir page 21) que l'attraction doit agir à une distance plus grande que la répulsion.

Il est bien entendu que dans toutes les dispositions indiquées la course de la palette, du barreau ou de l'aiguille aimantée devra être limitée et réglée par des vis d'arrêt.

Ainsi que je l'ai dit en commençant toutes les différentes dispositions que j'ai indiquées ont été soumises par moi à des expériences multipliées. Je pourrais encore en augmenter le nombre, mais je crois avoir suffisamment démontré que le principe du renversement alternatif du courant électrique dans les électro-aimants appliqué d'après mon système, permet d'employer au choix dans les appareils soit un, soit deux électro-aimants. En faisant usage de deux électro-aimants, on se procure un accroissement sensible de force, accroissement qui devient des plus utiles dans certaines circonstances, comme nous le verrons plus loin.

SECTION III.

Causes perturbatrices et nuisibles dont les effets sur les fils conducteurs influent sur la marche des électro-moteurs en général.

Dans les pages qui précèdent, nous avons déjà constaté certaines causes nuisibles entravant ou gênant la marche des appareils électriques en général. Je les réunis ici à celles dont il n'a encore pu être question, afin d'en faire connaître le genre et l'étendue, d'examiner en détail quels inconvénients elles occasionnent et de pouvoir ainsi faire mieux comprendre et mieux apprécier dans le paragraphe suivant le moyen que j'ai trouvé de les détruire ou de les atténuer par l'application du principe du renversement alternatif du courant dans les électro-aimants.

§ I

Première cause perturbatrice.

—

RESSORT ANTAGONISTE OU DE RAPPEL.

Dans tous les appareils où l'application du courant électrique a lieu à l'aide d'un électro-aimant et d'une armature de fer doux munie d'un ressort antagoniste, comme, par exemple, dans les télégraphes, le mouvement de l'organe mobile dont la fonction est de transmettre, est produit comme il suit : quand l'appareil ne travaille pas, le ressort est tendu pour maintenir l'armature (l'organe mobile) éloignée de l'électro-aimant. Dès qu'on veut produire un effet ou mouvement, on lance par le fil qui établit la communication métallique un courant dans l'électro-aimant, lequel doit lui agir sur son armature pour qu'il soit réalisé. Par conséquent l'électro-aimant doit vaincre la tension du ressort

antagoniste et en même temps imprimer à l'armature une impulsion suffisante pour que l'effet cherché soit obtenu.

Pour produire un second effet, il faut interrompre le courant, afin que le ressort antagoniste ramène d'abord l'armature à sa position initiale, puis lancer un nouveau courant dans l'électro-aimant et ainsi de suite. On voit donc que pour chaque nouvel effet à produire, il faut faire imprimer deux mouvements à l'armature, l'un pour interrompre le courant établi et l'autre pour le rétablir. En conséquence, le travail du ressort consiste : *a*) à ramener avec rapidité, par sa tension, l'armature à sa position initiale; *b*) à vaincre en même temps la résistance que sa tige motrice éprouve de la part de l'un ou l'autre organe de l'appareil.

Or, la tension du ressort indispensable pour obtenir ce résultat doit être vaincue et vaincue promptement par la force du courant et par suite le courant doit être plus intense que si la condition de célérité n'était pas à remplir.

On peut donc déjà observer que le ressort oppose une résistance bien sensible à la force du courant, par le but même de ses fonctions; mais elle est encore considérablement augmentée, comme je vais l'exposer, par suite des autres résistances que sa tension a encore à vaincre.

§ II

Deuxième cause perturbatrice.

MAGNÉTISME RÉMANENT.

Nous avons vu plus haut que le magnétisme rémanent est la source de causes perturbatrices graves.

Examinons maintenant quelles en sont les origines.

Nous savons que les molécules du fer, même du fer le plus pur et le plus doux qu'on puisse se procurer, ainsi que celles en cuivre, sont inertes, c'est-à-dire persistent avec une certaine force à rester dans la position qu'elles occupent. Lorsqu'on a aimanté

un fer doux et par conséquent imprimé aux courants électriques de ses molécules une direction commune, une partie d'entre elles ne retournent pas dans leur situation antérieure; mais après l'aimantation, leurs courants restent parallèles et par suite le fer conserve du magnétisme. C'est ainsi que l'expérience démontre qu'un électro-aimant, qui a été parcouru par un courant, se montre encore aimanté après l'interruption de ce courant.

Ce magnétisme rémanent conserve une action sur l'armature motrice des appareils et tend à la retenir dans ses mouvements en lui opposant une résistance que le ressort de rappel doit vaincre, outre celle dont il a été question précédemment.

Il y a plus : le magnétisme rémanent est variable. Il croît jusqu'à une certaine limite avec l'intensité du courant qui parcourt l'électro-aimant, sans croître précisément dans la même proportion que cette intensité. Il en résulte que toutes les nombreuses causes pertubatrices qui font varier l'intensité du courant indiquées ci-dessous, font aussi varier l'intensité du magnétisme rémanent.

§ III

Troisième cause perturbatrice.

—

VARIABILITÉ DE L'INTENSITÉ DU COURANT.

1° L'intensité du courant électrique varie avec l'inconstance des piles, car celles qu'on appelle piles à courant constant ne le sont qu'à peu près pendant un nombre de jours restreint. 2° L'intensité du courant diminue à mesure que la longueur du fil à parcourir augmente, la nature et le diamètre de ce fil restant les mêmes. Aussi, pour citer un exemple frappant dans les télégraphes encore trop répandus qui fonctionnent sans le renversement alternatif du courant, avec le ressort antagoniste, on est obligé de tendre ou de détendre ce ressort chaque fois que la distance à laquelle on veut transmettre une dépêche, est plus proche ou plus éloignée. Il peut donc arriver que l'on ait à régler

le ressort antagoniste plus de cinquante fois par jour. 3° L'intensité du courant diminue aussi proportionnellement à la section du fil des circuits à parcourir, laquelle section peut même se trouver diminuée par suite d'une altération fortuite. 4° L'intensité du courant s'affaiblit encore par les dérivations qu'occasionne l'isolement toujours plus ou moins imparfait des fils conducteurs, dérivations en rapport avec le nombre des supports isolateurs et des poteaux employés à les soutenir. 5° L'intensité du courant est altérée par les conditions de polarisation que détermine dans les fils conducteurs aériens et surtout souterrains et sous-marins, le passage constant du courant dans le même sens. La sûreté et la rapidité des transmissions télégraphiques en sont notamment fort entravées (1). 6° Enfin, l'intensité du courant-varie suivant le degré d'humidité et de sécheresse de l'air atmosphérique en contact avec les fils conducteurs, elle varie suivant la nature sèche ou humide des terrains où l'on est forcé de plonger les fils de terre. Il y en a de tellement secs que l'on est obligé de creuser des puits, pour établir de bonnes communications avec le sol.

Outre ces différentes variabilités d'intensité du courant en quelque sorte permanentes et inhérentes aux conditions obligées

(1) Ce fait remarquable a été relevé par l'illustre physicien russe, M. de Jacobi. Voir son rapport sur mes appareils électriques, adressé à M. le commissaire général belge de l'Exposition universelle de Paris en 1867, où il s'exprime ainsi : « Il n'est inconnu de personne, et j'ai même été le premier qui a relevé ce fait curieux que le passage d'un courant électrique de direction constante détermine dans les fils télégraphiques aériens et à plus forte raison souterrains et sous-marins, des conditions particulières de polarisation qui entravent singulièrement la sûreté et la rapidité des transmissions télégraphiques. Ces inconvénients disparaissent ou se produisent d'une manière peu sensible en faisant traverser les fils télégraphiques par des courants dirigés alternativement en sens contraire. Ce *renversement instantané du courant* a été effectué pour la première fois par M. Gloesener, non sans qu'il ait éprouvé beaucoup de difficultés qu'il a réussi à vaincre par des dispositions particulières très-ingénieuses des manipulateurs et des électro-aimants récepteurs. »

de sa transmission, il y en a d'autres causées par des circonstances accidentelles et dont les effets nuisibles, lorsqu'ils se produisent, contribuent naturellement aussi à faire varier l'intensité du magnétisme rémanent lui-même. Elles sont énumérées dans les paragraphes suivants.

§ IV

Quatrième cause perturbatrice.

—

ÉLECTRICITÉ ATMOSPHÉRIQUE.

Les courants électriques qui règnent dans l'atmosphère se communiquent par contact aux fils conducteurs aériens; les nuages orageux y développent aussi des courants par induction; ni les uns ni les autres ne suivent de directions fixes, mais tous deux, tantôt augmentent, tantôt diminuent l'énergie du courant de la pile employée. Les lignes télégraphiques et les circuits d'horloges sont singulièrement exposés à ces effets nuisibles. Personne n'ignore que les orages rendent parfois les transmissions télégraphiques absolument impossibles.

L'origine diverse et les effets variés produits par cette quatrième cause perturbatrice, me déterminent à entrer dans quelques développements sur mes études et sur mes observations à ce sujet. Ils offriront, je crois, un véritable intérêt.

L'électricité atmosphérique perturbatrice ou nuisible peut se diviser en *électricité atmosphérique non orageuse* et en *électricité atmosphérique orageuse, nuages orageux, foudre.*

1° *Électricité atmosphérique non orageuse.* — Elle peut agir sur les fils des lignes télégraphiques, les fils des horloges électriques et sur les fils conducteurs de tous les autres appareils électriques du même genre, exigeant des circuits extérieurs. Il suffit pour cela que le fil mettant les appareils en communication, parcoure une longue distance, comme dans les lignes télégraphiques ou un circuit d'une certaine étendue, comme pour les réseaux d'horloges électriques d'une ville, etc. L'électricité atmosphérique,

très-variable, n'est pas toujours la même aux différents points de la ligne ou du circuit; à différents endroits, les fils électriques se trouvent souvent à des élévations inégales du sol; sur un fil électrique d'une certaine longueur, même quand le temps est parfaitement pur, il peut se former un courant à une des extrémités, tandis qu'à l'autre il peut se précipiter de la vapeur sous la forme de brouillard; une averse, une chute de neige, un orage, peuvent se produire à cette autre extrémité ou bien encore sur un point quelconque de la longueur du fil. J'ai constaté, ainsi que d'autres auteurs, que dans tous ces cas il se développe des courants assez puissants pour mettre en mouvement les appareils indicateurs.

2° *Électricité atmosphérique orageuse, nuages orageux, foudre.* — Cette électricité agit sur les fils conducteurs des circuits électriques de deux façons : 1) par *induction,* sans aucun transport du fluide électrique, du nuage à l'appareil; 2) *directement,* c'est-à-dire que la foudre ou un éclair frappent eux-mêmes le corps conducteur.

L'électricité atmosphérique orageuse par induction se produit de deux manières : tantôt le nuage orageux agit à distance sur le fil télégraphique sans lancer d'éclairs, tantôt il lance des éclairs, alors l'électricité est dynamique, et chaque éclair agit sur le fil, à une distance souvent très-considérable.

Dans le premier cas, l'électricité naturelle du fil conducteur est sujette à être troublée par l'induction électrique ordinaire d'un nuage à distance. Si le vent, par exemple, chassait le nuage orageux dans une direction telle qu'il coupât à une certaine hauteur la ligne télégraphique, il arriverait ceci : pendant tout le temps que le nuage s'approcherait du fil conducteur, il repousserait l'électricité naturelle du fil vers ses deux extrémités; arrivé immédiatement au-dessus du fil, il cesserait un moment d'agir, puis, à partir de ce point, le nuage s'éloignerait du fil conducteur et la répulsion qu'il produisait se changerait en attraction qui diminuerait à mesure que sa distance au fil irait en augmentant, tandis que l'électricité naturelle du fil conducteur reviendrait finalement à son état normal. Si le nuage était transporté par le

vent parallèlement à la direction du fil conducteur, il se produirait dans celui-ci un courant vers chacune de ses extrémités qui varierait constamment en intensité, suivant la position du nuage. Peut-être ces courants seraient-ils trop faibles pour mettre en mouvement les appareils indicateurs, mais ils pourraient bien avoir sur l'action du courant de la batterie une influence suffisante pour intervenir d'une manière nuisible dans la marche régulière de la machine.

Un physicien américain, M. Henry, a communiqué il y a déjà longtemps à la Société philosophique de Philadelphie quelques expériences sur l'électricité développée dans le fil conducteur par l'induction de l'électricité en mouvement. Cette sorte d'induction étant la source la plus abondante des perturbations, les résultats des expériences de M. Henry nous semblent instructifs par rapport à la question de l'électricité atmosphérique orageuse, et par conséquent méritent d'être rapportés :

L'action de l'induction dynamique déterminée par chaque coup de tonnerre qui a lieu même à la distance d'un grand nombre de milles, peut produire de puissants courants électriques dans les fils des télégraphes et par conséquent aussi dans les fils des horloges électriques et d'autres appareils semblables.

Première expérience. — Un fil de cuivre a été suspendu à des cordons de soie autour du plafond d'une chambre à un étage supérieur de manière à former un parallélogramme de 60 pieds sur 30 de côté; dans la cave du même bâtiment immédiatement au-dessous, on a placé un parallélogramme présentant les mêmes dimensions. Lorsqu'on faisait passer l'étincelle d'une machine électrique à travers le parallélogramme supérieur, un courant d'induction se manifestait dans le second, et ce courant était assez fort pour aimanter des aiguilles, quoiqu'il y eût deux planchers dans l'intervalle, et que les conducteurs fussent séparés par une distance de 30 pieds. Dans cette expérience, aucune électricité ne passait à travers les planchers d'un conducteur à l'autre. L'effet était entièrement dû à l'action répulsive de l'électricité en mouvement dans le fil supérieur, sur l'électricité naturelle du fil inférieur.

Deuxième expérience. — Deux fils conducteurs d'environ 400 pieds de longueur ont été tendus parallèlement l'un à l'autre entre deux bâtiments; une étincelle électrique qu'on a fait passer à travers l'un d'eux, a produit un courant dans l'autre, quoique les fils fussent séparés entre eux par une distance de 300 pieds; enfin de toutes les expériences on a cru pouvoir conclure que la distance pouvait être accrue indéfiniment pourvu que les fils fussent allongés dans un rapport correspondant.

Troisième expérience. — Pour démontrer que le même effet est produit par l'action répulsive d'une décharge électrique des cieux, on a enlevé un des fils, on a allongé une des extrémités de l'autre et l'on a conduit celle-ci par le cabinet d'étude de M. Henry, jusqu'à un puits voisin où on l'a plongée dans l'eau. A chaque coup de tonnerre qui s'est fait entendre sur une surface de 20 milles autour de la demeure de M. Henry, des aiguilles ont été magnétisées dans son cabinet par le courant d'induction développé dans le fil.

Ces trois expériences, les deux premières surtout, sont si remarquables et m'ont paru tellement extraordinaires, que j'ai essayé de les répéter. Les résultats n'ayant pas répondu à toutes ces prévisions, je suspends néanmoins mon jugement jusqu'à ce que j'aie pu les reproduire dans des conditions qui ne pourront me laisser aucun doute sur leur identité complète avec celle du physicien américain.

En électricité, il faut si peu de chose pour altérer les conditions d'expériences, et ce peu de chose est souvent si difficilement saisissable, qu'on ne saurait procéder avec trop de soin et de prudence, lorsqu'il s'agit d'établir un fait. De là, dans cette science, la nécessité constante d'une pratique expérimentale qui déroute souvent, en les contrôlant, les expériences de cabinet.

Lorsque l'électricité atmosphérique orageuse agit directement, le phénomène se produit par un éclair ou par un coup de foudre. Un éclair peut frapper directement le fil électrique, au point de détruire les organes sensibles de l'appareil récepteur, de fondre le fil conducteur, de blesser les employés se trouvant non loin de ce fil, de renverser, fondre ou briser même les poteaux télégra-

phiques et voici comment : Si un nuage orageux se forme dans l'air et qu'il soit poussé par le vent dans une certaine direction, il agira sur tous les corps, sur la surface de la terre, dès l'instant qu'ils se trouveront dans sa sphère d'activité; mais cette action sera beaucoup plus intense sur les corps les plus élevés, sur les corps bons conducteurs et surtout sur les métaux. Il décomposera l'électricité naturelle de tous ces corps, en attirant celle contraire à la sienne et en repoussant l'autre de même nom. Cette attraction naturelle pourra acquérir une tension suffisante pour abaisser le nuage orageux. Si donc il se trouve sous un nuage orageux une station télégraphique ou électrique quelconque, à laquelle aboutit un fil conducteur souvent très-long, ce fil et les poteaux qui le supportent étant relativement éloignés d'autres corps et se trouvant parmi les plus élevés, seront par suite les plus exposés. Or, ce fil bon conducteur est en communication directe avec la terre humide par l'appareil récepteur; d'un autre côté, les poteaux devenus conducteurs par l'influence du nuage orageux sont également en rapport avec la terre, par leur enfouissement dans le sol; il en résulte que fil et poteaux représentent une sorte de système de paratonnerre qui satisfait à toutes les conditions nécessaires pour attirer du nuage orageux (s'il est suffisamment abaissé), sur le fil télégraphique, un gros éclair qui effectuera les dégâts ou une partie des dégats indiqués plus haut.

Lorsque c'est un coup de tonnerre qui frappe directement un fil conducteur, la foudre agit alors avec toute sa violence et produit en général des dévastations plus étendues et plus terribles que dans le cas précédent d'un éclair tombé sur le fil. Mais il en est parfois autrement; ainsi, fait bizarre, en juillet 1847, entre Kindberg et Krieglach (Autriche), la foudre fracassa trois poteaux, sans endommager le fil électrique qu'ils supportaient.

Effets de l'électricité atmosphérique orageuse sur les fils conducteurs électriques souterrains et sous-marins. — Les nuages orageux et la foudre n'exercent guère d'influence immédiate sur les conducteurs souterrains et sous-marins et leurs effets ne peuvent se comparer à ceux qu'ils produisent sur les fils aériens. Néanmoins cette influence existe et dans mon ouvrage intitulé :

Recherches sur la télégraphie électrique, Liége, 1853, j'ai prouvé par la théorie et par des renseignements pris au bureau des télégraphes à Berlin, en 1851, que les orages ont sur les fils télégraphiques souterrains une influence assez notable pour qu'il convienne ou du moins qu'il soit préférable de les supprimer, sauf dans quelques cas particuliers et pour des raisons majeures.

Quant aux fils sous-marins, les orages et la foudre n'agissent pas directement ou fort peu sur les câbles, mais ils ont une action sur les fils et sur les appareils établis à la surface de la terre et en communication métallique avec l'âme (fil de cuivre conducteur) du câble. Le fluide électrique, ou le courant-foudre, s'il m'est permis de m'exprimer ainsi, agit dans ce cas comme le courant d'une pile, à cette différence près qu'il pénètre avec une grande tension dans l'âme du câble et qu'en s'y propageant il agit en même temps latéralement par induction. Alors, aussitôt qu'il rencontre la moindre petite partie faible ou excentrique dans l'enveloppe de gutta-percha, dont il peut vaincre la résistance, il s'y jette, la traverse et va se perdre dans la mer, en mettant ainsi le câble hors d'usage.

C'est ainsi que périt le câble de l'île de Jersey. Un coup de foudre ou peut-être même seulement un gros éclair frappa le conducteur aérien de l'île; une partie de l'électricité pénétra dans l'âme du câble, parcourut environ 21 $\frac{1}{2}$ milles et s'échappa alors au travers de l'enveloppe de gutta-percha dans la mer, en endommageant le câble au point de le rendre impropre à servir.

§ V

Cinquième cause perturbatrice.

—

AURORES POLAIRES, BORÉALES ET AUSTRALES.

Ces phénomènes sont rares dans nos climats. Lorsqu'ils se présentent, ils affectent quelquefois avec une grande énergie la boussole aimantée et les fils électriques conducteurs en y déve-

loppant des courants d'induction. Ils exercent leur action, tantôt dans un sens, tantôt dans un autre. Les courants des aurores boréales se propagent par onde d'intensité variable et changent toujours de polarité à chaque onde.

Le vif intérêt que présente l'étude de ces magnifiques phénomènes et l'extrême influence qu'ils peuvent exercer pendant leur durée sur les fils conducteurs de l'électricité, m'engagent à exposer ici les principales questions scientifiques qui s'y rapportent afin de faire bien comprendre d'où provient leur action nuisible. Je ferai voir notamment que ces phénomènes *sont des phénomènes terrestres* et *non cosmiques*, et que leur origine est électrique; j'indiquerai comment ils se développent et comment enfin, lorsqu'ils parviennent à acquérir une grande intensité, ils deviennent des causes perturbatrices graves dans la marche des appareils télégraphiques qui sillonnent aujourd'hui pour ainsi dire le monde entier.

L'origine des aurores polaires, boréales et australes est due à un phénomène atmosphérique ou terrestre et non cosmique, et leur nature est électrique. — Il n'y a plus à avoir de doutes sur cette question. M. Biot a observé lui-même les aurores boréales aux Iles Schetland en 1817 et il a reconnu que les arcs et les couronnes de l'aurore ne participent nullement au mouvement apparent des astres d'orient en occident, preuve qu'ils sont entraînés par la rotation de la terre. M. Biot a aussi constaté que la lumière de l'aurore boréale n'est point polarisée; mais nous savons actuellement qu'elle est susceptible de le devenir, puisque M. Macquorn Rankine l'a polarisée, par la réflexion sur l'eau.

Une preuve des plus concluantes sur la nature électrique des aurores polaires consiste dans l'action que nous voyons toujours être exercée sur l'aiguille aimantée par l'apparition de l'aurore boréale. En effet, d'après M. de la Rive, dans la journée qui précède la nuit, où doit apparaître une aurore boréale, la déclinaison de l'aiguille à l'ouest est toujours sensiblement augmentée de 10, de 20, de 30 minutes et même plus.

Au milieu et à la fin de l'apparition, l'aiguille dévie au contraire plus à l'est qu'elle ne devrait le faire dans son état normal.

Enfin l'aiguille éprouve souvent pendant la période du phénomène, des oscillations irrégulières dont l'amplitude peut être de quelques minutes de degré.

Explication de l'origine ou de la nature électrique des aurores polaires. — Dans les régions tropicales l'eau de mer s'évapore, comme nous savons, abondamment et avec beaucoup d'activité; les vapeurs qui en résultent emportent avec elles l'électricité positive, montent à des hauteurs assez grandes, se replient ensuite des deux côtés de l'équateur et sont transportées vers les pôles du globe terrestre, en s'abaissant de plus en plus à mesure qu'elles s'avancent vers les latitudes les plus élevées. Là l'électricité positive des nuages peut se combiner avec l'électricité négative du globe terrestre, au moyen de l'humidité plus ou moins grande dont sont imprégnées les couches d'air inférieures. Si ces combinaisons des deux électricités peuvent se faire sans difficulté, il ne se passe aucun phénomène extraordinaire; mais si pendant des temps très-secs, dans les régions polaires, l'air ne conduit presque pas l'électricité, alors l'électricité positive qui vient de l'équateur ne pouvant plus passer dans la terre s'assemblera et s'accumulera près du pôle; elle acquerra une haute tension, et se lancera dans l'espace aérien où elle se déversera dans les régions élevées d'air raréfié en y provoquant des phénomènes semblables à ceux que nous produisons dans nos cabinets de physique, mais avec cette différence que leur puissance est infiniment plus énergique,

On comprend sans peine que dans des moments pareils, où le courant terrestre est totalement ou en partie interrompu soit pour un temps court, soit pour un temps plus ou moins long, des perturbations violentes doivent se produire dans le passage régulier du courant électrique cheminant par la terre du nord au sud, et que, par suite, l'influence dudit courant terrestre devra se manifester d'une manière toute spéciale pendant la durée de grandes et puissantes aurores polaires.

De violentes décharges entre l'électricité négative du pôle de la terre et l'électricité positive de l'air suivant la plus ou moins grande quantité de vapeurs, se répètent itérativement avec accom-

pagnement d'une vive lumière. Des particules très-ténues de glace qui se trouvent près du pôle, formant comme une espèce de brume, deviennent lumineuses par la transmission de l'électricité. La portion de cette brume lumineuse la plus rapprochée du globe terrestre et par conséquent des régions polaires est un véritable conducteur mobile, traversé par une succession de décharges et attiré par le pôle de la terre, comme le sont les jets de lumière électrique par le pôle d'un électro-aimant, dans la belle expérience que nous devons à M. de la Rive.

L'origine et la nature électrique des aurores polaires sont par conséquent clairement et nettement établies.

Quant au développement complet d'une aurore boréale, je ne puis mieux faire que de fournir à mes lecteurs l'occasion de lire ou de se rappeler l'admirable description que l'illustre M. de Humboldt a faite d'un de ces phénomènes dans le *Cosmos*. Il s'exprime en ces termes :

« Une aurore boréale est toujours précédée de la formation à » l'horizon d'une sorte de voile nébuleux qui monte lentement » jusqu'à une hauteur de 4, à 6, à 8 et même à 10 degrés. C'est » vers le méridien magnétique du lieu que le ciel, d'abord pur, » commence à se rembrunir. A travers ce segment obscur, dont » la couleur passe du brun au violet, les étoiles se voient comme » à travers un épais brouillard. Un arc plus large, mais d'une » lumière éclatante, d'abord blanc, puis jaune, borde le segment » obscur. Quelquefois l'arc lumineux est agité pendant des heures » entières, par une clarté d'effervescence et par un continuel » changement de forme avant le lever des rayons et des colonnes » de lumière, qui montent jusqu'au zénith. Plus l'émission de » lumière est intense, et plus vives en sont les couleurs, qui, » du violet et du blanc bleuâtre, passent par toutes les nuances » intermédiaires, au vert et au rouge purpurin. Tantôt les » colonnes de lumière paraissent sortir de l'arc brillant, mélan- » gés de rayons noirâtres, semblables à une fumée épaisse, tantôt » elles s'élèvent simultanément en différents points de l'horizon; » elles se réunissent en une mer de flammes dont aucune pein- » ture ne saurait rendre la magnificence, car à chaque instant, de

» rapides ondulations en font varier la forme et l'éclat. Le mou-
» vement paraît accroître la visibilité du phénomène. Autour du
» point qui répond, dans le ciel, à la direction prolongée de
» l'aiguille d'inclinaison, les rayons paraissent se rassembler, et
» former la couronne boréale. Il est rare que l'apparition soit
» aussi complète; mais quand celle-ci paraît, elle annonce tou-
» jours la fin du phénomène. Les rayons deviennent alors plus
» rares, plus courts et moins vivement colorés. On ne voit bien-
» tôt plus sur la voûte céleste que de larges taches nébuleuses
» immobiles, pâles, ou d'une couleur cendrée; elles ont déjà
» disparu que les traces du segment obscur, par où l'apparition
» débute, persistent encore à l'horizon. »

Explication des perturbations qu'éprouve la marche des appareils télégraphiques et autres, pendant la durée des aurores polaires intenses. — Ces causes nuisibles sont produites par des courants galvaniques induits dans les fils électriques conducteurs et ces courants induits ont pour inducteurs des courants circulant à peu près des pôles de la terre vers l'équateur. — Les courants telluriques dirigés des pôles vers l'équateur ne sont pas hypothétiques; plusieurs observateurs en ont constaté l'existence; d'ailleurs ils me paraissent être une conséquence directe de ce courant positif dont nous avons déjà parlé et qui, dû à l'évaporation de l'eau de mer dans les régions tropicales, s'élève dans la zone torride, et est emporté par les vapeurs vers les régions polaires et au pôle boréal même où il se combine avec le courant négatif de la terre. Maintenant il est tout logique d'admettre que ce courant, traversant la masse intérieure du globe terrestre, développe par induction dans la partie superficielle et solide de la terre un courant qui, à son tour, agira sur le fil électrique conducteur placé à peu près dans le méridien magnétique, et développera un courant d'induction de même sens que celui induit dans le même conducteur, par le courant qui chemine continuellement, à peu près du pôle à l'équateur. Ces courants conspirent donc pour faire naître un courant induit dans le fil conducteur télégraphique. Mais sont ils les seuls qui agissent de la sorte?

L'action magnétique du soleil sur la terre n'est plus, à mon

avis, une hypothèse, il agit sur celle-ci par induction, et y développe de la même manière des courants à peu près parallèles à l'équateur et dirigés de l'orient vers l'occident. Ces courants constituent le fond, la base de la théorie du magnétisme terrestre d'après le R. P. Secchi et M. de la Rive qui s'occupent tous deux, avec autant de succès que de persévérance, des phénomènes magnétiques de notre globe. Eh bien, quoique ces courants soient perpendiculaires, ou à peu près, aux courants polaires, et par conséquent mal situés pour agir sur ces derniers, ne pourrait-il pas résulter de leurs actions réciproques une modification telle que les courants polaires fussent renforcés? A l'appui de cette opinion que j'émets, remarquons d'abord que pendant son mouvement annuel, la terre change notablement de position par rapport au soleil, et par suite les courants en question sont loin d'être perpendiculaires les uns aux autres pendant la partie la plus longue de l'année; de plus, la théorie des phénomènes électro-dynamiques nous montre beaucoup de phénomènes produits par l'action réciproque des courants, même rigoureusement perpendiculaires les uns aux autres; mes nombreuses expériences faites à ce sujet m'ont, depuis longtemps, donné cette conviction, aujourd'hui généralement admise. D'ailleurs, il ne s'agirait dans le cas actuel que d'une action suffisante pour faire tourner un peu les molécules ou l'éther qui les enveloppe, dans leurs positions. Au surplus, quand même la modification dont il s'agit n'aurait pas lieu, toutes les explications données plus haut sur l'existence et la direction des courants polaires et des courants parallèles, subsisteraient intégralement.

§ VI

Sixième cause perturbatrice.

—

COURANT DE DÉCHARGE.

Lorsque le courant positif d'une pile, dont le courant négatif communique avec la terre, est lancé dans l'âme ou conducteur d'un câble sous-marin en rapport métallique avec le sol par le

récepteur placé à l'extrémité opposée, il se propage et se manifeste même presque immédiatement à la station d'arrivée, mais il est trop faible pour produire un effet sensible. Cet affaiblissement tient à ce que, en avançant, il agit tout autour latéralement par induction sur l'eau de mer, au travers de la couche isolante; il attire l'électricité négative qui l'attire à son tour et en retient une partie, l'autre partie continue à avancer dans l'âme du câble, mais la même action latérale continue aussi à se produire successivement sur toute la longueur du conducteur; ce n'est que quand cette sorte d'immense bouteille est entièrement chargée que le courant peut enfin s'écouler d'une manière continue par le récepteur, y donner un signal distinct et passer dans la terre.

Pour décharger le conducteur on met le manipulateur en contact avec la terre; aussitôt la décharge a lieu et l'électricité dissimulée, redevenant libre, se divise en deux : une partie s'écoule dans le sol par le récepteur, et l'autre partie retourne dans la terre par le manipulateur. C'est cette dernière partie que l'on nomme *courant de décharge* (ou parfois *de retour*), qui offre des difficultés énormes et presque désespérantes au premier abord, parce qu'elle neutralise le courant destiné à produire un second signal, ou pour mieux dire, parce qu'elle s'oppose à sa propagation en l'arrêtant. On comprend donc facilement qu'un certain temps se passe avant que le câble soit chargé et qu'un signal soit produit à la station d'arrivée; on conçoit de même qu'il se passe un autre temps fort sensible avant que le câble soit déchargé et que l'on puisse émettre un nouveau courant. Ces deux particularités diminuent considérablement la rapidité de la transmission par les câbles sous-marins, mais d'autant plus qu'ils sont plus longs. Ces mêmes particularités se présentent dans les câbles souterrains et même sur les lignes aériennes lorsqu'elles sont très-étendues, toutefois à des degrés beaucoup plus faibles.

§ VII

Septième cause perturbatrice.

—

COURANT DE RETOUR.

On constate encore un autre courant nuisible, proprement appelé courant de retour, courant qui complique et retarde la transmission des signaux télégraphiques. Voici comment : quand le récepteur se compose d'un électro-aimant et qu'au poste de départ on interrompt le courant, il se développe dans les spires du fil conducteur un extra-courant de même direction que le courant de ligne, c'est-à-dire que le noyau de fer, en se désaimantant, réagit sur le fil et qu'il en résulte un courant d'induction de même sens. Ce courant d'induction s'écoule dans la terre par le récepteur. Mais il arrive que sur de longues lignes, les choses se passent différemment : le courant se divise en deux comme le courant de décharge dans les câbles sous-marins : une partie s'écoule dans la terre au poste de réception, et l'autre retourne à celui de départ en exerçant la même influence nuisible que le courant de décharge à l'intensité près.

Je ne parlerai pas des effets de l'extra-courant inverse et de l'extra-courant direct, ni du courant d'induction, lesquels courants retardent et limitent notablement le développement du magnétisme utile des électro-aimants, parce que leurs résultats nuisibles continuent à subsister également avec le renversement du courant électrique; je me bornerai seulement à signaler ce fait qu'ils sont amoindris, et disparaissent plus promptement en appliquant mon système.

§ VIII

Huitième cause perturbatrice.

—

POLARISATION GALVANIQUE.

Si dans le circuit d'une pile électrique il se trouve des liquides, des dissolutions contenant des corps de différentes natures en contact avec des corps et des lames métalliques, le courant électrique les décomposera; les éléments ou corps simples provenant de cette décomposition se déposeront sur les surfaces métalliques, et se combineront chimiquement avec ces lames ou bien ils y adhéreront mécaniquement avec une force de cohésion plus ou moins grande; dans les deux cas les surfaces métalliques seront entièrement altérées; l'hydrogène, par exemple, provenant d'une décomposition d'eau, adhérera à la lame de cuivre (pôle négatif), diminuera sensiblement la circulation du courant en l'empêchant de parvenir en contact avec la lame métallique; en même temps il se produira par la réaction de l'hydrogène sur le cuivre de la lame un courant de sens contraire, qui affaiblira de nouveau l'intensité du courant principal. Le phénomène que nous venons d'exposer est connu sous le nom de *polarisation galvanique*, ainsi que je l'ai déjà dit.

§ IX

Neuvième cause perturbatrice.

—

ÉTINCELLE ÉLECTRIQUE.

L'étincelle électrique est produite par l'interruption du courant principal qui circule dans un circuit fermé; elle est d'autant plus intense que le courant principal de la pile est plus énergique, et réciproquement d'autant plus faible que ce courant est lui même

plus faible. L'étincelle est en général fort difficile à combattre dans les appareils électriques, surtout dans ceux qui exigent une grande intensité de courant. — Lorsqu'on a un appareil sous les yeux et qu'on est maître de presser le conducteur mobile contre le conducteur fixe, comme dans un manipulateur du télégraphe Morse, on n'évitera pas, il est vrai, la formation de l'étincelle au moment de l'interruption et du rétablissement du courant pour la transmission des signaux, mais on pourra voir si les contacts sont oxydés, au lieu d'être dans l'état de propreté nécessaire. Tandis que si le courant doit agir à de grandes distances ou faire marcher simultanément à distance plusieurs télégraphes ou horloges électriques, la chose est autrement grave et difficile.

Je crois devoir faire remarquer, en terminant ce sujet, que si parmi les causes perturbatrices que je viens d'énumérer il en est qui sont particulières aux applications de l'électricité, nécessitant des conducteurs extérieurs très-longs, tels que les télégraphes et les horloges électriques, il y en a qui sont inévitables et générales à tous les genres d'applications du courant électrique.

SECTION IV.

Destruction ou neutralisation des causes perturbatrices et nuisibles décrites dans la section III. — Exposition des avantages dus à l'application de la théorie du Principe du Renversement alternatif du Courant électrique dans les électro-aimants de M. Gloesener. — Importance du système Gloesener à armature aimantée.

Il convient d'abord d'établir que certains avantages importants du *renversement alternatif du courant, que j'ai effectué le premier dans les électro-aimants* (1), sont déjà obtenus dans son renversement par la seule attraction successive; mais que les autres, dont on appréciera bientôt toute la portée, ne sont produits que par la supériorité de mon système du renversement par attraction et répulsion simultanées et conspirantes, basées sur le principe de la solidarité de ces mêmes effets.

Ce point fixé, ces avantages peuvent se diviser de la manière suivante :

1° *Avantages dus à la destruction ou à la neutralisation des causes perturbatrices et nuisibles, générales à tous les genres d'applications du courant électrique.* — Ces avantages sont communs, *en partie,* au renversement par la seule attraction du courant, et, *en partie,* au renversement par attraction et répulsion simultanées de mon système.

2° *Avantages divers dus à l'emploi de mon système du renversement alternatif du courant avec armature aimantée.*

3° *Avantages spéciaux dus uniquement à l'application de mon principe du renversement alternatif du courant, comme force motrice nouvelle alternative, par l'emploi du courant négatif, utilisé comme le courant positif (direct).*

Plusieurs avantages de la première catégorie se combinent,

(1) Voir page 7.

ainsi que certaines causes perturbatrices, de telle façon que, pour éviter des redites inutiles sur les points déjà touchés, je crois être agréable au lecteur en référant soit à l'avantage décrit en détail pour les développements de celui que je décris en abrégé, ce dernier étant plus ou moins une conséquence du premier, bien que produisant un effet distinct, soit à la cause perturbatrice qui s'y rapporte, et réciproquement pour les causes perturbatrices entre elles.

Les causes perturbatrices dont nous avons exposé les effets si nuisibles sans nombre, et qui sont inévitables dans les applications de l'électricité, sont les unes détruites, les autres neutralisées ou amoindries, toutes combattues avec succès par l'application de mon système du renversement alternatif du courant électrique dans les électro-aimants. Je vais le démontrer en les reprenant dans l'ordre où je les ai indiquées.

1° AVANTAGES DUS A LA DESTRUCTION OU A LA NEUTRALISATION DES CAUSES PERTURBATRICES ET NUISIBLES, GÉNÉRALES A TOUS LES GENRES D'APPLICATION DU COURANT ÉLECTRIQUE.

§ I

Destruction de la première cause perturbatrice.

SUPPRESSION DU RESSORT ANTAGONISTE OU DE RAPPEL.

Dès 1837 (voir section I, § I), j'étais arrivé à construire plusieurs appareils, où, en évitant l'emploi du ressort antagoniste, par l'application du principe du renversement alternatif du courant électrique dans les électro-aimants, que je venais de découvrir, j'avais, du même coup, évité ses inconvénients ainsi que ceux du magnétisme rémanent. Ces appareils étant consacrés à des essais pour la construction d'électro-moteurs puissants, et mes recherches m'ayant démontré l'impossibilité de réaliser cette idée, dans l'état actuel de la science à cette époque, je ne suis revenu à ce point si capital du ressort antagoniste que lorsque je me suis

mis à m'occuper de la question éminemment intéressante de l'application de l'électricité à la transmission télégraphique des dépêches, ce qui, du même trait, m'a conduit à celle de la transmission électrique du temps, dont j'ai trouvé la solution.

J'ai été tout d'abord frappé, comme ceux que leur position ou leurs goûts ont portés vers les études télégraphiques, de tout ce que le ressort antagoniste a de gênant et de défectueux. Rien ne prouve mieux, en effet, la gravité de ses inconvénients, surtout dans les appareils électro-moteurs, que les nombreux efforts faits dans ce but par des savants, des ingénieurs et des constructeurs de tous les pays.

J'ai été le premier à les détruire et cela en supprimant le ressort antagoniste lui-même. Mon système de renversement alternatif du courant, combiné d'après le principe que j'avais découvert, en donnait l'unique moyen.

En 1846, j'ai fait fonctionner à l'Université de Liége un télégraphe et une horloge électrique d'après ce système. En 1848, dans une note du mois de mars, suivie d'un mémoire du mois de juin de la même année, adressés à l'Institut de France (Académie des sciences) (1), *j'ai signalé et proposé l'application de mon principe du renversement alternatif du courant électrique dans les électro-aimants,* premièrement pour *supprimer le ressort antagoniste* ou de rappel dans les télégraphes, les horloges électriques et les électro-moteurs en général, afin d'éviter son réglage et les difficultés et les retards qu'il occasionne; deuxièmement pour *paralyser complétement les effets nuisibles du magnétisme rémanent;* et troisièmement pour *se procurer l'avantage remarquable d'une force motrice nouvelle* qui se trouve inactive et perdue dans le système de l'interruption du courant et que j'utilise au maximum dans mon système du renversement à armature aimantée.

Pour bien comprendre les motifs de l'insuccès de toutes les

(1) Voir *Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Académie des sciences,* t. XXIV, p. 366 à 368. Paris, Bachelier; 1868, et idem, t. XXVII, p. 23.

Voir aussi mes *Mémoires* adressés à l'Académie royale des sciences, des lettres et des beaux-arts de Belgique aux mois de mai, juin et juillet 1850.

tentatives faites pour combattre les effets nuisibles et perturbateurs du ressort antagoniste, il ne faut pas perdre de vue qu'il remplit une fonction indispensable, celle de ramener la palette de fer doux à sa position initiale, après que, attirée par un électro-aimant, elle a agi utilement (afin qu'elle puisse le faire de nouveau), et qu'en outre, le réglage de ce ressort amène des difficultés inextricables. Voyons comment :

Lorsque le ressort est amené à un degré fixe de tension, il est une force constante et conserve, par conséquent, toujours la même énergie; tandis que l'intensité du courant est une force variable, continuellement modifiée par l'action des différentes causes perturbatrices que nous connaissons et qui elles-mêmes varient sans cesse. Il en résulte que le rapport de grandeur entre la tension constante du ressort et l'action magnétique de l'électro-aimant varie nécessairement à chaque moment.

Or, la marche régulière des appareils exige que ce rapport reste toujours le même. En effet, quand le courant est faible et que le ressort est très-tendu, l'électro-aimant ne pourra déplacer la palette aimantée mobile; si, au contraire, le ressort est peu tendu et que le courant soit intense, il ne sera pas en état de ramener la palette à sa position initiale indispensable, après la rupture du circuit, parce que l'électro-aimant l'arrêtera et le retiendra en vertu du magnétisme rémanent qu'il conserve et qui est à peu près proportionnel à celui que le courant avait développé. Il s'ensuit qu'il est impossible que les oscillations de l'armature dans un électro-moteur se fassent promptement, sans trouble et sans irrégularité, à moins que la tension du ressort et la force de l'électro-aimant ne conservent entre elles un rapport déterminé et constant.

Mais comment réaliser ce rapport? La chose paraissait impossible. Il n'y avait qu'un remède auquel il semblait qu'on ne pût songer, la suppression même du ressort. Mes recherches préliminaires m'y avaient en quelque sorte préparé, lorsque, n'ayant pu obtenir de mouvement oscillatoire par les attractions et les répulsions successives (voir section I, § II, pp. 7 et 8), elles me firent découvrir le principe de solidarité des attractions et des

répulsions simultanées et conspirantes de deux électro-aimants sur les deux pôles de nom contraire d'une armature aimantée et réciproquement.

Supprimons maintenant le ressort antagoniste et remplaçons-le par l'action du renversement alternatif du courant dans les électro-aimants des électro-moteurs, télégraphes, horloges, etc.; employons une armature aimantée mobile, ou palette aimantée de bonne qualité d'acier, ayant la même forme et le même poids que les armatures de fer doux en usage dans les appareils semblables où le courant est interrompu, avec ressort antagoniste; remarquons toutefois que l'armature mobile ne doit jamais parvenir en contact avec les électro-aimants, et observons ce qui se passe lorsque le circuit du courant est établi. L'électro-aimant n'a plus à vaincre la résistance d'un ressort tendu : il a seulement à déplacer l'armature qu'il attire, aidé en cela par la répulsion du pôle contraire; par suite le mouvement rapide ou saccadé de cette armature, qui porte l'aiguille ou le levier léger dont la fonction est d'imprimer l'action utile dans les télégraphes, les horloges, etc., se trouve accompli, avec une facilité, une amplitude et une sécurité incomparables. Or, ce grand avantage se reproduit toujours dans chaque appareil, au même degré; car si la force magnétique développée dans l'électro-aimant était supérieure à celle nécessaire à la réalisation du mouvement précité, loin d'être un inconvénient, elle contribuerait, au contraire, à ce qu'il eût lieu avec plus de rapidité, dans les appareils dont la vitesse serait susceptible d'être augmentée.

Au cabinet de physique de l'Université de Liége, j'ai souvent vérifié qu'un télégraphe, marchant lentement avec un élément Daniel, marchait de mieux en mieux en élevant successivement le nombre jusqu'à 30, maximum qu'il ne m'a pas été possible de dépasser, faute d'avoir plus d'éléments à ma disposition (1).

(1) Voir plus loin pour l'emploi en Belgique de mon système d'armature aimantée avec suppression du ressort antagoniste ou de rappel, p. 80.

§ II

Destruction de la deuxième cause perturbatrice.

—

DESTRUCTION DU MAGNÉTISME RÉMANENT.

Le renversement alternatif du courant annule la résistance variable, mais souvent très-grande, du magnétisme rémanent. Par sa destruction presque instantanée, il ne lui laisse pas le temps d'exercer aucune influence nuisible sur l'armature.

Il est évident que, tout en détruisant une résistance dont la variabilité est un inconvénient de plus, le renversement du courant augmente la puissance magnétique de l'électro-aimant de toute la force que celui-ci ne dépense pas à le combattre; il procure donc le double résultat de la suppression d'un obstacle et de l'augmentation de la force motrice. Ce dernier résultat ne se produit pas, comme le premier, avec le renversement du courant par attraction seule, mais uniquement avec le renversement appliqué d'après mon système d'armature aimantée. (Voir au ressort antagoniste pour les détails des effets nuisibles du magnétisme rémanent.)

Les expériences que j'ai faites au Ministère de l'Intérieur à Paris en 1850, en présence de MM. Alexandre, administrateur des lignes télégraphiques, et Bréguet, président du bureau des longitudes (1), ont démontré, d'une manière incontestable, ce résultat important de l'accroissement de la force motrice. J'aurai à revenir sur ces expériences, en parlant des avantages ou *effets nouveaux* uniquement possibles avec mon système d'armatures aimantées.

(1) Voir mes *Recherches sur la télégraphie électrique*, déjà citées, pp. 22 à 27, et mon *Traité général des applications de l'électricité*, pp. 76 à 79 et 515 à 516.

§ III

Destruction de la troisième cause perturbatrice.

DESTRUCTION ET ATTÉNUATION DE L'INFLUENCE NUISIBLE DES VARIABILITÉS DE L'INTENSITÉ DU COURANT.

Nous avons indiqué au § III, section III, plusieurs circonstances occasionnant des variabilités dans l'intensité du courant. Ces circonstances, que leur nature même ne permet pas d'éviter, perdent singulièrement de leur gravité par le renversement du courant; non-seulement il résiste constamment aux influences nuisibles des variabilités produites et les affaiblit sensiblement par son accroissement de force, mais il les empêche de s'accumuler et par là il en atténue déjà les résultats inévitables.

Le même effet du déplacement des molécules du fer et du cuivre, indiqué pp. 31 et 32 comme contribuant à la formation du magnétisme rémanent, est aussi naturellement un motif de variabilités de l'intensité du courant. Cette polarisation (1), dont nous avons parlé, des fils de fer conducteurs, aériens et, à plus forte raison, souterrains ou sous-marins, existe également dans les fils conducteurs de cuivre, et elle les rend tous roides et cassants, à tel point que l'observation microscopique indique toujours, au point de fracture, un changement complet dans l'état moléculaire du métal (2).

Les expériences du célèbre physicien russe, M. de Jacobi, celles de M. Peltier et d'autres, comme les miennes, ont constaté ce fait, et l'on ne sait que trop combien la sûreté et la rapidité des transmissions télégraphiques en sont considérablement

(1) Voir mon *Traité général*, p. 68.

Voir le rapport de M. de Jacobi. Cosmos, tome VI, pp. 345 et suivantes, et ses autres ouvrages.

(2) Voir le *Journal des Télégraphes*, n° 11, 15 octobre 1868. Paris.

entravées. Or, cette polarisation est déterminée par la direction constante du courant dans le même sens, c'est-à-dire qu'elle est une conséquence du procédé même de l'interruption du courant que je propose de remplacer; il en résulte que le renversement alternatif et régulier du courant après chaque émission, en rétablissant l'équilibre troublé dans les molécules du conducteur, empêche cette polarisation de se produire. Il est reconnu qu'en renversant le courant, le changement précité dans l'état moléculaire du métal n'a plus lieu.

Le passage du courant, d'un conducteur à un autre, est aussi rendu plus facile par la direction du courant alternativement en sens contraire; cela semble provenir de ce que, dans certaines actions électro-chimiques des piles, il se produit des oxydations et des dépôts divers près du pôle négatif, si le courant passe dans le même sens, et que ces dépôts sont décomposés et enlevés, s'il passe en sens contraire.

§ IV

Destruction de la quatrième cause perturbatrice.

—

DESTRUCTION ET NEUTRALISATION DE L'INFLUENCE NUISIBLE DE L'ÉLECTRICITÉ ATMOSPHÉRIQUE.

Ainsi que nous l'avons vu section III, § IV, l'électricité atmosphérique non orageuse qui règne habituellement dans l'air, peut agir et agit très-fréquemment sur les fils conducteurs des télégraphes, des horloges électriques, en un mot de tous les appareils exigeant des conducteurs extérieurs, occasionnant dans ces appareils des désordres graves. Lorsqu'elle est faible et en sens contraire, le renversement du courant la détruit complétement; lorsqu'elle est forte, il l'atténue considérablement et, phénomène remarquable, il l'oblige souvent à concourir au même but utile que lui, en l'entraînant si elle suit sa direction.

Il en est de même, à la tension près, dans les effets plus nuisibles encore de *l'électricité atmosphérique orageuse, nuage ora-*

geux, foudre (1), soit qu'elle agisse par *induction*, soit qu'elle agisse *directement*.

Dans le cas où le courant aérien est dirigé en sens contraire du courant voltaïque de la pile motrice, j'ai déjà expliqué, à l'occasion du magnétisme rémanent, comment le renversement du courant peut le détruire. Il paralyse de même toute électricité atmosphérique négative, par son pôle positif et toute électricité positive par son pôle négatif, constamment inversés. Dans le cas opposé, c'est-à-dire si le courant aérien est dirigé dans le même sens que le courant voltaïque, celui-ci, par son impulsion, entraîne le courant voltaïque ou contribue à le faire avancer dans la même direction et tous deux s'unissent en même temps, ou précédés l'un par l'autre si leur intensité diffère, pour produire avec une augmentation de force et une plus grande facilité le résultat demandé à l'appareil.

Dans l'interruption du courant, avec l'électricité atmosphérique on a, en outre, constamment à vaincre la tension du ressort antagoniste, et l'on conçoit le mal sans remède que cette électricité peut faire.

Les choses se passent de même, à l'énergie près, lorsqu'il y a influence des nuages orageux. Parfois l'électricité orageuse frappe avec violence les fils conducteurs et elle peut occasionner

(1) Ne traitant dans ce travail que de l'*importance du renversement du courant électrique*, ce n'est pas le lieu de mentionner l'emploi des paratonnerres dans les services électriques, télégraphiques ou autres. J'ai examiné cette question dans mon *Traité général des applications de l'électricité*, § 2, p. 228, et j'en parlerai dans mon étude sur les paratonnerres. En effet, si le parafoudre *n'attire pas*, comme le paratonnerre, la foudre pour la diriger là où elle ne peut nuire, il a néanmoins ce point de commun avec lui, qu'une fois l'action de la foudre produite, il lui fournit aussi une issue inoffensive, après s'être d'abord interposé à son passage nuisible. Le parafoudre se borne donc à s'efforcer de détourner le danger tout en en laissant subsister la cause, tandis que la supériorité du Renversement du courant électrique consiste, tout en écartant ce danger, à en détruire ou à en atténuer la cause par la combinaison de ses propres molécules avec celles de *l'électricité orageuse* (*nuages orageux, foudre*) *induite ou directe*, produite dans le fil conducteur.

des irrégularités, voire même des avaries; dans ce cas, elle agit *directement*. Parfois, elle développe par *induction*, dans les fils conducteurs, des courants également positifs ou négatifs; alors elle agit indirectement. Le renversement du courant seul lutte toujours contre ces influences nuisibles avec un succès qui varie suivant l'intensité des nuages orageux. Mais les effets perturbateurs ne sont jamais à comparer, comme je viens de le prouver, avec ceux produits dans les appareils disposés pour interrompre le courant et non pour le renverser.

Ce résultat, très-important dans les électro-moteurs télégraphiques, est immense quand il s'agit des horloges électriques soumises sans une minute de répit à ces fâcheux effets. Supposons que le courant voltaïque soit alternativement renversé, que par suite le ressort antagoniste soit supprimé, et que son intensité soit 1, tandis que l'intensité du courant atmosphérique ou orageux, sans être foudroyant, soit 1′, la marche des télégraphes ou l'allure continuelle des horloges ne seront pas troublées, si la valeur de 1′ est telle que la différence $1 - 1'$ soit équivalente à l'intensité d'un courant pour faire marcher parfaitement les appareils interposés dans son circuit.

Le contraire arriverait dans les appareils fonctionnant par l'interruption successive du courant avec le ressort antagoniste.

Une expérience personnelle de plus de quatorze années m'a confirmé ces résultats, sans interruption.

Il faut bien remarquer que dans le cas où l'électricité atmosphérique agit, en produisant dans les horloges électriques soit un courant direct, soit un courant par induction, il y a à considérer trois forces qui agissent : 1° le courant voltaïque; 2° le courant électrique de l'atmosphère; 3° la force ou tension du ressort de rappel dans l'hypothèse de l'emploi de l'interruption du courant voltaïque avec ressort de rappel. Au contraire, dans le système du renversement alternatif du courant il n'y a que deux forces actives, le courant voltaïque et le courant électrique de l'atmosphère. Cette différence dans les deux systèmes est chose de la plus grande importance à considérer, quand il s'agit de faire marcher des horloges au moyen de l'électricité.

Remarquons encore que l'électricité atmosphérique, tant orageuse que non orageuse, est très-variable en durée et en tension. Supposons maintenant que l'influence électrique de l'atmosphère ait une limite de tension, que nous savons, d'après l'observation, être rarement atteinte par elle, même alors qu'elle est orageuse et agit par induction, à moins, toutefois, que le fil conducteur extérieur des horloges ou de l'horloge ne soit frappé directement soit par un gros éclair, soit par la foudre même.

Examinons la marche de deux horloges identiques A et B mues par deux courants *a* et *b* de même intensité, l'une, A avec le courant *a*, interrompu de minute en minute et avec ressort de rappel; et l'autre B avec renversement alternatif du courant *b* et sans ressort de rappel. Le courant *b* développe, conformément à l'expérience, un peu plus de magnétisme dans l'électro-aimant de B, que le courant *a* n'en développe dans l'électro-aimant de A. Représentons le surplus de force par *x*.

Le courant *a* et le courant *b* ont à produire chacun un effet utile qui est le même pour l'un comme pour l'autre. Or, pour le produire, le courant *a* doit vaincre, de plus, la tension du ressort de rappel, la force du magnétisme rémanent dans l'électro-aimant de l'horloge A et l'excès de force que nous avons représenté plus haut par *x*. Par conséquent, la force motrice, c'est-à-dire l'intensité du courant *a* devra être notablement plus grande que celle du courant *b pour produire le même effet utile*. L'avantage d'obtenir le même effet utile avec le courant *b*, qui pourrait être moins intense, parce qu'il n'a pas ces trois forces à vaincre, provient uniquement de mon système du renversement alternatif du courant dans l'électro-aimant de l'horloge B. La durée du contact de la lame-ressort métallique qui amène le courant en contact avec une autre lame-ressort métallique laquelle le reçoit et le transmet dans l'électro-aimant de l'horloge pour en changer la direction un instant après, est plus longue qu'elle ne le serait si le courant était interrompu, et cela procure un nouvel avantage au système du renversement du courant, comme nous le verrons dans un instant.

Le courant électrique de l'atmosphère peut agir en même temps que le courant voltaïque soit avant lui, soit après lui.

Admettons que les courants *a* et *b* aient chacun une force suffisante pour vaincre la tension électrique maxima de l'atmosphère, et examinons les cas suivants :

Cas B*b du renversement alternatif du courant.* — 1° Si le courant voltaïque *b* et le courant électrique de l'atmosphère *c* parcourent simultanément les fils des électro-aimants des horloges ou le fil d'un électro-aimant d'une horloge et qu'ils soient dirigés dans le même sens, ils s'aideront l'un l'autre, sans qu'il en résulte aucune perturbation;

2° Si le courant *b* agit d'abord et qu'il soit suivi du courant *c*, *b* avancera la minuterie d'une minute, et *c* tendant à produire le même effet, n'imprimera aucun mouvement à la minuterie, quelle que soit la tension de *c*, par suite du renversement ou retour du courant;

3° Si le courant *c* agit avant le courant *b*, c'est *c* qui avancera la minuterie d'une minute, et le courant *b* laissera la minuterie en place, quelle que soit la tension de *c*;

4° Si les courants *b* et *c* agissent simultanément et en sens contraire l'un de l'autre, le courant *b* neutralisera le courant *c* et produira ensuite son effet régulier;

5° Si le courant *c* agit en sens contraire et *avant b*, et s'il avance la minuterie, quelques moments après, le courant *b* changera de direction et tendra à produire l'effet que *c* a déjà produit;

6° Si le courant *c* agit en sens contraire et *après b*, la même chose arrivera que dans le n° 5, ce sera *a* qui avancera la minuterie.

Cas A*a de l'interruption successive du courant.* — 1° Si le courant voltaïque *a* et le courant atmosphérique *c* agissent simultanément et dans le même sens, leurs effets s'ajoutent; mais lorsque le courant voltaïque, après avoir produit son mouvement utile, cesse et que le courant atmosphérique continue d'agir, la minuterie avancera de nouveau pendant le temps qu'elle devrait rester en repos par suite de l'impuissance du ressort de rappel à ramener la palette de fer doux à sa place;

2° Si le courant *a* agit d'abord et qu'avant la fin de la même minute agisse le courant *c*, c'est *a* qui avancera la minuterie, mais le ressort de rappel, supposé suffisamment tendu, l'avancera de

nouveau immédiatement après, tandis qu'elle devait rester en place ou immobile pour ne point faire un pas de trop;

3° Si le courant *c*, agissant le premier, avance la minuterie avant la minute écoulée, et s'il cesse avant la fin de cette minute, avant que *a* agisse, le ressort avancera de nouveau la minuterie, et puis le courant *a* l'avançant à son tour, on comprend les irrégularités qui pourront se réaliser;

4° Si le courant *a* et le courant *c* sont dirigés en sens contraire dans le fil du même électro-aimant de l'horloge; qu'ils agissent simultanément, que le courant *a* agisse avant ou après le courant *c*, ou même que ces courants agissent en partie simultanément et en partie l'un après l'autre, la marche régulière de l'horloge ou des horloges, s'il y en a plusieurs, aura toujours à subir des accidents et quelquefois des accidents graves. Aussi les savants, ou constructeurs renommés, l'illustre sir Ch. Wheatstone, M. Bréguet, M. Hipp, ex-inspecteur des télégraphes suisses, qui ont établi des horloges électriques et qui avaient d'abord admis le procédé de l'interruption successive du courant avec ressort antagoniste ou de rappel, ont-ils été forcés de l'abandonner. M. Hipp, habile et intelligent constructeur, qui a placé des horloges électriques, m'a déclaré loyalement qu'il n'avait jamais été satisfait de la marche des horloges électriques, qu'il avait placées, qu'après y avoir remplacé le système de l'interruption successive du courant électrique avec armature de fer doux, par mon système du renversement alternatif du courant dans les électro-aimants avec armature aimantée (1). Le célèbre sir Ch. Wheatstone m'a avoué lui-même qu'il avait d'abord employé dans les horloges le système de l'interruption du courant, mais qu'il avait adopté après le système de renverser le courant alternativement dans les électro-aimants moteurs des horloges, avec armature aimantée.

Remarque générale. — Nous ne pouvons jamais connaître que par l'observation et après que le phénomène a eu lieu, quel était le degré de variabilité, la durée et la limite de la tension de l'influence qu'a exercée l'électricité atmosphérique pour produire

(1) Voir pp. 74 et 75.

le phénomène que nous étudions. Mais nous voulons pourtant et le public exige que la marche des horloges soit régulière, nonobstant l'action et l'influence des causes nuisibles; comment atteindre ce but? Je puis y arriver, excepté, bien entendu, comme je l'ai déjà dit plus haut, dans des cas de perturbations extraordinaires, violentes, mais heureusement rares. A cet effet remarquons 1° que, des trois forces dont nous avons signalé (page 58) l'existence dans le système d'horloges où l'on emploie l'interruption successive du courant électrique et le ressort de rappel, la dernière est une force constante ou très à peu près, et 2° que le ressort réglé à un certain degré déterminé conserve sa tension et s'efforce toujours d'avancer la minuterie quand même aucun des deux courants ne circule dans l'horloge.

Il en est tout autrement dans mon système du renversement alternatif du courant. Lorsque aucun courant ne circule dans l'électro-aimant de l'horloge, la minuterie reste à la place où elle a été amenée précédemment, et rien ne porte à la mouvoir.

Il importe beaucoup, pour faire bien marcher des horloges dans un circuit, d'employer des courants sensiblement, je dirai presque notablement, plus intenses qu'il n'est nécessaire pour les faire bien marcher dans les cas où l'influence de l'électricité atmosphérique est ou nulle ou peu sensible. Or, pour remplir ces conditions, il faudra, sans nulle doute, employer un système d'horloge qui ne demandera aucun réglage, par conséquent le système d'horloges fonctionnant avec courant successivement interrompu ne pourra convenir en aucune manière; le réglage du ressort de rappel deviendrait une opération fréquente à effectuer, et l'exécution, sinon absolument impossible, du moins difficile, pénible et coûteuse par le temps et la main-d'œuvre qu'elle exigera.

Au contraire, le système du renversement alternatif du courant se prête à merveille à remplir les conditions exigées. D'abord il ne demande aucun réglage; une preuve incontestable de ce fait remarquable se trouve : 1° dans les cinq séries d'expériences (voir pages 84, 85 et 86); 2° dans les deux attestations de M. Alexandre, administrateur des télégraphes français et de M. Bréguet.

Ensuite il exige beaucoup moins de force que celui à interrup-

tion du courant (1) parce que le courant qui traverse l'électro-aimant de l'horloge n'a à vaincre ni la tension du ressort de rappel, ni le magnétisme rémanent.

Je me suis étendu sur la destruction de cette quatrième cause perturbatrice parce que son importance est très-grande dans les applications si répandues de l'électricité, exigeant des fils conducteurs extérieurs. Si j'ai pris pour exemple spécial les horloges électriques, c'est parce que, établies au dehors et constamment exposées à toutes les intempéries des saisons, aucun appareil, par suite de sa marche non interrompue nuit et jour, n'est plus sujet à subir les influences nuisibles de l'électricité atmosphérique. Les bienfaits du renversement du courant dans ces exemples sont d'autant plus frappants que l'isolement des horloges et leur élévation dans les rues rendent leur accès d'autant plus difficile pour le réglage du ressort, que mon système supprime.

Relativement à la destruction des effets perturbateurs de *l'électricité atmosphérique orageuse sur les fils électriques conducteurs souterrains et sous-marins*, effets rares qui ne peuvent se comparer, comme je l'ai dit, avec ceux produits sur les fils aériens, on comprend par les explications que je viens de donner comment le renversement alternatif du courant les détruit aisément, sauf dans des cas tout à fait exceptionnels où toutefois il les atténue encore.

§ V

Destruction de la cinquième cause perturbatrice.

—

NEUTRALISATION ET ATTÉNUATION DE L'INFLUENCE DES AURORES POLAIRES, BORÉALES ET AUSTRALES.

Dans les climats tropiques et tempérés, les effets nuisibles de ces phénomènes ne se font pas souvent sentir, ainsi que je l'ai

(1) J'attire l'attention sur la note en bas de la page 84 de la première série d'expériences constatant l'infériorité des meilleurs appareils Bréguet sur un appareil de mon système.

dit plus haut; mais il n'en n'est pas ainsi à de grandes latitudes où ils sont très-fréquents, presque journaliers, même dans les régions polaires.

La tension des courants induits dans les fils télégraphiques pendant la durée d'une aurore est très-variable, et ces courants, comme nous l'avons vu, changent même quelquefois de nature, surtout au commencement de l'aurore, c'est-à-dire que leur électricité, de négative qu'elle était, devient positive et réciproquement. Quoique très-rarement, la puissance d'une aurore boréale peut devenir telle qu'à Cincinnati il a été possible de télégraphier pendant plusieurs heures avec le courant d'induction que l'aurore avait développé dans les fils conducteurs.

Les influences fâcheuses de ces phénomènes sont nécessairement amoindries, comme les courants d'induction des nuages orageux, par l'alternativité du renversement du courant :

1° Lorsque les courants perturbateurs que produit l'aurore boréale sont faibles, ils ne pourront pas empêcher la transmission des dépêches dans le système du renversement alternatif du courant, car on se rappelle premièrement qu'il n'y a aucun réglage à effectuer, secondement que l'appareil où le courant est alternativement renversé, fonctionne avec des courants d'intensités très-différentes; ce qui n'a pas lieu avec le procédé de l'interruption;

2° Lorsque les courants induits ou telluriques (courants induits par le courant de la terre dirigé du pôle boréal vers l'équateur) s'accroissent sensiblement au point de faire coller l'armature à l'électro-aimant, on n'aura encore rien à changer dans la transmission des dépêches ; le courant renversé ayant une force égale au courant émis, il doit pouvoir résister assez énergiquement à cette vive influence. Tout au plus aurait-on à augmenter la puissance du courant renversé, car en renversant le courant alternativement, on peut varier, augmenter ou diminuer le nombre des éléments à volonté! (Voir pages 84, 85 et 86, les cinq séries d'expériences, notamment les expériences de la première série, où le courant, parti de Paris à Bourges, est revenu d'abord par la terre, et ensuite par un second fil, ce qui doublait la résistance que le courant avait à vaincre.) Eh bien, au bureau de Paris, on a varié

successivement le nombre des éléments de la pile, depuis trente éléments jusqu'à sept, nombre absolument insuffisant, et les dépêches ont été transmises sans erreur aucune; cependant la distance entre Paris et Bourges est, aller et retour, de 470 kilomètres. Conformément à ce magnifique résultat, on voit que la correspondance télégraphique ne peut guère être troublée, si l'on transmet avec un appareil qui renverse le courant alternativement en sens contraire, soit que le courant parcoure un seul fil, soit qu'il revienne à la station qui transmet par un second fil. Les résultats qui précèdent s'appliquent à tous les appareils électro-moteurs, comme on doit le comprendre;

3° Enfin, dans les cas extrêmes, bien exceptionnels, puisqu'il paraît que sur des fils électriques se trouvant au-dessous de 30 milles, les aurores polaires sont à peu près insignifiantes ou exercent très-peu d'influence, on peut diviser la ligne nécessaire en plusieurs lignes, renversant le courant dans chacune d'elles. Le courant renversé ayant une force égale au courant émis, il doit pouvoir résister assez énergiquement à cette vive influence.

§ VI

Destruction de la sixième cause perturbatrice.

—

DESTRUCTION DU COURANT DE DÉCHARGE.

Dans les lignes aériennes d'une très-grande longueur, surtout dans les lignes souterraines, la neutralisation du courant de décharge est très-importante, mais dans les câbles sous-marins, cette importance est telle que la transmission télégraphique n'a pu s'y faire qu'en renversant alternativement le courant (1). Ce

(1) Voir le *Rapport de M. Barnard,* président du Collége de Colombie, commissaire des États-Unis et membre du jury international à l'Exposition universelle de Paris en 1867. Après y avoir constaté que le jury n'a pas été convoqué et n'a pu l'être à temps pour examiner les instruments que j'avais

renversement se combine avantageusement avec un contact de terre qui contribue à annihiler complétement dans le câble l'énorme résistance du courant de décharge. Voici de quelle manière je procède : après chaque émission du courant, je mets le fil du câble en contact avec la terre, je renverse le courant, puis j'émets un nouveau courant et ainsi de suite. Le courant de décharge commence à se perdre dans la terre au moment où le contact a lieu, et sa majeure partie, que ce contact ne détruit jamais, est ensuite neutralisée par le renversement du courant. Dans de très-longs câbles où la résistance est beaucoup plus développée que dans ceux d'une longueur moindre, il est bon d'user de la faculté qui existe toujours de prolonger un peu la durée du renversement, on lui donne ainsi plus de temps pour remplir son effet salutaire. Il ressort de cette explication, que le renversement du courant détruisant presque instantanément les obstacles à l'émission d'un nouveau courant voltaïque, il est d'un emploi indispensable pour accélérer la vitesse des transmissions, surtout de celles sous-marines, déjà si entravées.

A l'appui de ce qui précède et pour expliquer clairement comment il est le plus avantageux d'appliquer à la destruction de cette cause perturbatrice si grave le renversement alternatif du courant, je vais indiquer ici ce qui constitue un télégraphe sous-marin et décrire sommairement celui que j'ai imaginé.

On remarquera que ceux en usage emploient le renversement du courant ou courant négatif avec des galvanomètres récepteurs qui n'exigent aucune disposition spéciale, tandis que le mien fait usage d'électro-aimants récepteurs au moyen de mon système à armature aimantée, basé sur la théorie du principe que j'ai trouvé.

exposés et qui avaient été égarés par la Commission belge, il y exprime le » regret que « *le Principe du Renversement du Courant électrique* répandu » dans tout le monde à toutes sortes d'instruments, *principe sans lequel la* » *communication électrique transocéanique serait impossible,* qui est si fécond » qu'on ne peut encore dire tout le grand bien qu'il peut faire et *dont* » *M. Gloesener est l'inventeur et le premier en application, n'ait pas eu un* » *grand prix,* etc. »

Théorie appliquée d'un nouveau télégraphe sous-marin de M. Gloesener.

Un télégraphe sous-marin se compose, comme tout autre télégraphe, d'un *manipulateur*, d'un *récepteur* et d'un *galvanomètre*, pour chaque station. Le conducteur qui réunit la station A qui transmet les dépêches à celle B qui les reçoit est désigné sous le nom de *câble sous-marin*. — Un câble se compose de trois parties distinctes : 1° d'un fil conducteur de cuivre rouge qui transmet le courant, et que l'on désigne sous le nom d'âme du câble; 2° de plusieurs couches isolantes qui recouvrent le fil pour éviter toute perte du courant; 3° d'une armure de dix, douze, etc., fils de fer, de 5 à 6 millimètres de diamètre qui protégent les couches isolantes contre toutes avaries extérieures. Le fil conducteur même est presque toujours formé de plusieurs fils, le plus souvent au nombre de sept tordus en une seule corde. Les sept fils du câble, placé entre l'Irlande et Terre-Neuve, ont chacun $0^{m},002$ et sont équivalents à un seul de $2^{mm},5$ de diamètre. L'isolement du fil conducteur se fait de différentes manières. Par exemple, le câble fabriqué en 1859 se composait d'une corde de sept fils de cuivre, de deux couches de gutta-percha alternant avec deux couches de Chatterton (composition formée d'une enveloppe de chanvre) et d'une armature de dix-huit fils de fer de 1 millimètre et demi de diamètre remplacés aux abords des côtes par neuf fils de fer de 3 millimètres et demi. Le rendement ou la vitesse de transmission d'un câble est proportionnelle à la conductibilité absolue du fil conducteur, et en raison inverse de sa capacité électro-statique. L'augmentation du diamètre du fil de cuivre et celle de l'épaisseur de la couche isolante accroissent la vitesse de transmission, mais cette vitesse ne s'accroît que dans le rapport de la racine carrée de l'épaisseur de la couche isolante, et augmente au contraire proportionnellement à la conductibilité absolue du fil conducteur, toutes choses égales d'ailleurs.

Manipulateur sous-marin. — La théorie d'un bon manipulateur exige qu'il remplisse les conditions suivantes : 1° d'envoyer le courant d'une pile de la station A où il est placé dans un galvanomètre de cette station et dans le câble; 2° de communiquer

ensuite un moment avec la terre; 3° de lancer, l'instant après, un courant négatif dans le câble; 4° de ne pas envoyer de courant quand il est en repos, mais de pouvoir en recevoir venant de la station correspondante B, lequel courant passe par un galvanomètre de cette station B, puis par le récepteur de la station A et retourne par la terre dans la pile à la station B. Les manipulateurs que j'ai combinés pour renverser le courant alternativement dans les électro-aimants de mes appareils télégraphiques et autres réunissent toutes ces qualités. Seulement il n'est utile de faire communiquer le fil de ligne avec la terre avant de renverser le courant que pour les transmissions sous-marines. Je ne m'arrêterai donc pas à la description détaillée de mon manipulateur et j'aborde de suite celle de mon nouveau récepteur, à renversement du courant, nécessaire pour faire comprendre l'importance de son application aux lignes sous-marines si affectées par le *courant de décharge.*

Récepteur sous-marin. — Un axe horizontal en acier trempé très-dur de 8 centimètres de longueur et de 4 à 5 millimètres de diamètre, est supporté sur deux agates fixées dans des trous percés dans des supports verticaux en bronze. Les extrémités de l'axe sont terminées chacune en cône soigneusement poli, très-effilé et ne touchant les agates que par une petite partie d'un rayon fort restreint. A un centimètre de distance de chacun des deux supports je pratique transversalement dans l'axe une fente de 10 millimètres de longueur et de 6 de hauteur; j'introduis dans chacune une lame d'acier trempée dur et aimantée à saturation, percée d'un trou en son milieu et je les attache chacune par une vis. Les pôles des deux lames sont tournés en sens inverse les uns des autres, de façon que le magnétisme terrestre ne puisse exercer aucune influence sur eux; les courses des lames aimantées sont réglées par des vis. Je fixe sous les pôles des palettes aimantées et très-près, à gauche, un électro-aimant à deux branches formé de fils de fer isolés entre eux de 2 millimètres de diamètre, et je place à droite sous les pôles des palettes un électro-aimant tout à fait semblable. Il faut remarquer qu'au moyen de vis on peut rapprocher ou éloigner les électro-aimants des palettes aimantées, en les soulevant ou en les abaissant, et que le courant qui les parcourt

est dirigé de manière que si les pôles qu'il développe dans l'électro-aimant placé à gauche attire les pôles voisins des palettes, l'électro-aimant placé à droite repousse les pôles des palettes qui sont près de lui. Lorsque le courant est renversé, les pôles des électro-aimants qui ont attiré repousseront, et ceux qui ont repoussé attireront; mais, dans les deux cas, il y a attraction et répulsion simultanées et conspirantes des électro-aimants sur les palettes aimantées.

Pour noyau de fer des électro-aimants, je choisis des fils de fer isolés, parce que des courants, même excessivement faibles, y développent plus facilement et plus promptement du magnétisme que dans des noyaux plus ou moins massifs, et de plus j'évite la formation de courants périphériques et nuisibles.

Pour écrire sur une bande de papier des points et des lignes, j'ajuste convenablement sur l'axe de l'appareil une courte tige pointue en aluminium, et je lui fais tracer des points et des traits dans du noir de fumée sur une bande de papier ou sur une couche mince d'un vernis particulier dont j'induis une bande de papier. Le mouvement de cet appareil est extrêmement facile, je puis écrire à des distances très-grandes, mais pourrai-je le faire à la distance de 3,300 kilomètres qui séparent l'Irlande de Terre-Neuve? Je voudrais pouvoir en faire l'expérience. En tous cas, mon appareil pourra servir comme relais et alors je ne doute pas que je n'atteigne mon but d'écrire directement dans les transmissions sous-marines; il pourra aussi servir comme translateur, si l'on ajuste sur l'axe une disposition fort simple propre à recevoir les courants positifs et négatifs d'une batterie locale et à les transmettre alternativement en sens contraire, dans le fil de ligne et le fil de terre d'une autre station. L'appareil que je viens de décrire est éminemment convenable pour l'étude des courants terrestres. Toute personne ayant étudié théoriquement et expérimentalement les questions si intéressantes traitées ici, saisira aisément toute la portée de ce télégraphe sous-marin, sachant en outre que le télégraphe sous-marin employé et qui est du savant professeur Thomson, si intelligemment compris et favorisé dans ses ingénieuses constructions, est un galvanomètre dont l'aiguille aimantée (tellement fine, qu'avec un miroir en acier ils ne

pèsent ensemble qu'un décigramme) est maintenue dans une direction déterminée par un fort aimant artificiel. Pour transmettre la dépêche écrite, ce télégraphe exige en outre à la station de réception l'emploi d'un appareil Morse. Le savant ingénieur Varley, d'autre part, se sert du courant négatif (renversé) avec une seconde pile, non pour produire un signal télégraphique utile, mais uniquement pour le résultat, d'ailleurs capital, de détruire le courant de décharge qui reste dans le câble et qui, sans cela, empêcherait, comme il a été dit plus haut, les communications transocéaniques (1). Il en est de même de M. Siemens.

J'ai encore conçu et construit un autre télégraphe sous-marin, avec lequel on peut écrire double sur deux lignes parallèles, au moyen d'un nouveau galvanomètre qui a deux molettes; ce galvanomètre est recouvert de beaucoup de fil et a *trois aiguilles*. Je suis le premier qui ait employé *trois aiguilles* pour augmenter la force. Dans cet appareil le courant est évidemment trop faible pour écrire à de très-grandes distances, mais il peut être fort utile pour une transmission prompte à des distances modérées ainsi pour que l'étude de scourants terrestres.

§ VII

Destruction de la septième cause perturbatrice.

—

DESTRUCTION DU COURANT DE RETOUR.

Le courant que je désigne ainsi est distinct, comme on se le rappelle, du précédent auquel on donne quelquefois le même nom; je crois inutile, après tout ce qui précède, de répéter, comment le renversement du courant le détruit. Il le combat victorieusement de la même manière et par les mêmes effets que ceux qu'il oppose au magnétisme rémanent, à l'électricité atmosphérique, au courant de décharge, en un mot, à tous les courants nuisibles.

(1) Voir le Rapport de M. Barnard déjà cité, pp. 65 et 66.

§ VIII

Destruction de la huitième cause perturbatrice.

—

DESTRUCTION PRESQUE COMPLÈTE DE LA POLARISATION GALVANIQUE.

Les deux causes nuisibles, c'est-à-dire l'affaiblissement du courant de la pile produit par la couche d'hydrogène *adhérente* à la lame négative de cuivre et le courant *secondaire*, sont détruites à la fois et par conséquent rendues inoffensives, grâce à leur destruction simultanée par le renversement alternatif du courant de la pile : le courant positif ou direct occasionne cette cause perturbatrice et le courant renversé la détruit. L'hydrogène se combine avec l'oxygène pour refaire de l'eau et les dépôts sur la lame négative se dissolvent. Dans des expériences, des études, ou des recherches, on fait disparaître la polarisation galvanique en agitant constamment la dissolution sur laquelle on expérimente; mais dans les applications de l'électricité, on conçoit qu'on ne peut avoir recours à ce moyen.

§ IX

Destruction de la neuvième cause perturbatrice.

—

ATTÉNUATION DE L'EFFET NUISIBLE DE L'ÉTINCELLE ÉLECTRIQUE.

Pour paralyser cette cause nuisible, il faudrait interrompre le courant avant de rompre le contact de deux lames-ressorts, ou interrompre le courant dans le vide, s'il était possible; mais ces moyens, qui ne sont guère praticables, sont d'ailleurs inutiles par le renversement alternatif du courant de la pile; on aura soin de disposer les lames-ressorts en contact de manière que l'une frotte sur l'autre en glissant sur la surface première.

Une expérience de quatorze ans m'a prouvé que ce procédé suffit

parfaitement, puisque pendant ce laps de temps très-long je n'ai jamais eu besoin de changer les lames de contact en platine des lames-ressorts de mon commutateur qui transmet le courant alternativement renversé de minute en minute dans les nombreuses horloges électriques de mon système établies à Liége.

A ce sujet je signalerai encore un fait remarquable. En voulant éviter les étincelles qui se produisent quelquefois dans les horloges électriques par suite d'une solution de continuité dans les fils conducteurs, on avait ajouté, dit M. de la Rive, au mécanisme une petite plaque de platine, qui devait transmettre le courant d'une manière indépendante; il arriva qu'au bout de trois mois la platine était désagrégée (1). Mon expérience sur un circuit d'environ 20,000 mètres m'a prouvé que cet inconvénient ne se produit jamais avec mon système de renversement à armature aimantée.

MM. Becquerel et Ruhmkorff ont constaté, et moi-même je l'avais fait dans mes expériences rapportées à la section I, § I et II, que l'étincelle électrique oxyde les surfaces des corps métalliques et diminue leur conductibilité; cette circonstance ne s'est pas encore présentée dans mon système d'horloges électriques.

A l'égard des *extra-courants inverses* et *directs* et des *courants d'induction*, qui amoindrissent la puissance magnétique des électro-courants, les avantages sont les mêmes. Le renversement alternatif du courant en amoindrit considérablement les inconvénients.

Ces avantages précieux dans toutes les applications scientifiques du courant avec électro-aimants ont une extrême importance dans tous les électro-moteurs et spécialement dans les télégraphes et les horloges électriques, les premiers universellement répandus, et les secondes appelées désormais à l'être.

Il y a une remarque générale à faire en terminant la première catégorie des *avantages dus à la destruction ou à la neutralisation des causes perturbatrices inévitables et générales à tous les genres d'application du courant électrique*, par le principe du renversement alternatif du courant dans les électro-aimants :

C'est qu'en vertu de ce principe, c'est toujours l'électricité elle-

(1) Voir M. de la Rive, Académie des sciences, séance du 7 avril 1856.

même qui détruit le mal qu'elle a produit ou qu'elle développe, le courant négatif, en effet, détruisant ou neutralisant le courant positif ou direct, c'est-à-dire, primitif. Rien de plus naturel et de plus rationnel que cette théorie. Dans le procédé de l'interruption où l'on cherche à corriger les défauts inhérents à l'augmentation de puissance que donnent seuls les électro-aimants, par des voies autres que le renversement du courant, on s'efforce de s'en défendre par des moyens détournés et indirects et par des palliatifs plus ou moins insuffisants, ou bien, et c'est le cas le plus fréquent, on en subit les inconvénients. Outre la supériorité de son action, le principe du renversement du courant est donc le moyen le plus simple, le plus sûr et le seul direct.

2° AVANTAGES SPÉCIAUX DIVERS DUS A L'EMPLOI DE MON SYSTÈME DU RENVERSEMENT ALTERNATIF DU COURANT AVEC ARMATURE AIMANTÉE.

Avant de les examiner, je dois attirer l'attention sur ce fait que ceux des avantages déjà cités qui sont produits par mon renversement par seule attraction, acquièrent une valeur toute spéciale en employant mon système de renversement avec armature aimantée. Cela tient à ce que la force motrice du courant renversé est augmentée, dans ce dernier cas, par la combinaison des forces attractives et répulsives, simultanées et conspirantes dont nous avons exposé les effets (1).

Je ferai encore remarquer que parmi les avantages dus à la destruction des causes perturbatrices et de leurs effets nuisibles que nous venons d'étudier, si les uns ont lieu par le renversement par seule attraction qui exige trois fils et ne convient guère que pour les petites distances, plusieurs autres des plus importants ne sont obtenus que par l'application de mon système du renversement du courant avec armature aimantée qui n'a besoin que de deux fils et s'emploie pour toutes distances.

L'un des problèmes les plus délicats est assurément celui de la *Transmission électrique du temps* au moyen de longs fils conducteurs. Nombre de savants et presque tous les constructeurs

(1) Voir pp. 20 et suivantes.

de télégraphes ou même d'instruments de physique et de chronomètres se sont efforcés de le résoudre; parmi les plus distingués, je citerai MM. Wheatstone, Steinheil, Bréguet, Paul Garnier, Froment, tous n'ont obtenu que des résulats imparfaits, malgré leur talent éminent et leur habileté incontestable. Il est de toute impossibilité, en effet, qu'avec l'interruption du courant et le ressort antagoniste ou de rappel, on obtienne des résultats certains et réguliers. Ce n'est qu'au prix d'une surveillance coûteuse et difficile (nous l'avons fait observer, p. 63), sans même offrir de sécurité, qu'on a essayé d'établir des horloges électriques d'après ce procédé. Telle a été longtemps la cause qui s'est opposée à la propagation de cette curieuse application de l'électricité, destinée à rendre de grands services.

Plusieurs personnes qui en ont eu l'occasion, l'illustre M. Wheatstone (1), M. Bréguet (2), M. Hipp (3) et quelques

(1) Comme membre du jury international à l'Exposition universelle de Paris en 1855. M. Wheatstone, ayant vu mes appareils à renversement du courant dans les électro-aimants, fut très-frappé de mon *système d'armature aimantée*, résultat, je ne puis assez insister sur ce point, de la *théorie* que j'ai reconnue et donnée du *Principe* trouvé dans mes recherches scientifiques. Il me fit l'honneur de l'admirer et demanda même s'il était protégé par des *patents*.

Qu'il me soit permis à cette occasion de rappeler les regrets flatteurs exprimés par ce célèbre physicien à l'éminent R. P. Secchi et consignés par ce dernier dans une attestation relative à mes instruments à l'Exposition universelle de Paris en 1867. « M. Wheatstone a été aussi très-affligé de ce » que vos beaux appareils (égarés par la Commission belge) n'ont pu être » visités et que justice n'a pu vous être rendue, surtout pour le Principe du » Renversement du Courant que vous avez le premier imaginé avec les » électro-aimants et que vous avez appliqué à tant d'ingénieux appareils... »

(Voir l'Attestation du R. P. Secchi. Paris, 1867.)

(2) Voir son Attestation, pp. 97 et 98. Il reconnaît en outre, dans sa correspondance, que je lui ai parlé du Renversement du Courant des années auparavant.

(3) Dans une déclaration écrite, à l'occasion de l'Exposition universelle de Paris, en 1867, M. Hipp, directeur de la fabrique des télégraphes de Neuchâtel, ci-devant inspecteur des télégraphes suisses, m'a dit: « Je peux vous assurer » que c'est à vous que je dois la première notion sur le courant renversé et la

autres, ont mieux réussi, comme nous l'avons dit, lorsque plus tard elles ont essayé d'appliquer mon système de Renversement du Courant dans les électro-aimants; toutefois, soit que les dispositions de leurs organes fixes ou mobiles laissassent à désirer chez certaines d'entre elles, soit qu'elles n'eussent pas compris comme moi, faute de recherches aussi approfondies sur ce point, la valeur théorique du Principe que j'ai trouvé et par conséquent tout le parti qu'on peut tirer de mon système, il ne faut point s'étonner si les progrès, quoique très-notables et proclamant l'importance du Renversement du Courant dans les électro-aimants, n'ont point réalisé en général tout le succès que j'ai su atteindre.

Ce travail scientifique contribuera, je l'espère, à faire apprécier et partant à répandre et à propager tous les avantages que je crois de mon devoir de signaler. Les savants pourront y trouver des conséquences nouvelles à déduire, et les spécialistes profiter et faire jouir des beaux résultats déjà acquis.

Je ne dirai rien ici de *mon horloge électro-magnétique* exécutée en 1846 (1), et je me bornerai à déclarer qu'une longue expérience de l'application de ma théorie me permet d'affirmer que j'ai trouvé la solution vraie du problème de *l'horlogerie électrique*. Je suis prêt à le prouver, non-seulement par de nombreux documents qui le constatent, et par toute expérience qui me sera demandée, mais par la réalisation de mon système établi dans plusieurs villes belges et étrangères, notamment à Liége où soixante horloges électriques distribuent l'heure et la minute depuis quatorze ans dans les différents quartiers de la ville (qui

» suppression du ressort antagoniste, et c'est déjà un bon nombre d'années,
» vu que je me suis voué à la télégraphie depuis plus de vingt ans. »

» En dernier lieu j'ai employé votre système de Renversement du Cou-
» rant dans mes horloges électriques, et, je peux vous le dire, avec une
» telle satisfaction, que je ne saurais le remplacer par un autre moyen. Ce
» système du renversement combiné, comme je l'ai fait, avec une forme
» nouvelle de l'électro-aimant qui permet à l'armature de faire un mouve-
» ment angulaire de 60°, m'a donné la preuve que ces sortes d'horloges
» marchent avec la plus grande sûreté, et, ce qui est bien important, avec
» moins de force d'électricité que tout autre système que j'ai essayé. »

(1) Voir section II, § II, p. 25.

réclament une plus grande extension). Dans ce dernier cas je me suis même trouvé dans des circonstances défavorables particulières, qui m'ont permis de juger de toutes les ressources qu'offre mon système.

Je terminerai l'exposé de l'avantage du système à armature aimantée, appliquée aux horloges électriques, dont l'importance réclame d'ailleurs une étude spéciale, en citant une expérience curieuse et intéressante que j'ai faite. Tandis qu'une très-petite horloge électrique avec interruption et ressort antagoniste de M. Nollet exigeait deux éléments Daniel pour marcher, une de mes horloges de grande dimension en demandait à peine un quart (1).

Des explications qui précèdent ainsi que des expériences citées, il résulte que le système de renverser alternativement le courant dans les électro-aimants exige bien moins de force que celui de l'interruption et par conséquent a besoin de moins d'éléments ou de piles moins puissantes pour produire les mêmes résultats. Ce n'est pas là, à divers points de vues, un de ses moindres avantages.

Les télégraphes électriques, devenus d'un usage presque universel, se trouveraient considérablement améliorés par l'adoption générale de mon système d'armature aimantée en remplacement de l'interruption du courant, et j'espère que ce mémoire contribuera à en étendre l'usage.

J'ai moi-même combiné et construit de *nombreux télégraphes* d'après mon système (2), et ils ont été très-appréciés. Certains constructeurs n'ont pas toujours usé de procédés délicats pour s'emparer de mes idées, notamment en Belgique où j'eusse été fier de conserver mes priviléges d'auteur. J'eusse désiré faire servir au profit de la science des facilités dont je n'ai jamais joui. C'est à mon insu et sans mon consentement que M. Lippens (3) s'est fait de mon invention un moyen pour obtenir la fourniture

(1) Voir aussi l'*Électricité* de M. F. de Castro, p. 430. Paris, Lacroix et Baudry, 1859. MM. Schellen, de Jacobi, Muller et du Moncel.

(2) Voir mon *Traité général des applications.*

(3) Voir mes *Recherches télégraphiques*, pp. 109 à 111, 120 et suivantes, et l'Exposé du Cte du Moncel, pp. 68 et suiv., 2e dit., t. II, Hachette, Paris, 1856.

des télégraphes belges. Sa requête du 4 novembre 1850 au Ministre des Travaux publics, dit en effet : « le principe caractéristique et dominant du système que je propose est celui que M. Gloesener, professeur de physique à l'Université de Liége, a recommandé dans un mémoire à l'Institut de France en 1848. » — M. Lippens avait eu à sa disposition, ce que j'ignorais, un modèle d'appareil qui m'avait été demandé *en service* par le secrétaire de la Commission des télégraphes (1850); j'avais cru, en le confiant au Gouvernement, faire un dépôt sacré!... Ce n'est donc qu'avec beaucoup de peine et des difficultés de tous genres sans nombre, que j'ai fait mes recherches et exécuté mes appareils; les savants étrangers, dont quelques-uns s'occupent spécialement des phénomènes dus à l'électricité, ou d'autres branches de la physique, m'ont soutenu en m'encourageant à persévérer dans un genre de recherches d'un accès difficile, surtout dans les conditions défavorables où je me suis trouvé, recherches et études dont presque seul en Belgique j'ai cherché à parcourir la voie depuis plus de cinquante ans. Si j'éprouve le regret de n'avoir pu réaliser tout ce que je sens qu'il m'eût été possible de faire, j'ose croire néamoins que mes efforts n'ont pas été tout à fait stériles et je ne renonce pas encore à continuer d'essayer à me rendre utile à la science et à mon pays.

Outre mes nombreux *systèmes de télégraphes*, j'ai construit un *chronographe électrique* où mon système de renversement a été éminemment utile (1). Si, depuis lors, j'ai combiné mes appareils, sans y appliquer mon principe, c'est uniquement parce que je suis parvenu à obtenir l'effet cherché, avec une force motrice assez faible pour ne point exiger l'emploi d'électro-aimants; je crois préférable, dans des appareils aussi délicats, d'éviter, autant que possible, les résistances occasionnées par l'énergie même des organes employés. Ceci dit, je répète que si j'eusse conservé les électro-aimants dans mes chronographes, je n'eusse pu le faire avec quelque sécurité qu'en y appliquant mon système de renversement à palette aimantée.

(1) Voir mon *Traité général*, pp. 378 et suivantes, et mon Mémoire présenté à l'Institut de France, Académie des sciences, le 27 octobre 1856.

Indépendamment de l'emploi par le Gouvernement belge de mon système du Renversement du Courant dans les télégraphes à cadrans alphabétiques (1), appareils dans lesquels le constructeur n'a pas su introduire tous les perfectionnements dont ils sont susceptibles, j'en ai construit moi-même *à cadrans* ou *lettres*, *à aiguilles*, *électro-chimiques*, et *à écrire* (2), *dans tous ;* j'y ai appliqué, pour la *première fois*, mon système de renversement à armature ou palette aimantée, c'est-à-dire que *j'ai réalisé moi-même, le premier, ma théorie* (3).

Je mentionnerai encore une *boussole électro-magnétique* pour les communications directes en télégraphie et un perfectionnement dans les sonneries électriques dus au même système.

Des ingénieurs étrangers l'ont appliqué depuis. Je citerai parmi eux MM. Bréguet, à qui j'ai spontanément enseigné mon système, en lui commandant des appareils; Digney, Dujardin et Joly, qui l'ont introduit tous les trois dans un télégraphe imprimeur; les premiers aussi dans des télégraphes à écrire; Allan, dans ses télégraphes écrivants; Varley, Siemens, dans leurs télégraphes; Vinay et Gaussin, dans leurs parleurs ou sonneries ; le comte du Moncel, dans son anémoscope; le P. Secchi, de Florence, a considérablement augmenté la puissance de la bobine de Ruhmkorff en y renversant le sens du courant inducteur, afin de détruire complétement le magnétisme rémanent; il assure, ce qui m'étonne

(1) Voir la lettre du 15 juin 1850 de M. Devaux, me demandant de soumettre mon système d'appareil à la Commission des télégraphes nommée par le Gouvernement belge et dont il était secrétaire, et son Rapport à l'Académie royale de Belgique, 2 août 1851.

(2) Voir la déclaration de M. R.-S. Culley, ingénieur en chef du *Post-office Telegraph* à Londres, 1871, où il dit: « Je puis vous assurer que le renverse-
» ment du courant dans les électro-aimants est du plus grand service en
» télégraphie et que la première suggestion dont j'ai connaissance pour son
» application au télégraphe Morse est faite par M. Gloesener dans son
» ouvrage intitulé : *Recherches sur la télégraphie électrique*, publié en 1853. »
Voir aussi le rapport déjà cité de M. Devaux à l'Académie royale de Belgique, 2 août 1851, pour mon système de Renversement du Courant adapté au télégraphe à écrire de M. Morse.

(3) Voir page 101 la liste des appareils que j'ai imaginés ou perfectionnés en y appliquant mon système de Renversement alternatif du Courant.

même, que la force de l'appareil serait augmentée dans le rapport de 1 à 20 (1), etc., etc.

Ces appareils et bien d'autres encore sont tous perfectionnés par les divers avantages que procure l'application de mon Renversement du Courant et *avec armature aimantée*, que nous avons fait connaître.

3° AVANTAGES SPÉCIAUX DUS UNIQUEMENT A L'APPLICATION DE MON PRINCIPE DU RENVERSEMENT ALTERNATIF DU COURANT, COMME FORCE MOTRICE NOUVELLE ALTERNATIVE PAR L'EMPLOI DU COURANT NÉGATIF UTILISÉ COMME LE COURANT POSITIF (DIRECT).

Si le Principe du Renversement du Courant se bornait à produire les deux catégories d'avantages que je viens d'exposer, il resterait de la plus grande importance, mais là ne se bornent pas les effets que j'en ai tirés. Non content d'employer le courant négatif pour remplacer le ressort antagoniste, pour détruire ou combattre les causes perturbatrices nuisibles, et pour procurer ainsi, avec des courants moins affaiblis, plus d'intensité électrique, quoique les piles soient même moins énergiques, j'ai songé et j'ai réussi à trouver une force motrice nouvelle en employant le courant négatif, comme le courant positif pour produire les mouvements utiles. C'est cette nouvelle force motrice obtenue par l'application de la théorie du Principe du Renversement alternatif du Courant dans les électro-aimants qui est l'origine de tant de remarquables et heureux effets, dont plusieurs ne peuvent uniquement s'obtenir que par l'application du système dont il est la base. Avant de citer quelques exemples de ces effets nouveaux et exclusifs du Renversement du Courant, faisons connaître les causes de cette supériorité de puissance.

Cette seconde force motrice nouvelle est due au même courant initial que je renverse, pour qu'elle ne soit pas inactive, et par suite perdue, comme dans le procédé de l'interruption. Le renversement ou retour du courant qui, en s'effectuant, anime de nouveau l'électro-aimant, donne la vie à cette force latente que je

(1) Voir *Notice sur l'appareil d'induction électrique*, de M. Ruhmkorff, par le comte du Moncel. Paris, Lacroix et Baudry, 1859.

fais servir à la production du même phénomène utile que celle du courant direct. En effet, cette force est d'une puissance et d'une utilité qui lui sont au moins égales.

A cette nouvelle force motrice procurée par l'inversion, c'est-à-dire le renversement même du courant, se joint un accroissement de puissance due à tout ce que le courant direct ne perd plus en vaines résistances à vaincre dans le ressort antagoniste désormais supprimé et dans le magnétisme rémanent presque instantanément détruit.

L'expérience m'a encore prouvé que les procédés mêmes de mon système du Renversement du Courant contribuent à augmenter cette force. J'obtiens, en effet, plus de force motrice avec l'emploi de deux doubles électro-aimants faciles à introduire qu'avec celui d'un seul; on n'ignore pas qu'une quantité de fil de cuivre répartie sur une surface double de fer se trouve plus de deux fois plus près de son noyau, et aura, par conséquent, sur lui, une action d'autant plus efficace qu'elle s'étend, en outre, sur une plus grande quantité de fer. On peut donc télégraphier avec des courants plus faibles à de plus longues distances, que si l'on emploie l'interruption du courant. Indépendamment d'un avantage réel d'économie, l'on sait que les courants faibles éprouvent moins de pertes par dérivation et que les étincelles qui se produisent au passage d'un conducteur à un autre sont moins fréquentes et moins intenses, et, par suite, moins nuisibles et moins oxydantes. En 1853, j'ai pu, avec mon système du Renversement alternatif du Courant, télégraphier de Liége à Verviers et recevoir la réponse, avec une pile Daniell de huit éléments, malgré un orage et plusieurs tunnels que les fils conducteurs ont à traverser; tandis qu'avec un autre télégraphe (1), on n'a pu transmettre de signaux intelligibles, même avec le courant d'une pile de trente éléments semblables aux miens.

Il se développe aussi plus de force magnétique dans un électro-

(1) Construit par M. Lippens qui n'a su appliquer, ainsi que nous l'avons dit, que d'une manière imparfaite mon système dont il s'était permis de s'emparer, sans qu'il y fût autorisé. Les résultats qu'il a obtenus n'ont été avantageux que par la comparaison avec les appareils interrupteurs en usage et non avec ceux de mes appareils.

aimant quand on y renverse alternativement le courant, que si on l'interrompt successivement. Cela résulte des expériences de M. Poggendorff conformes aux résultats que j'ai trouvés moi-même. Des expériences nombreuses m'ont démontré que la puissance motrice de mon système du Renversement alternatif du Courant est double, comme je l'ai dit plus haut, de celle du procédé de l'interruption du courant : 1° On développe, pour diverses raisons déjà mentionnées, une force magnétique notablement plus grande dans le même électro-aimant, lorsque le courant y est alternativement renversé, que lorsqu'on l'interrompt successivement. 2° On gagne une force motrice égale à la tension qu'il faudrait donner au ressort antagoniste pour vaincre le magnétisme rémanent et ramener l'armature ou palette à sa position initiale. M. Poggendorff constate ce résultat par ses expériences (1). Ce savant distingué dit qu'un électro-aimant, dans lequel on fait passer un courant électrique alternativement en sens contraire, porte plus de poids que si ce même courant est interrompu, en le traversant toujours dans le même sens. D'après ses propres expériences, il évalue au double la différence des forces produites dans les deux cas.

En général, les auteurs ou les savants et, à leur exemple, les constructeurs qui traitent de l'interruption successive du courant dans les télégraphes, les horloges ou autres appareils électro-moteurs, regardent le *courant négatif comme n'existant pas sous le rapport de sa puissance utile.* Pour eux, *c'est une force perdue.* Ceux qui changent la direction du courant alternativement dans leurs appareils, l'emploient pour ramener la palette à sa position initiale; quelques-uns le regardent comme un moyen propre à remplacer le ressort de rappel et à détruire le magnétisme rémanent, et ils lui reconnaissent la qualité fort utile de dispenser de tout réglage, par suite de la suppression du ressort, lorsque la transmission des signaux se fait avec le même appareil, dans la même journée, à des distances différentes. Mais on semble généralement ignorer ou du moins personne n'a pensé que par ces propriétés du courant renversé on gagne un surcroît de force égal à la somme de résistance de la tension du ressort de rappel et de celle

(1) Voir *Annales de Paggendorff*, 1852.

provenant du magnétisme rémanent. Je ne veux pas compter ici le temps absorbé par un réglage souvent répété par jour, ni le désagrément de cette opération, quelquefois pénible, puisque des employés non exercés perdent souvent beaucoup de temps à ce réglage, sans y réussir toujours.

Ces qualités du courant négatif ou, en d'autres termes, l'opération de renverser alternativement le courant positif pour profiter aussi de l'action du courant négatif est déjà chose d'une très-grande valeur dans la transmission du courant électrique dans les électro-moteurs. Mais ce n'est pas tout à beaucoup près.

Le courant négatif est une force naturelle comme le courant positif et lui est égal en intensité; car la déviation d'une aiguille aimantée que produit le courant négatif est égale à celle que produit le courant positif.

Le télégraphe Morse, par exemple, peut produire des signaux par l'action du courant négatif comme par celle du courant positif, si la trempe de l'armature aimantée est assez dure pour résister à toute décomposition de magnétisme que le courant négatif tend à y faire. Si, au contraire, l'armature n'était pas trempée très-dur et que le courant fût très-intense, le courant négatif, en même temps qu'il agirait pour repousser l'armature, agirait aussi pour décomposer du magnétisme; si l'armature bien construite est assez légère, elle sera repoussée, mais moins vivement que si le courant négatif ne pouvait réaliser de décomposition de magnétisme dans l'armature. L'armature aimantée est plus près du pôle de l'électro-aimant qui tend à la repousser que de celui qui l'attire; il en est de même dans le système de l'interruption, où la palette de fer doux, qui est aussi éloignée du pôle qui doit l'attirer. Mais dans ce dernier cas, l'attraction perd parce qu'elle doit attirer la palette de fer à distance; comment faire pour que la décomposition n'ait pas lieu? Il faut choisir une bonne qualité d'acier, tremper l'armature d'acier très-dur, l'aimanter à saturation, la choisir légère, avec une épaisseur de 2 à 3 millimètres, empêcher que l'armature ne puisse jamais parvenir en contact métallique avec l'électro-aimant-moteur, faire, si la disposition du système de l'électro-aimant à employer le permet, que l'armature

aimantée, formée de deux légers barreaux réunis au moyen d'une feuille de laiton par leur centre, oscille de manière que le même pôle de l'électro-aimant moteur agisse à la fois par attraction et par répulsion sur les deux pôles nord et sud, appartenant à deux barreaux, et non au même barreau.

Par une disposition très-simple on peut placer deux lames de laiton fort minces, de telle sorte que l'armature les presse et les comprime un peu quand elle est déjà près des pôles de l'électro-aimant et que la réaction de ces lames comprimées ramène l'armature au milieu. Pour atteindre le même but, j'ai imaginé aussi un électro-aimant-galvanomètre semblable à un galvanomètre.

Le cadre est en fer, long d'environ 8 à 9 centimètres, portant deux aiguilles aimantées épaisses de 1 à 2 millimètres, dont les pôles de même nom regardent la même région du ciel; les côtés verticaux du cadre sont en fer doux, comme la base, et portent deux lames de fer qu'on peut rapprocher ou éloigner des aiguilles dont les déviations sont réglées par des vis. Les aiguilles, étant au-dessus et très-près du fil, mais de chaque côté, commencent par tourner et s'approcher des parois de fer; de cette manière l'on évite l'inconvénient de la décomposition du magnétisme de l'armature, l'appareil est très-sensible.

Une longue et constante expérience a confirmé le succès de ces procédés. Dans une armature aimantée réunissant les qualités voulues et préparées dans de bonnes conditions, je n'ai jamais vu se produire le fait contre lequel j'indique le moyen de se prémunir, même dans les appareils les plus exposés.

Toute la supériorité de mon système du Renversement du Courant alternatif sur l'interruption a été aussi confirmée en 1852, à Paris, par cinq séries d'expériences très-remarquables que je crois intéressant de reproduire ici. Elles ont été faites avec une pile Daniel, chez M. Bréguet, président du bureau des longitudes, et conjointement avec lui, sauf celles de la dernière série qui ont été faites au Ministère de l'Intérieur, en présence de M. Alexandre, administrateur des lignes télégraphiques, et de M. Bréguet (1).

(1) Voir leurs attestations à la fin du volume, pp. 97 et 98. Voir aussi celles de MM. Clérac et Joly, pp. 98 et 99.

PREMIÈRE SÉRIE (1).

NUMÉRO D'ORDRE.	NOMBRE des éléments.	RÉSISTANCE ou longueur des LIGNES PARCOURUES en kilomètres.	RÉSISTANCE de chaque ÉLECTRO-BOBINE en kilomètres.	VITESSE par seconde.	MARCHE.	DÉVIATION de la boussole.
1	10 faibles.	0	91	Plus de 1 tour par 1"	Très-bonne.	7° 1/2
2	10	50	»	»	»	6° 3/4
3	5	0	»	»	»	4°
4	5	50	»	Moins de 1 tour par 1"	Moins bonne.	3°
5	10	150	»	Plus de 1 tour par 1"	Bonne.	6°
6	10	300	»	1 tour par 1"	»	4°,30′
7	10	500	»	1 tour par 1"	»	3°
8	16	0	»	1 tour en 0",45	Très-bonne.	12°,45′
9	16	50	»	1 tour en 0",45	»	11°
10	16	150	»	1 tour en 0",50	»	8°,30′
11	16	500	»	1 tour en 0",50	Bonne.	6°,30′
12	16	500	»	1 tour en 0",62	»	5°,30
13	22	1000 à 1200	»	1 tour en 0",50	»	3°,30′
14	16	1000 à 1200	»	1 tour en 1"	Faible.	2°,45

DEUXIÈME SÉRIE.

1	16	1250	»	1 tour en 1",25	Douce.	
2	16	900	»	1 tour en 0",83	Bonne.	
3	22	1250	»	1 tour en 0",83	»	
4	22	900	»	1 tour en 0",55	»	
5	22	925	»	1 tour en 0",55	»	
6	16	625	»	1 tour en 0",40	»	

(1) Les résultats de cette première série ont été obtenus dans des conditions où les meilleurs appareils de Bréguet ne font le même nombre de tours que si la boussole marque 15 à 20 degrés.

TROISIÈME SÉRIE.

NUMÉRO D'ORDRE.	NOMBRE des éléments.	RÉSISTANCE ou longueur des LIGNES PARCOURUES en kilomètres.	RÉSISTANCE de chaque ÉLECTRO BOBINE en kilomètres.	VITESSE par seconde.	MARCHE.	DÉVIATION de la boussole.
1	16	50	50	1 tour en 0″,40	Fort bonne.	16°,35′
2	»	100	»	1 tour en 0″,40	»	14°,45′
3	»	230	»	1 tour en 0″,50	»	10°,10′
4	»	505	»	1 tour en 0″,80	»	5°,7′0
5	»	630	»	1 tour en 1″,25	Bonne.	4°,8′0
6	10	100	»	1 tour en 0″,50	Très-bonne.	10°,35′
7	»	230	»	1 tour en 0″,71	Bonne.	6°,55′
8	5	100	»	1 tour en 0″,25	»	5°,35′
9	22	1100	»	1 tour en 1″,43	Trop faible.	3°

QUATRIÈME SÉRIE.

1	22	150	11000 tours de fil du n° 28.		Fort bonne.	11°
2	16	»	»		»	8°
3	10	»	»		Bonne.	»
4	5	»	»		Insuffisante.	»
5	28	»	»		Supérieure.	15°
6	34	»	»		»	16° 1/2
7	40	»	»		»	18°
8	46	»	»		»	21°
9	10	350	»		Insuffisante.	3° 1/2
10	16	»	»		Suffisante.	5°
11	22	»	»	1 tour en 1″	Très-bonne.	7° 1/2
12	28	»	»		»	10°
13	40	»	»		Supérieure.	12°
14	10	450	»		Insuffisante.	3°
15	16	»	»		Suffisante.	4° 1/2
16	22	»	»	1 tour en 0″,50	Bonne.	6°
17	28	»	»	1 tour en 0″,75	Très-bonne.	8°,45′
18	34	»	»	1 tour en 0,50	Supérieure.	9°,30′

CINQUIÈME SÉRIE.

NUMÉRO D'ORDRE.	NOMBRE des éléments de la PILE BUNSEN.	RÉSISTANCE ou longueur des LIGNES PARCOURUES en kilomètres.	RÉSISTANCE de chaque ÉLECTRO-BOBINE en kilomètres.	VITESSE par seconde.	MARCHE.
1	29 faibles.	234 et 1 parcours égal par terre.	91	1 tour en 0″,50	Très-bonne.
2	20	»	»	»	»
3	15	»	»	1 tour en 1″	»
4	10	»	»	»	Fort bonne.
5	7	»	»	1 tour en 1″,75	Un peu trop faible.
6	8	»	»	»	Beaucoup trop faible.
7	29	470	»	1 tour en 0″,50	Très-bonne.
8	15	»	»	»	»
9	10	»	»	1 tour en 1″	Fort bonne.
10	7	»	»	1 tour en 1″,75	Un peu trop faible.
11	5	»	»	»	Beaucoup trop faible.

Ces expériences n'ont besoin d'aucun commentaire, elles parlent assez d'elles-mêmes; au surplus, on peut voir, p. 25, de mes *Recherches sur la télégraphie électrique* les observations curieuses, remarquables même auxquelles elles ont donné lieu. J'ai fait, au mois de septembre 1867, à Paris, une expérience extrêmement intéressante, également au Ministère de l'Intérieur, où M. le v^te^ de Vougy, directeur-général des lignes, a mis à ma disposition, pendant près de quinze jours, avec un empressement et une grâce dont je suis heureux de lui témoigner ici toute ma reconnaissance, des employés, des appareils et un circuit télégraphique (1). J'étais désireux de voir confirmer par une

(1) Je regrette que diverses circonstances ne m'aient pas permis de profiter de nouveau de l'assurance qu'il a bien voulu me faire réitérer que je trouverais toujours toutes facilités pour faire à sa direction générale mes expériences.

épreuve sur un circuit d'une certaine étendue ce que mes expériences de cabinet m'avaient démontré, c'est-à-dire que l'application de mon système du renversement du courant aux télégraphes à écrire (système Morse) : 1° augmenterait beaucoup leur vitesse ; 2° par suite accroîtrait le rendement même (produit) du fil conducteur ; 3° rendrait les signaux plus nets et plus certains, tout en ajoutant à ces avantages ceux déjà décrits et qu'il procure toujours. Mes prévisions ont été pleinement réalisées (1) ; nous avons même une fois de plus reconnu l'augmentation de force motrice dans l'électro-aimant quand le courant était inversé, la puissance du courant étant la même que lorsqu'il était interrompu.

J'ai eu plusieurs fois l'occasion en parlant des causes perturbatrices et de leurs effets nuisibles sur la marche des appareils exigeant de longs fils conducteurs, et en parlant des avantages que réalise le renversement du courant, de toucher la question si épineuse de la transmission des signaux par des câbles, surtout par de très-longs câbles sous-marins. Je ne puis ici entrer dans tous les développements qu'elle comporte. Je me référerai à ce que j'ai dit à ce sujet et qui a permis d'apprécier une partie de toutes les difficultés qu'elle soulève ; connaissant maintenant le rôle que joue le principe du renversement du courant dans les électro-aimants, on conçoit qu'il est de toute nécessité de l'appliquer aux transmissions sous-marines. Je dis plus, répétant des opinions illustres, telles que celles de MM. de Jacobi, Secchi, Barnard, de l'ingénieur Varley, qui a été chargé de la pose du câble transatlantique avec MM. Thomson et Latimer Clarke, « *sans le renversement du courant, elle eût été impossible.* »

A ce résultat, dû uniquement au renversement du courant, je dois joindre celui d'un télégraphe à écrire double que j'ai imaginé et construit et dont l'exécution repose toute entière sur le renversement alternatif du courant. J'écris sur une bande de papier, soit avec un alphabet abrégé combiné, soit avec l'alphabet Morse ordinaire (ce qui permettrait, s'il était adopté, de mettre

(1) Voir les quatre déclarations pages 97, 98 et 99. Je possède encore les bandes du papier télégraphique constatant ce progrès.

mon appareil écrivant double en correspondance avec tous les appareils écrivant simple). Je n'ai pas (1), quoique écrivant avec deux molettes ou plumes, un seul organe de plus que l'appareil Morse ordinaire, sauf la seconde molette. J'opère en utilisant le renversement du courant pour faire mouvoir la seconde molette, après que la première a marqué un point ou signe, et ainsi de suite, ou après plusieurs points successifs dans un même sens si on le veut. Chaque mouvement du manipulateur ou levier-clef est utilisé, tandis que, dans le télégraphe Morse actuel, il faut deux mouvements pour un signal. La vitesse de transmission de ce télégraphe est double, ou presque double, de celle des télégraphes Morse en usage.

Ce changement constamment alternatif de la direction du courant a été le point de départ du nouveau régulateur électrique des pressions du gaz d'éclairage proposé par M. Giroud. L'aiguille qui indique une augmentation de pression avance dans un sens et s'arrête lorsque la pression est variable; lorsqu'elle diminue elle marche dans le sens contraire. M. Giroud a employé deux aiguilles pour obtenir cet effet, mais une seule eût pu suffir. Un cas analogue a lieu dans le télémètre-mesureur des distances du capitaine Gautier (2).

Les effets nouveaux et impossibles à obtenir sans le renversement régulièrement alternatif du courant dans les électro-aimants sont suffisamment démontrés par ces exemples récents. On a d'ailleurs fort bien compris que ces phénomènes, particuliers à mon système de renversement, sont le résultat, non pas seulement de l'accroissement général de puissance du courant, mais primitivement de celui de son double mouvement utile que j'appelle force motrice nouvelle.

(1) Je puis même appliquer, mais avec une partie de ses avantages seulement, mon renversement du courant aux appareils interrupteurs, ou interrompre avec les miens, ce qui se borne à ne faire qu'un mouvement utile au lieu de deux. On pourrait donc les introduire dans la pratique sans aucune des difficultés qu'offrent souvent les nouvelles inventions et sans augmentation de dépense.

(2) Voir son *Étude sur les procédés de mesurer rapidement des distances*, p. 12. Paris, Baudry, 1865.

SECTION V.

Examen de l'emploi dans le système Gloesener des armatures aimantées et des aimants artificiels. — Faculté de les remplacer par des électro-aimants permanents.

Je ne puis terminer ce mémoire sans toucher la question des armatures ou palettes aimantées et des aimants artificiels, dont je fais usage dans mon système du renversement alternatif du courant dans les électro-aimants.

Une très-longue expérience m'a prouvé que des armatures ou palettes aimantées et des aimants artificiels de grande dimensions, construits avec de l'acier de bonne qualité, trempé dur et régulièrement aimantés, conservent leur magnétisme pendant un grand nombre d'années. Je citerai notamment ce cas que des horloges électriques de mon système, avec palette aimantée, ont fonctionné plus de quatorze ans avec une régularité irréprochable sans qu'on ait jamais eu besoin de les réaimanter.

A mesure que l'usage des aimants se répand dans les instruments de physique, les physiciens acquièrent la conviction que c'est à tort qu'on croit ne pouvoir les employer très-utilement dans une foule d'applications. On ne place guère les armatures aimantées dans des conditions dont elles pourraient souffrir. Au contraire, dans les applications industrielles, les armatures aimantées sont pour ainsi dire toujours en présence du fer doux des électro-aimants. Cependant, que de progrès ne doivent pas la physique et la physiologie à l'emploi du galvanomètre dont les aiguilles légères sont isolées de tout fer! La physique moderne lui doit même un de ses plus brillants succès. J'ai vu fonctionner à Londres, en 1862, au Havre, en 1867, sur le yacht du prince Napoléon, et aux phares de la Hève, la machine magnéto-électrique de la *Compagnie de l'Alliance*, et cela de la manière la plus heureuse, sans que ses aimants artificiels exigeassent d'être réai-

mantés. M. Aug. Berlioz (1), qui dirige cette Compagnie avec un talent et un zèle au-dessus de tout éloge, m'avait prié de me rendre au Havre pour examiner la machine fonctionnant sur le yacht du prince. Là, comme à Londres, j'en ai constaté les heureux effets, confirmés depuis avec éclat par l'expérience des paquebots transatlantiques. Tandis que la machine de M. Holme, d'une construction et d'un soin admirables, ne marchait qu'enveloppée d'étincelles électriques perdues pour la lumière et nuisibles pour l'appareil, *la machine de l'Alliance* donnait, au contraire, une lumière blanche, nette, d'une égale intensité et sans étincelles; depuis plusieurs années les aimants artificiels de cette machine n'avaient pas dû être réaimantés. Cette machine est destinée à rendre les plus grands services, notamment en préservant, en mer et sur les côtes, des collisions si fréquentes. Il est constaté que le succès de cette machine est uniquement dû à l'application du renversement du courant. Voilà certes un exemple mémorable. J'ajouterai celui de M. Haecker, constructeur d'instruments de physique, qui a consommé plus de 1000 livres d'acier de différentes qualités en expériences de tout genre, faites fréquemment sous la direction du célèbre physicien Ohm; il a cru pouvoir déduire, après plus de huit années de longues et importantes recherches, que les aimants artificiels, ou armatures aimantées, construits avec de l'acier de bonne qualité, bien trempé et, comme je l'ai dit, régulièrement aimantés, portent ou nourrissent en eux-mêmes une force magnétique qui ne se consomme pas et avec laquelle ils agissent lorsque leurs pôles sont libres (2). De tout ce qui précède nous pouvons conclure

(1) J'ai appris que M. Berlioz, dont on n'a peut-être pas assez apprécié les éminents services rendus au milieu des plus grandes difficultés, s'est retiré, après avoir annoncé de nouveaux et importants perfectionnements qui consacrent toute la supériorité de la machine de *l'Alliance* sur les autres tentatives de ce genre. Je ne doute pas qu'on ne se souvienne que si c'est à la France que revient l'honneur d'avoir, la première, appliqué la lumière électrique à la marine, c'est à l'intelligente direction, aux efforts persévérants et infatigables de cet homme d'un vrai mérite qu'elle le doit.

(2) Voir *Annales de Poggendorff*, vol. 5.

que les aimants artificiels conservent très-longtemps leur magnétisme, et, d'après mes expériences, surtout lorsque leurs pôles se trouvent très-près du fer doux ou entre deux fers doux et qu'en outre les dimensions des aimants artificiels et celles des électro-aimants ou aimants temporaires sont à peu près les mêmes, comme j'ai toujours soin de les établir dans mes appareils. L'observation apprendra aussi à connaître et à éviter les causes perturbatrices extérieures.

D'ailleurs en supposant même que les aimants artificiels ou armatures aimantées exigeassent parfois d'être réaimantées, cette opération peut se faire très-facilement sur place en quelques minutes. On m'a dit dans les bureaux télégraphiques en Belgique où mon renversement du courant est employé depuis 1851, qu'on n'avait jamais dû réaimanter les armatures ou palettes aimantées des appareils. D'ailleurs on ne peut comparer cette gêne, rare et exceptionnelle, à tous les inconvénients du réglage du ressort antagoniste qui peut, suivant les distances, l'intensité de la pile, etc., devoir être réglé vingt et trente fois par jour; puis, et ce point est décisif, on se priverait, comme dans le procédé de l'interruption du courant, de tous les effets salutaires de mon système du renversement du courant.

En résumé, je crois pouvoir affirmer que l'emploi des aimants artificiels dans les conditions que j'ai signalées plus haut, offre à la science de précieux moyens de recherches pour l'étude des phénomènes et des agents naturels et aux applications industrielles et de la vie domestique, des ressources étendues, commodes et de la plus grande utilité.

Toutefois, on n'est point astreint dans mon système à prendre des armatures aimantées et des aimants artificiels. On trouve, p. 161 de mon *Traité général des applications de l'électricité,* deux moyens, l'un de les remplacer par un fer doux, muni d'un ressort de rappel, en employant mon renversement du courant; dans ce cas, le ressort n'a d'autre fonction que de ramener la palette à sa position de repos et n'a aucune résistance à vaincre. L'autre moyen, infiniment supérieur, consiste à remplacer l'armature aimantée à saturation par un électro-aimant mobile animé par un courant

alternativement renversé. Cette disposition est celle dont je m'étais servi dès 1841 (1) et reste excellente, s'il s'agit de construire des électro-moteurs destinés à produire des effets considérables. Il est même, dans ce cas, moins difficile et moins coûteux de se procurer des électro-aimants d'une puissance magnétique plus grande que celle des plus forts aimants artificiels.

Au lieu d'un fort aimant artificiel ou de deux aimants artificiels fixes et d'un seul électro-aimant mobile, je puis me servir d'un électro-aimant fixe ou de deux électro-aimants fixes, également avec un seul électro-aimant mobile, et je fais passer un courant de même sens dans les électro-aimants fixes, tandis que je renverse le courant d'une autre pile dans l'électro-aimant mobile.

Je puis encore conserver l'emploi d'aimants artificiels fixes et rendre mobile une palette légère de fer très-doux, dans une bobine fixe que j'aimante par un courant circulant dans un fil mince, fort long, qui enveloppe la bobine fixe (voir section III, la neuvième disposition, p. 27); lorsque le courant ne circule pas dans la bobine, l'aimantation de la palette cesse, pour se produire de nouveau, dès que le courant anime de nouveau la bobine.

Pour construire un électro-moteur d'une certaine force, on pourra suivre la méthode suivante, où j'emploie trois fils : je place plusieurs forts électro-aimants du côté A d'une armature de fer très-mobile, et un autre nombre égal d'électro-aimants de l'autre côté B de la même armature; je conduis le courant d'une pile énergique dans les électro-aimants placés du côté A et je le ramène dans la pile par un troisième fil *c*; je conduis ensuite le courant dans les électro-aimants placés du côté B de l'armature et je le ramène dans la pile par le même troisième fil. Je conduis de nouveau le courant dans les électro-aimants du côté A et je le ramène à la pile, puis je le conduis une seconde fois dans les électro-aimants du côté B et ainsi de suite. Le fil qui enveloppe les électro-aimants du côté A et celui qui entoure les électro-

(1) Voir p. 12.

aimants placés du côté B communiquent entre eux. Ensuite le fil A est en contact au point M auquel est soudé le troisième fil *c* qui ramène le courant dans la pile; après qu'il aura parcouru les électro-aimants du côté A, il agit de même après que le courant aura parcouru les électro-aimants du côté B.

Par conséquent, au point M le courant se bifurque en deux parties, la plus forte retourne à la pile et la plus faible passe des électro-aimants du côté A dans les électro-aimants du côté B et réciproquement; cette partie du courant qui est renversée sert à détruire le magnétisme rémanent dans les électro-aimants, tant dans ceux placés du côté A que dans ceux placés du côté B.

Pour obtenir des résultats plus puissants, je dispose plusieurs palettes de fer doux et plusieurs séries d'électro-aimants placés de deux côtés, comme dans AB que je viens de décrire avec le troisième fil *c*.

Comme on le voit, un nombre de combinaisons se prêtent à l'application du Renversement du Courant, indépendamment de celles que l'on obtient avec les armatures aimantées et les aimants artificiels.

CONCLUSION.

Je crois avoir démontré à l'évidence dans cet ouvrage toute l'importance du Principe du Renversement alternatif du Courant dans les électro-aimants. En exposant sa théorie et la supériorité de ma manière de l'appliquer due à la connaissance de la loi à laquelle elle doit être soumise, j'ai eu l'occasion de faire connaître un instrument dont on peut continuer à se servir très-avantageusement pour la démonstration des phénomènes électro-magnétiques et électro-dynamiques (1) et de constater que :

1° *J'ai renversé, le premier, le courant alternativement en sens contraire dans les électro-aimants employés dans tous les électro-moteurs en général ou appareils scientifiques ou industriels quelconques, notamment dans les télégraphes.*

2° *J'ai découvert le principe même qui régit ce renversement alternatif du courant et j'ai donné sa théorie.*

3° *J'ai imaginé un système basé sur la théorie de ce principe et qui seul permet d'en réaliser toutes les conséquences avantageuses.*

4° *J'ai été non-seulement le premier, mais longtemps le seul à en faire ressortir la valeur et à chercher à en répandre l'usage dans toutes les applications scientifiques et industrielles de l'électricité.*

5° *J'ai moi-même, à l'aide de ce principe surtout, amélioré et perfectionné une foule d'appareils.*

6° *J'ai donné occasion d'en construire d'autres qu'on n'aurait pu exécuter sans ce principe, notamment mon télégraphe à écrire*

(1) Voir p. 2.

double sur deux lignes parallèles avec deux molettes ou plumes, le premier *de ce genre en* un seul appareil.

7° *Je suis parvenu à résoudre, toujours au moyen de l'application de ma théorie du principe du renversement alternatif du courant, le problème de l'horlogerie électrique.*

8° *J'ai introduit, le premier, les électro-aimants en remplacement des multiplicateurs, dans les télégraphes à aiguille (système anglais) et accru ainsi sensiblement leur force.*

9° *J'ai construit, le premier, un translateur renversant alternativement en sens contraire le courant d'une batterie locale.*

10° *J'ai combiné, le premier, un télégraphe sous-marin écrivant avec l'électro-aimant à noyau de fils de fer isolés entre eux.*

Je prie ceux qui me feront l'honneur de me lire de ne jamais perdre de vue que rien de tout ce que renferme cet ouvrage, théorie ou applications scientifiques et industrielles, n'offre aucun des caractères d'une hypothèse. Tout a été éprouvé, bien contrôlé, vérifié avec un soin et une sévérité extrêmes, et les résultats que je présente ont subi l'épreuve d'une longue expérience couronnée par un succès théorique et pratique dont les preuves publiques sont incontestables.

En initiant aux ressources nombreuses qu'offre le Principe que j'ai découvert et dont j'ai exposé la théorie en la signalant spécialement à l'attention des hommes de science, et en contribuant à en vulgariser les applications pour arriver à le faire substituer universellement aux procédés, si défectueux à tant d'égards, de l'interruption du courant, je crois rendre, dans ma modeste part, un service à la science et aux applications qui lui sont dues.

ATTESTATIONS.

Télégraphie. — Cabinet des Administrateurs.

« Paris, le 26 octobre 1852.

» Monsieur Gloesener,

» Je suis heureux de pouvoir vous donner l'attestation que dans la soi-
» rée d'hier, de 9 h. à 10 $^1/_2$ h., vous avez experimenté sur un fil de Paris
» à Bourges et revenant de Bourges à Paris (470 kil.), un appareil télégra-
» phique construit d'après votre système. Cet appareil a parfaitement fonc-
» tionné et la palette aimantée placée entre les deux électro-aimants a très-
» bien obéi aux différentes forces d'aimantation produites par des courants
» de diverses intensités. L'aiguille indicatrice n'a cessé de marcher réguliè-
» rement que quand la pile employée a été réduite à un nombre d'éléments
» tels qu'il était réellement impossible que le courant qu'elle pouvait don-
» ner pût vaincre convenablement la résistance d'un aussi long circuit
» (6 éléments de Bunsen peu acidulés).

» Je verrai avec grand plaisir votre système d'électro-aimants appliqué
» aux appareils français, ce sera un véritable perfectionnement.

» Recevez, Monsieur, l'expression de mes sentiments de haute considé-
» ration.

» *L'administrateur-adjoint*,

» ALEXANDRE. »

« Ayant construit un télégraphe d'après les vues de M. Gloesener, c'est-
» à-dire un appareil où le ressort de rappel est supprimé et remplacé par
» une palette aimantée et deux électro-aimants, nous sommes allés l'éprou-
» ver à l'Administration des lignes télégraphiques, et sous les yeux de
» M. Alexandre, l'administrateur, nous l'avons fait fonctionner avec le fil de
» Paris à Bourges, distance 235 kilomètres. La pile employée a varié de
» 20, 15 et 10 éléments, les fonctions se faisant parfaitement.

» Ensuite nous avons doublé le circuit en le portant à 5 kilog.; la pile
» dans ce cas a varié de 29 éléments à 10, 7 et 5.

» Avec 7, l'appareil marchait doucement, mais avec 5 cela était évidem-
» ment trop faible.

» Le manipulateur employé était à clavier, d'après une disposition fort
» simple et fort heureuse due aussi à M. Gloesener ; dans cet arrangement,
» le commutateur est conduit au moyen d'un rouage mû par un ressort, ce
» qui rend cet appareil préférable aux manipulateurs anciens que l'on con-
» duit à la main, parce que la vitesse de rotation imprimée au commutateur
» est toujours la même.

» Les deux expériences ont fait voir qu'un télégraphe ainsi établi pouvait
» fonctionner avec toutes les intensités électriques susceptibles de se ren-
» contrer sur une ligne, sans que l'on soit dans l'obligation de toucher à
» quoi que ce soit dans la machine. Ceci est donc un véritable perfectionne-
» ment.

» Paris, 25 octobre 1852.

» *Le président du Bureau des longitudes,*

» L. BRÉGUET. »

Direction générale des lignes télégraphiques.

« Paris, 25 septembre 1867.

» MONSIEUR LE PROFESSEUR GLOESENER,

» J'ai suivi attentivement les expériences que vous avez faites ces jours
» derniers sur les fils télégraphiques de Paris à Dieppe, aller et retour
» (circuit d'environ 450 kil.)

» Il résulte pour moi de ces essais que le renversement du sens du cou-
» rant à chaque émission augmente la netteté des signaux, et, par suite,
» permet de les produire avec une vitesse plus grande que celle qu'on
» pourrait atteindre en interrompant simplement un courant de même
» nom.

» Ce système, dont vous êtes l'auteur, offrirait l'immense avantage
» d'accroître le rendement du fil.

» J'espère qu'après l'avoir appliqué à l'appareil à cadran, vous pourrez
» aussi en faire profiter l'appareil Morse.

» Veuillez agréer, Monsieur, l'expression de mes sentiments les plus dis-
» tingués.

» (*Signé*) CLÉRAC. »

Direction générale des lignes télégraphiques.

« Je soussigné, Alphonse Joly, agent spécial chargé de la réception des » appareils télégraphiques à l'Administration des lignes télégraphiques, » au Ministère de l'Intérieur, rue de Grenelle, n° 103, déclare avec beau- » coup de plaisir que j'ai fait, conjointement avec M. Glocsener, et le chef » surveillant préposé à l'installation des fils, plusieurs expériences les 16, » 17, 18, 19, 20 et 21 septembre, sur la ligne de Dieppe (aller et retour) » (450 kilomètres de huit à dix heures du soir chaque fois, et que nous » avons renversé tantôt alternativement le courant et que tantôt nous » l'avons interrompu, et qu'en le renversant nous avons constaté avec cer- » titude que les signaux étaient plus nets, plus uniformes et aussi plus » nombreux dans un temps donné, que si nous l'interrompions successive- » ment.

» Paris, le 26 septembre 1867.

» (*Signé*) Alp. JOLY. »

LISTE

DES APPAREILS DIVERS A RENVERSEMENT ALTERNATIF DU COURANT DANS LES ÉLECTRO-AIMANTS IMAGINÉS OU PERFECTIONNÉS PAR L'AUTEUR (1).

—

1. Moulinet horizontal. Voir p. 5.

2. Moulinet et boussole électro-dynamiques. Voir p. 6.

3. — — électro-magnétiques verticaux. Voir p. 6.

4. Modèle d'électro-moteur à interruption, p. 8.

5. — — à deux électro-aimants mobiles et à deux aimants fixes, p. 8.

6. Modèle d'électro-moteur à électro-aimant mobile et à aimant fixe, p. 8.

7. Modèle d'électro-moteur à trois aimants fixes et à trois électro-aimants mobiles, p. 10.

8. Modèle d'électro-moteur à six électro-aimants fixes et à six électro-aimants mobiles, p. 11.

9. Seize modèles de dispositions propres à renverser le courant. Voir pp. 23 à 29.

23. Appareil supprimant le ressort antagoniste et ses inconvénients. Cet appareil, construit dans de grandes dimensions, constituerait un excellent électro-moteur. Il est décrit dans une note adressée à l'Institut de France (Académie des sciences) en mars 1848. Voir le *Traité de télégraphie* de M. l'abbé Moigno, p. 372, Paris 1849, et mes *Recherches télégraphiques*, p. 5.

24. Télégraphe avec multiplicateur à trois aiguilles. Voir *idem*, p. 33, pl. V, fig. 1.

25. Télégraphe avec multiplicateur à trois aiguilles et à un seul électro-aimant. Voir *idem*. Je suis le premier qui ait employé trois aiguilles dans les galvanomètres pour augmenter leur force.

26. Télégraphe avec multiplicateur à trois aiguilles et à deux électro-aimants. Voir *idem*.

27. Télégraphe à aiguille avec deux électro-aimants et armature aimantée. J'ai employé, *le premier*, les électro-aimants à la place d'un multiplicateur, dans le système des télégraphes à aiguille (système anglais); il fonctionne avec renversement et avec interruption du courant à volonté. Voir *idem*, p. 35 et mon *Traité général*, p. 94 (1).

28. Télégraphe à cadran dans lequel l'aiguille indicatrice peut avancer, rétrograder et osciller à volonté. Pour faire avancer l'aiguille, on interrompt le courant successivement; pour la faire rétrograder, on renverse le courant. Voir *idem*, p. 38, pl. VI, fig. 1 et pl. VI, fig. 2.

29. Télégraphe dont le récepteur porte sur trois circonférences les lettres alphabétiques. Les lettres de la deuxième circonférence sont indiquées par un coup de sonnerie et celles de la troisième circonférence par deux coups. L'aiguille avance successivement lorsqu'on interrompt le courant, et lorsqu'on renverse le courant la sonnette résonne. La vitesse de transmission est très-grande. Voir *idem*, p. 42, pl. VII, fig. 1 et 2.

30. Télégraphe synchrone. Le courant y est renversé. Voir *idem*, p. 45, pl. VIII, fig. 1.

31. Télégraphe à cadran avec lettres, mû par un mouvement d'horlogerie, avec touches de clavier, fonctionnant avec renversement alternatif du courant, sans ressort antagoniste. Voir *idem*, p. 57, pl. X, fig. 1, 2, 3 et pl. I, fig. 1.

32. Télégraphe écrivant à l'encre sans relais et sans ressort antagoniste avec renversement alternatif du courant. Le transmetteur de l'appareil est décrit : Voir *idem*, p. 61, pl. XI, fig. 3, 4, 5 et 6 et mon *Traité général*, p. 147, pl. VI, fig. 5 et fig. 5 ^{bis}.

Le second transmetteur très-convenable est décrit pp. 149 et 150, pl. II, fig. 1. Le récepteur est décrit p. 150, pl. VII, fig. 1.

(1) Voir aussi ma brochure sur *le Télégraphe à aiguille perfectionné*. Liége, 1857.

33. Translateur. Ce translateur renverse alternativement le courant d'une batterie locale et le transmet dans un appareil d'une station éloignée. C'est, à ma connaissance, *le premier translateur qui renverse le courant.* Voir *idem,* p. 75 et mon *Traité général,* p. 208, pl. VII, fig. 6.

34. Relais renversant alternativement ou au bout d'un certain temps, le courant d'une pile locale. Voir *idem,* pp. 77 et suivantes, pl. VI, fig. 8 et 9.

35. Télégraphe chimique. Il écrit avec une plume et même avec deux plumes sur la même ligne, par conséquent il écrit double et aussi sans pile locale. Dans les deux cas, il écrit avec renversement alternatif du courant. Voir *idem,* p. 102.

En y ajoutant deux organes, cet appareil est tel que celui qui m'a servi dans mes expériences.

36. Horloge sans pile. Elle fonctionne avec un courant magnéto-électrique et est décrite dans une note adressée à l'Institut de France (Académie des sciences), au mois de mars 1848. Elle est *la première horloge* qui soit basée sur l'action des courants magnéto-électriques et donne les heures, les minutes et les secondes. Elle a fonctionné à l'Université de Liége en 1846. Voir mes *Recherches sur la télégraphie électrique* et le *Traité de télégraphie électrique* de M. l'abbé Moigno, Paris, 1849.

37. Seconde horloge magnéto-électrique construite en procédant de la même manière que dans la première. Elle donne les heures, les minutes et les secondes. Voir le *Traité de télégraphie* de M. l'abbé Moigno, p. 570. Paris, 1849.

38. Pendule magnéto-électrique. Le courant y est alternativement renversé. Voir mes *Recherches sur la télégraphie*, pp. 3 et suivantes, pl. XI, fig. 2.

39. Pendule fonctionnant à l'aide d'un courant voltaïque (1846). Je l'ai perfectionné depuis. Le mouvement du balancier est entretenu par deux électro-aimants ou par un seul, avec un léger aimant qui peut aussi être un barreau de fer fixé sur la tige ou lentille du balancier. Je suis, je crois, *le premier* qui ait construit un pendule avec une disposition semblable. Voir *idem,* pp. 115 et suivantes, pl. XI, fig. 12.

40. Horloge électrique sous forme de pendule et recevant le mouve-

ment d'un pendule à courant voltaïque. Elle a marché pendant plusieurs années à l'Université de Liége.

41. Télégraphes à clavier avec lettres (poste complet).

42. Pendule-type sans poids, marchant par le courant voltaïque. Cet appareil a marché à l'Université de Liége.

43. Nouveau télégraphe magnéto-électrique avec lettres alphabétiques. Voir *Traité de télégraphie* de M. l'abbé Moigno, p. 371, Paris, 1849.

44. Transmetteur simultané des mêmes dépêches dans deux ou même dans plusieurs directions différentes. Voir *id.*, p. id.

45. Télégraphe écrivant *double* sur deux lignes parallèles, à l'aide d'un courant direct et du même courant inverse. Il ne contient que les organes indispensables pour constituer un télégraphe simple. Voir mes *Recherches sur la télégraphie*, pp. 71 et suivantes.

46. Relais d'une grande sensibilité pouvant servir de translateur télégraphique sans modification et renversant le courant soit alternativement au bout d'un certain temps, soit au bout d'un autre temps plus court ou plus long. Voir *id.*, pp. 77 et suivantes, pl. XI, fig. 8, et p. 79, pl. XI, fig. 9.

47. Autre relais d'une construction différente, également fort sensible.

48. Télégraphes avec lettres sans ressort antagoniste, avec manipulateur conduit à la main ou aussi un manipulateur à clavier mû par un mouvement d'horlogerie. Voir *id.*, p. 61 pl. X, fig. 1, 4, et pl. X^{bis}, fig. 2, 3, 5.

49. Télégraphes à trois aiguilles avec deux électro-aimants (poste complet).

50. Système de récepteur, où la palette aimantée est remplacée par une palette de fer qui est un électro-aimant par la bobine fixe qui l'entoure. Voir mon *Traité général des applications de l'électricité*, p. 83, pl. IX.

51. Télégraphe à deux aiguilles formant un système astatique avec une seule aiguille indicatrice. Voir *idem*, pp. 97 et suivantes, pl. I, fig. 1 et 2.

52. Boussole électro-magnétique pour les communications directes. Voir *idem*, p. 99, pl. II, fig. 5.

53. Télégraphe à deux aiguilles, avec deux aiguilles indicatrices exigeant deux fils de ligne, et muni d'une boussole électro-magnétique pour les communications directes. Voir *idem*, p. 99, pl. VIII, fig. 1.

54. Télégraphes sans multiplicateurs construits avec deux électro-aimants chacun. Le courant y est interrompu et renversé, mais non alternativement. Voir *idem*, p. 99, pl. I, fig. 3 et 4.

55. Télégraphe électro-magnétique construit avec un seul électro-aimant et deux aiguilles aimantées fixées en croix sur un axe horizontal. Cet appareil est excessivement sensible et est muni d'une boussole électro-magnétique. Voir *idem*, p. 99, pl. II, fig. 1.

56. Autre appareil construit avec un seul électro-aimant et une aiguille. Voir *idem*, p. 99 et suivantes.

57. Télégraphe qui gaufre les signaux. Cet appareil est à peu près le même que le précédent, sauf qu'à la molette qui écrit on substitue une pointe sèche et qu'on se procure la force nécessaire pour gaufrer les signaux avec un mouvement d'horlogerie. Voir *idem*, p. 145, le récepteur, pl. VIII, fig. 1 et 2, le manipulateur, pl. V, fig. 5 et 6.

58. Télégraphes avec lettres sans ressort antagoniste ou de rappel, avec ou sans clavier. Voir *idem*, p. 111. Voir le récepteur, *idem*, pl. IV, fig. 8 et 8^{bis}; et le transmetteur ou manipulateur, *idem*, p. 112, pl. III, fig. 1.

59. Second translateur. Voir *idem*, p. 113, pl. V, fig. 2.

60. Pendule-régulateur à commutateur électrique.

61. Horloge électrique à palette aimantée.

62. Horloge électrique à disposition mécanique différente.

63. Horloge électrique, troisième disposition différente.

64. Télégraphe à cadran. Voir mon *Traité général* pour le manipulateur ou transmetteur, p. 112, pl. IV, fig. 6; et le récepteur, pl. IV, fig. 8, et pl. IX, fig. 1 et 2.

Le même télégraphe est muni, à l'armature de son récepteur,

d'un levier armé d'une molette; en se servant d'un levier-clef comme manipulateur, on aura un télégraphe à écrire.

65. Télégraphe enregistreur. Voir *idem*, p. 156, pl. IX, fig. 11, pour le récepteur, et pour le transmetteur on prend celui indiqué page 112.

66. Télégraphes écrivant avec deux molettes ou plumes alternativement avec le renversement alternatif du courant et armature aimantée. Voir *idem*, p. 165, pl. IX, fig. 8. On prend pour transmetteur un levier-clef d'un autre télégraphe.

67. Translateur adapté au récepteur du système Morse. Ce translateur renverse alternativement le courant de la batterie locale. Voir *idem*, p. 216, pl. XIV, fig. 2.

68. Deuxième translateur renversant alternativement en sens contraire dans la batterie locale. Voir *idem*, p. 220, pl. XI, fig. 3.

69. Troisième translateur, p. 222, pl. XII, fig. 1.

70. Quatrième translateur. Voir *idem*, pl. X, fig. 5 et fig. 6.

71. Modification dans la construction des sonneries employées dans l'économie domestique et industrielle. Voir *idem*, p. 344.

72. Chronographe électro-magnétique fonctionnant avec le renversant alternatif du courant dans les électro-aimants. Voir *idem*, p. 378.

73. Disposition du télégraphe à deux plumes pour fonctionner simultanément ou séparément comme translateur ou enregistreur.

74 *. Télégraphe circulaire à clavier fonctionnant avec renversement alternatif du courant.

75 *. Télégraphe à écrire sous-marin et continental, d'une très-grande sensibilité; il *écrit pour la première fois au moyen d'un multiplicateur*, sa vitesse est double par l'emploi de deux molettes et l'on peut, sur les lignes continentales, le mettre en correspondance avec les télégraphes à écrire ordinaires à une plume ou substituer au même appareil un électro-aimant ou multiplicateur (il écrit aussi en translation et sa marche est plus sûre, plus rapide et plus économique).

76 *. Disposition d'électro-aimant à double molette pour écrire sur deux lignes parallèles.

77 *. Télégraphes à aiguille (poste complet); une fois réglés, ils le sont une fois pour toutes et n'ont plus jamais besoin d'être réaimantés.

78. Horloge électrique.

79. Autre disposition d'horloge électrique.

80 *. Troisième disposition d'horloge électrique.

81. Quatrième disposition d'horloge électrique.

82. Cinquième disposition d'horloge électrique.

83 *. Commutateur à mercure pour plusieurs directions.

84. Commutateur à platine également pour plusieurs directions.

85. Multiplicateurs-enregistreurs doubles à trois aiguilles.

86. Multiplicateurs-enregistreurs triples à trois aiguilles.

87. Application du renversement du courant à une horloge à ressort antagoniste. Résultat curieux obtenu.

88. Distributeur du courant électrique.

89. Nouveau télégraphe à écrire sous-marin avec électro-aimants à noyaux des fils de fer isolés entre eux.

90. Électro-galvanomètre.

Nota. — Je ne puis livrer ces pages à l'impression sans donner à mes lecteurs deux mots d'explication sur les conditions malheureuses dans lesquelles se sont trouvés, à l'Exposition universelle de Paris, en 1867, ceux de mes appareils précédés d'un astérisque (*) qui y représentaient mon Principe du Renversement du Courant.

Une caisse ayant été égarée par la Commission belge, pendant plus de trois mois, ces appareils n'ont pu être exposés convenablement et ne l'ont été qu'après avoir subi des réparations indispensables, c'est-à-dire pendant les derniers temps de l'Exposition et lorsque le jury international n'existait plus. Aucun juré belge, d'ailleurs, n'était attaché aux classes où j'exposais. — C'est donc uniquement à l'estime et à la considération des hommes éminents que j'ai été assez heureux de rencontrer à cette date avancée que je dois tout un dossier de rapports, d'appréciations et de réclamations qui me prouve que, sans ces circonstances, auxquelles je suis complétement étranger, j'eusse pu rapporter à mon pays l'hommage d'un succès non moins important que celui obtenu aux Expositions précédentes. — Plus de quarante appareils se trouvaient perfectionnés à cette même Exposition par l'application du Principe que j'ai découvert.

TABLE DES MATIÈRES.

PRÉFACE . . . . . page 1

Section I.

Étude expérimentale des actions réciproques des conducteurs électro-dynamiques et des questions dont les solutions ont conduit M. Gloesener à découvrir un principe général à suivre dans les applications de l'électricité dynamique. . page 1

§ I. Expériences variées faites avec un appareil inventé par M. Gloesener à cet effet et nommé par lui *Pan-électro-magneticum*, sur les actions réciproques des conducteurs électriques, les uns fixes et les autres mobiles, ainsi que sur l'action réciproque des conducteurs et d'aimants artificiels. . . . . *ib.*

§ II. Exposition de divers appareils électro-moteurs imaginés et construits par M. Gloesener pour résoudre les questions :

1° Comment doit-on employer le courant électrique dans les électro-aimants des électro-moteurs de diverses natures pour tirer de la force électrique tout le parti possible ?

2° Pourquoi les électro-aimants animés par un courant sont-ils relativement très-puissants lorsqu'ils sont en contact avec leurs armatures et sont-ils d'une puissance sensiblement moindre s'ils agissent à distance? . . . 5

Section II.

Exposition et développement de la théorie du Principe du Renversement alternatif du Courant électrique dans les électro-aimants . . . . . page 20

§ I. Exposition raisonnée du Principe. . . . . *ib.*

§ II. Dispositions diverses propres à employer le Principe du Renversement alternatif du Courant dans les électro-aimants de tous les électro-moteurs en général ou appareils scientifiques ou industriels quelconques (système Gloesener) 23

Section III.

Causes perturbatrices et nuisibles dont les effets sur les fils conducteurs influent sur la marche des électro-moteurs en général. . . . . . page 30

§ I. Première cause perturbatrice. — Ressort antagoniste ou de rappel . . . . *ib.*

§ II. Deuxième cause perturbatrice. — Magnétisme rémanent. 31

§ III. Troisième cause perturbatrice. — Variabilité de l'intensité du courant . . . 32

§ IV. Quatrième cause perturbatrice. — Électricité atmosphérique 34

§ V. Cinquième cause perturbatrice. — Aurores polaires, boréales et australes. . 39

§ VI. Sixième cause perturbatrice. — Courant de décharge 44

§ VII. Septième cause perturbatrice. — Courant de retour 46

§ VIII. Huitième cause perturbatrice. — Polarisation galvanique 47

§ IX. Neuvième cause perturbatrice. — Étincelle électrique. . . . . *ib.*

Section IV.

Destruction ou neutralisation des causes perturbatrices et nuisibles décrites dans la section III. — Exposition des avantages dus à l'application de la théorie du Principe du Renversement alternatif du Courant électrique dans les électro-aimants de M. Gloesener. — Importance du système Gloesener à armature aimantée . . . . . page 49

1° Avantages dus à la destruction ou à la neutralisation des causes perturbatrices et nuisibles, générales à tous les genres d'application du courant électrique . . . 50

§ I. Destruction de la première cause perturbatrice. — Suppression du ressort antagoniste ou de rappel . . . . . *ib.*

§ II. Destruction de la deuxième cause perturbatrice. — Destruction du magnétisme rémanent 54

§ III. Destruction de la troisième cause perturbatrice. — Destruction et atténuation de l'influence nuisible des variabilités de l'intensité du courant 55

§ IV. Destruction de la quatrième cause perturbatrice. — Destruction et neutralisation de l'influence nuisible de l'électricité atmosphérique 56

§ V. Destruction de la cinquième cause perturbatrice. Neutralisation et atténuation de l'influence des aurores polaires, boréales et australes. 63

§ VI. Destruction de la sixième cause perturbatrice. — Destruction du courant de décharge 65

Théorie appliquée d'un nouveau télégraphe sous-marin de M. Gloesener . . 67

§ VII. Destruction de la septième cause perturbatrice. — Destruction du courant de retour 70

§ VIII. Destruction de la huitième cause perturbatrice. — Destruction presque complète de la polarisation galvanique 71

§ IX. Destruction de la neuvième cause perturbatrice. — Atténuation de l'effet nuisible de l'étincelle électrique . . . . . *ib.*

2° Avantages spéciaux divers dus à l'emploi de mon système du Renversement alternatif du Courant avec armature aimantée 73

3° Avantages spéciaux dus uniquement à l'application de mon Principe du Renversement alternatif du Courant, comme force motrice nouvelle alternative par l'emploi du courant négatif utilisé comme le courant positif (direct) 79

Section V.

Examen de l'emploi dans le système Gloesener des armatures aimantées et des aimants artificiels. — Faculté de les remplacer par des électro-aimants permanents . . . . . page 89

Conclusion 95

Liste des appareils divers à renversement alternatif du courant dans les électro-aimants imaginés ou perfectionnés par l'auteur 101

RECHERCHES

SUR

LES FOSSILES PALÉOZOÏQUES

DE

LA NOUVELLE-GALLES DU SUD

(AUSTRALIE);

PAR

L.-G. DE KONINCK,

PROFESSEUR A L'UNIVERSITÉ DE LIÉGE.

RECHERCHES

SUR

LES FOSSILES PALÉOZOÏQUES

DE

LA NOUVELLE-GALLES DU SUD

(AUSTRALIE).

INTRODUCTION.

Si l'intérêt scientifique excité par les nombreuses découvertes faites en Australie pendant la première moitié de ce siècle n'est plus aussi vif en ce moment, cela tient surtout à ce que les produits naturels de cette merveilleuse contrée sont en général assez bien connus et que le public, aussi bien que les savants, ont eu l'occasion de se familiariser avec les formes étranges de la plupart des animaux dont elle est peuplée.

Pas un musée d'histoire naturelle, pas un jardin zoologique ne seraient dignes de ce nom, s'ils ne contenaient au moins quelques spécimens de cette série innombrable de Marsupiaux grands et petits et de ces oiseaux remarquables soit par leurs formes, soit par la variété de leur plumage que nourrit le sol australien en société avec cet incomparable animal dont le corps est recouvert d'une peau de loutre et dont le museau est remplacé par un bec de canard, circonstance qui lui a valu le nom d'*Ornithorhynque* sous lequel il est généralement désigné.

La faune moderne de ce pays offre ce caractère singulier, qu'elle ne peut être comparée à aucune autre. Ses types principaux n'ont aucun représentant dans des contrées à latitudes similaires, offrant des conditions d'existence analogues.

En Europe il faut remonter jusqu'aux assises de la grande oolite avant d'y rencontrer les restes d'un mammifère dont l'organisation est analogue à celle des Marsupiaux de l'Australie.

Cet isolement des races vivantes a fait naître des opinions plus ou moins hasardées sur la formation de l'immense continent que ces races habitent. D'aucuns ont prétendu que sa faune constituait la continuation directe de celle qui a disparu en Europe avec le dépôt des dernières couches jurassiques et que la terre australienne était restée émergée pendant les diverses périodes pendant lesquelles les terrains plus récents ont été déposés sur le restant du globe.

Mais la découverte, en Australie même, de formations bien développées appartenant aux terrains crétacé et tertiaire, est venue détruire cette illusion; elle a démontré que le sol de ce pays n'a pas été soumis à des phénomènes géologiques différents de ceux que l'on a observés partout ailleurs.

La seule question qui restât à résoudre, était celle de savoir s'il existait entre sa faune et sa flore fossiles et celles des autres pays, cette même différence de forme et d'organisation qui caractérisent si parfaitement sa faune et sa flore actuelles.

M. le professeur M^e^ Coy a déjà répondu à cette question en ce qui concerne les espèces siluriennes qu'il a recueillies dans la colonie de Victoria; il a prouvé qu'à l'exception de quelques espèces nouvelles, elles sont identiques aux espèces anglaises qui caractérisent les assises bien connues de Bala; aussi n'a-t-il pas hésité à conclure à *l'identité spécifique générale de la faune marine des deux hémisphères dans les premiers temps de l'époque paléozoïque* (1).

Mes propres observations me permettent de confirmer l'opinion émise par le savant directeur du musée de Melbourne, ainsi qu'on pourra s'en assurer plus loin. J'ajouterai, en outre, que j'arrive à des conclusions identiques en ce qui concerne la formation dévonienne et carbonifère; de sorte qu'on peut dire que la faune marine de l'époque paléozoïque entière a été soumise aux mêmes influences générales.

(1) Notes sur la zoologie et la paléontologie de Victoria, p. 34, 1866.

Cependant on a pu croire pendant quelque temps que la faune carbonifère australienne différait totalement de celle des autres pays.

En effet, les premiers fossiles de cette importante formation géologique rapportés en Europe par MM. Mitchell, Darwin et de Strzelecki, ayant été soumis à l'appréciation des meilleurs paléontologistes anglais, ont été considérés par eux non-seulement comme nouveaux pour la science, mais comme ne présentant que fort peu d'analogie avec ce qui était connu à cette époque.

Les travaux publiés en 1847 par M. Mᶜ Coy et en 1849 par M. Dana n'étaient pas de nature à modifier considérablement cette opinion. Les matériaux dont ces savants paléontologistes ont pu disposer, n'étaient pas assez nombreux et n'avaient pas été recueillis sur une étendue suffisante du pays pour permettre une comparaison dont les déductions fussent incontestables.

J'espère démontrer, par la suite, que la plupart des formes carbonifères australiennes ont en Europe ou en Amérique, sinon des représentants identiques, au moins d'autres très-voisins et analogues. Il est à remarquer toutefois qu'un grand nombre d'espèces australiennes atteignent une taille à laquelle arrivent très-rarement les espèces identiques de l'Europe et de l'Amérique. La même remarque peut s'appliquer à certaines espèces carbonifères de l'Inde et de la Chine, qui se sont probablement développées dans des conditions aussi favorables.

Pour arriver au résultat que je viens d'indiquer, il a fallu les circonstances exceptionnelles dans lesquelles je me suis trouvé; j'ai été assez heureux pour avoir à ma disposition des matériaux considérables recueillis sur une grande étendue du territoire et accumulés pendant plus de trente années de labeur, au prix de fatigues inouïes, de périls imminents et de sacrifices de toute nature qu'un ardent amour de la science a pu seul faire supporter avec courage et résignation à celui à qui ces trésors appartiennent, au révérend M. W. B. Clarke.

En rendant hommage à son dévouement, je remplis un devoir de reconnaissance que comprendront certainement tous ceux qui ont à cœur les progrès de la géologie et de la paléontologie.

M. Clarke en me communiquant les fossiles paléozoïques recueillis par ses soins dans la Nouvelle-Galles du Sud, a voulu contrôler ses propres observations et constater leur exactitude par un moyen qu'il n'a pas craint de demander à cinq mille lieues du pays exploré par lui, alors que par une aberration d'esprit inconcevable, certains géologues ont dédaigné de s'en servir, quoique l'ayant sous la main, pour arriver plus sûrement et plus promptement à la classification méthodique des terrains dont l'étude leur avait été confiée.

Afin d'atteindre plus sûrement son but, M. Clarke a eu soin de ne m'influencer d'aucune manière et de ne me fournir d'autres indications que celles qui concernent les lieux de provenance de chaque échantillon.

Il m'a donc laissé complétement libre dans mes appréciations et je n'ai eu pour unique fil conducteur dans ce dédale de formes si variées soumises à mon examen, que les notions acquises au prix d'une longue expérience et d'études approfondies et consciencieuses, pour me permettre de les grouper et de les rapporter à chacune des formations paléozoïques essentielles qui les a fournies.

Cette expérience était d'autant plus nécessaire dans le cas présent, que la majeure partie des espèces n'est représentée que par des empreintes ou des contre-empreintes et que sans elle, je me serais trouvé dans le plus pénible embarras.

En faisant ces observations, je suis loin de prétendre que toutes mes déterminations spécifiques soient parfaitement correctes et exemptes d'erreurs; sous ce rapport je suis le premier à reconnaître que bien des doutes me sont restés à cause de l'état défectueux des échantillons soumis à mon examen. Rien ne s'oppose néanmoins à ce que, par la connaissance exacte des relations de forme et d'organisation, on n'arrive à reconnaître positivement le gisement de chacun de ces échantillons.

En mettant ces notions en pratique, j'ai pu m'assurer qu'environ un tiers des espèces examinées et représentées par plus de mille échantillons est de provenance silurienne et dévonienne, et que la majeure partie des deux tiers restants appartient au terrain carbonifère. Je crois devoir faire observer que j'assume

toute la responsabilité de la détermination des espèces décrites ou relatées, ainsi que des conclusions déduites de leur étude et exposées plus loin.

Aucun travail général concernant les fossiles siluriens et dévoniens de l'Australie n'a paru jusqu'ici. M. le professeur Mc Coy a publié la liste d'un certain nombre d'espèces observées par lui dans les couches siluriennes de Victoria (1), et M. le docteur Bigsby les a signalées dans l'importante publication à laquelle il a donné avec justice le titre de *Thesaurus siluricus*, et y a ajouté quelques autres qui lui ont été indiquées par Salter (2). M. R. Etheridge junior a publié récemment quelques observations sur les Grapholites des roches siluriennes inférieures de Victoria (3). Les fossiles carbonifères, au contraire, ont été l'objet de recherches intéressantes de la part de MM. J. D. et G. Sowerby, Lonsdale, Morris, Mc Coy, Dana, A. d'Orbigny, et en dernier lieu de M. R. Etheridge, senior.

Ces divers travaux, dont on trouvera les titres en note, m'ont été d'un grand secours pour mes propres recherches (4). Il est à remarquer même que le mémoire de M. F. Mc Coy qui a paru

(1) Exposition intercoloniale, 1866. *Notes sur la zoologie et la paléontologie de Victoria,* in-8°. Melbourne.

(2) Le révérend S. E. Woods ne mentionne que le *Pentamerus oblongus* comme ayant été trouvé à environ 30 milles au sud d'Adelaïde (Woods, *Geological observations in south Australia,* p. 20, 1862).

(3) *Ann. and magaz. of nat. hist. for july* 1874.

(4) 1° T. E. Mitchell, *Three expéditions in to the interior of Eastern Australia,* 2 vol. in-8° 1838 (fossils by J. D. Sowerby).

2° Darwin, *Volcanic Islands* (fossils by G. Sowerby).

3° Mc Coy, *On the fossil Botany and Zoology of the rocks Associated with the coal of Australia* (Ann. and magaz. of nat. hist. 1st ser., t. XX, p. 145. 1847).

4° Dana, *Geology of the U. S. exploring expedition during the years* 1838-1842, *under the command of Ch. Wilkes,* 4° With Atlas in-fol. 1849.

5° J. Grange, *Géologie et minéralogie du voyage au pôle sud et dans l'Océanie, sous le commandement de J. Dumont-d'Urville,* 2 vol. in-8° avec Atlas, gr. fol., 1848-1854 (fossiles par A. d'Orbigny).

6° R. Etheridge, *Description of the mesozoïc and palæozoïc fossils of Queensland* (Quart. Journal of the geol. Soc. of London, t. XXVI, p. 317, 1872).

en 1847, a été composé sur des matériaux expédiés par le Rev. W. B. Clarke au professeur Sedgwick, de Cambridge; on obtient ainsi une preuve évidente du temps considérable que cet infatigable géologue a déjà consacré à l'étude à laquelle il s'est entièrement voué et qui lui a procuré l'avantage de partager avec sir Roderick Murchison l'honneur d'avoir prédit la découverte des gisements aurifères en Australie, bien longtemps avant qu'elle fût réalisée (1).

Avant de terminer, un mot d'explication sur la méthode qui a été suivie dans la rédaction de mon travail, me paraît indispensable.

Il eût été à désirer que toutes les espèces recueillies par le Rev. W. B. Clarke eussent pu être figurées; par ce moyen il eût été facile de contrôler mes déterminations, mais des circonstances indépendantes de ma volonté ne m'ayant pas permis de réaliser immédiatement ce désir, j'ai dû me borner à en faire la description. Cette description sera très-sommaire pour les espèces déjà connues et sur l'identité desquelles il ne me restera aucun doute : elle consistera principalement dans l'indication des caractères essentiels de chacune d'elles et sera accompagnée de la citation de l'auteur qui le premier l'aura fait connaître, de celui qui l'aura le mieux étudié et en aura donné les meilleures figures et, au besoin, de celui qui en aura le mieux indiqué la position stratégraphique. C'est donc aux ouvrages de ces auteurs qu'il faudra recourir pour compléter les détails que forcément j'ai dû omettre, afin de ne pas étendre outre mesure un travail dont le principal but est d'aider à déterminer aussi exactement que possible l'âge relatif des diverses roches paléozoïques de la Nouvelle-Galles du Sud. Quant aux espèces nouvelles, je compte les définir aussi complétement que l'état des échantillons me permettra de le faire; j'insisterai principalement sur les caractères par lesquels elles diffèrent ou se rapprochent de leurs congénères déjà connues, de façon à rendre leur confusion impossible avec celles-ci.

(1) Woods, *Geological observations in south Australia*, p. 4.

PREMIÈRE PARTIE.

ESPÈCES SILURIENNES.

Division : PROTOZOA.

Classe : RHIZOPODA.

Ordre : SPONGIDA.

Les Spongiaires, quoique appartenant à la division la plus inférieure du règne animal, n'ont que fort peu de représentants dans le terrain paléozoïque, surtout en comparaison de la quantité prodigieuse qu'en renferment les terrains jurassiques et crétacés et qu'on en rencontre encore dans nos mers actuelles. Pendant longtemps on n'a connu qu'un très-petit nombre d'espèces siluriennes appartenant à cet ordre; la plupart étaient classées parmi les *Scyphia*.

Depuis quelques années, grâce aux recherches de MM. F. Roemer et Billings et de quelques autres paléontologistes, on connaît un certain nombre de genres extrêmement intéressants de ces animaux qui ont fait leur apparition avant le dépôt des assises siluriennes inférieures, dans lesquelles ils ont laissé subsister leurs débris. Parmi ces genres on comprend généralement aujourd'hui celui que Goldfuss a désigné sous le nom de *Stromatopora*.

Genre **STROMATOPORA**, *Goldfuss.*

STROMATOPORA STRIATELLA, *A. d'Orbigny.*

Stromatopora concentrica.		Lonsdale, 1839, *In Murchison's Silur. system*, pl. 15, fig. 31, 31ª et 31ᵈ (non Goldfuss).
—	striatella.	A. d'Orbigny, 1850, *Prodr. de paléont.*, t. Ier, p. 51.
—	—	Salter, 1859, *In Murchisons's Siluria.*, p. 532, pl. 41, fig. 31.

Cette espèce est facile à reconnaître à la très-faible épaisseur des nombreuses lamelles concentriques dont sa masse est composée et à l'étendue considérable que ces lamelles peuvent acquérir. C'est par ce caractère surtout qu'elle se distingue de la *Stromatopora concentrica* de Goldfuss, avec laquelle elle a d'abord été confondue, parce qu'elle en a à peu près la forme; mais les couches de cette dernière sont relativement plus épaisses et les tubes qui les traversent ont un diamètre plus considérable.

Gisement et localités. — Sur les bords du Bell (Bell River) dans un calcaire grisâtre à cassure luisante et dans les placers de Tuena et de Limokilns entre Wattleflat et Bathurst. Elle a été rencontrée en Angleterre, dans le pays de Galles, en Russie, en Bohême, au Canada et aux États-Unis.

Classe : ACTINOZOA.

Ordre : RUGOSA.

Genre **STROMBODES**, *Schweigger.*

STROMBODES DIFFLUENS, *Milne Edwards* et *J. Haime.*

Acervularia baltica (pars).	Lonsdale, 1839, in *Murchison's Silurian system*, pl. 16, fig. 8 et 8*a* (*cæteris exclusis*).
Strombodes diffluens.	Milne Edwards et J. Haime, 1851, *Polypiers fossiles des terr. paléoz.*, p. 431.

STROMBODES DIFFLUENS. Milne Edwards and J. Haime, 1852, *Brit. foss. Cor.*, p. 294, pl. 91, fig. 2.
ARACHNOPHYLLUM TYPUS. Salter, 1859, in *Murchison's Siluria*, pl. 39, fig. 8 et 8*a* (*cæt. exclusis*), non Mc Coy.

Parmi les nombreux fossiles qui m'ont été communiqués par M. Clarke, je n'ai rencontré qu'un seul échantillon de cette espèce, mais dont les caractères concordent si parfaitement avec ceux décrits par MM. Milne Edwards et J. Haime, qu'il ne me reste aucun doute sur son identité avec les échantillons qui ont servi de type à ces auteurs. La forme de ses calices et le nombre de ses cloisons sont identiques à ceux des échantillons anglais.

Gisement et localités. — Cette espèce a été recueillie à Manuro sur les bords du Berudba (*Berudba River*) dans un phyllade de nuance olivâtre très-foncée qui s'altère à l'air et se recouvre d'une légère couche de matière ocreuse brunâtre. Elle est accompagnée de deux empreintes qui me semblent avoir été produites par des *Héliolites* dont il m'a été impossible de reconnaître l'espèce.

GENRE **PTYCHOPHYLLUM**, *Milne Edwards* et *J. Haime.*

—

PTYCHOPHYLLUM PATELLATUM, *Schlotheim.*

FUNGITES PATELLATUS. Schlotheim, 1820, *Petrefaktenkunde*, I Theil, p. 247.
STROMBODES PLICATUS. Lonsdale, 1839, *In Murchison's Silurian system*, p. 691, pl. 16bis, fig. 4.
PTYCHOPHYLLUM PATELLATUM. Milne Edwards and J. Haime, 1852, *Monog. of the brit. foss. Cor.*, p. 291, pl. 67, fig. 4.
— — Salter, 1859, *In Murchison's Siluria*, p. 534, pl. 38, fig. 4.

Polypier court, pédicellé, à épithèque plissée, à calice très-renversé et à bords feuilletés, représentant assez bien la forme d'un champignon. Fausse columelle petite; fossette centrale assez profonde; cloisons alternativement un peu différentes, épaisses en dehors et minces en dedans, où les grandes se tordent fortement et se relèvent un peu au centre; elles sont au nombre de cent environ.

Gisement et localités. — Cette espèce a été trouvée dans les assises siluriennes supérieures de l'Angleterre, de l'Irlande et de Gothland. M. Clarke l'a recueillie à Dangelong, district du Cooma, dans un psammite fortement coloré en rouge par de l'oxyde de fer.

Genre **CYSTIPHYLLUM**.

CYSTIPHYLLUM SILURIENSE, *Lonsdale.*

Cystiphyllum siluriense (pars).	Lonsdale, 1839,	*In Murchison's Siluria system*, p. 691, pl. 16bis, fig. 1.
—	—	Milne Edwards and J. Haime, 1852, *Brit. foss. Corals*, p. 298, pl. 72, fig. 1.
—	—	Lonsdale, 1859, *In Murchison's Siluria*, p. 533, pl. 38, fig. 1.

Quoique je n'aie pu observer qu'un fragment de ce *Cystiphyllum*, sa forme et ses caractères s'identifient si parfaitement avec ceux des échantillons décrits et figurés par les auteurs dont j'ai cité les ouvrages, que je n'hésite pas à le rapporter à la même espèce.

Gisement et localités. — Cette espèce a été rencontrée dans le silurien supérieur de Wenlock, en Angleterre; d'Andann et de Cong, en Irlande, ainsi que de Reval et de Pavlowsk, en Russie. L'échantillon australien renfermé dans du quartzite coloré en rouge par de l'oxyde de fer provient de Burrawang, à l'est de Molong.

Genre **OMPHYMA**, *Raffinesque* et *Clifford.*

OMPHYMA MURCHISONI? *Milne Edwards* et *J. Haime.*

Cystiphyllum siluriense (pars).	Lonsdale, 1839,	*In Murchison's Silurian system*, p. 691, pl. 16bis, fig. 2 (*cæteris exclusis*).
Omphyma Murchisoni.		Milne Edwards et J. Haime, 1851, *Polyp. foss. des terr. paléoz.*, p. 402.
—	—	Id., Id., 1852, *Monogr. of the Brit foss. Cor.*, p. 289, pl. 67, fig. 3.
—	—	Salter, 1859, *In Murchison's Siluria*, p. 534, pl. 38, fig. 2.

Je ne suis pas tout à fait certain que l'échantillon qui m'est soumis appartienne réellement à l'espèce à laquelle je la rapporte, parce qu'il ne consiste qu'en un moule externe dont cependant la ressemblance avec l'individu figuré par MM. Milne Edwards et J. Haime, est frappante. Comme ce dernier, il est composé de deux branches adjacentes.

Gisement et localités. — Quartzite de Burrawang.

Genre **CYATHOPHYLLUM**, *Goldfuss.*

—

CYATHOPHYLLUM ARTICULATUM, *Wahlenberg.*

Madrepora	articulata.	Wahlenberg, 1821, *Nova acta Soc. upsal.*, t. VIII, p. 87.
Cyathophyllum	vermiculare.	Hisinger, 1837, *Leth. suecica*, p. 102, pl. 29, fig. 2.
—	articulatum.	Id., 1837, *Ibid.*, p. 102, pl. 29, fig. 4.
—	cœspitosum.	Lonsdale, 1839, *In Murchison's Silurian system*, p. 690, pl. 16, fig. 10.
—	articulatum.	Milne Edwards and J. Haime, 1852, *Mon. of the Brit. foss. Cor.*, p. 282, pl. 67, fig. 1.
—	—	Salter, 1859, *In Murchison's Siluria*, p. 533, pl. 38, fig. 10.

Ce polypier est fasciculé et composé de polypiérites subcylindriques, quoique serrés. Ceux-ci sont remarquables par leurs étranglements et leurs bourrelets successifs bien accentués; ils sont entourés d'une épithèque très-mince qui rend les côtes très-apparentes et fait ressortir les petits enfoncements dont elles sont ornées; ces côtes, au nombre d'environ soixante, sont alternativement un peu plus minces les unes que les autres. Les polypiérites ont une longueur de 12 à 15 centimètres et un diamètre de 1 à 1,5 centimètre.

Gisement et localités. — Je n'ai aucun doute sur la détermination de cette espèce, qui a été rencontrée en Europe dans les assises siluriennes supérieures de Dudley, de Gothland et de l'Esthonie, et en Australie, dans le quartzite de Burrawang.

Ordre : TUBULOSA.

Genre **AULOPORA**, *Goldfuss.*

AULOPORA FASCICULATA, *L.-G. de Koninck.*

(Pl. 1, fig. 1.)

Polypier offrant un groupement de deux fascicules de polypiérites ayant une origine commune à la base et se dirigeant obliquement l'un à droite, l'autre à gauche, de manière à simuler la forme d'un V majuscule, à l'exception que la partie angulaire intérieure serait également occupée par quelques individus dont le développement se serait arrêté vers le milieu de leur hauteur. Polypiérites rampants, soudés sur toute leur longueur, cylindriques, à calice oval, peu proéminent; leur diamètre n'a que $^2/_3$ de millimètre, et la longueur totale du polypier ne dépasse pas un centimètre et demi.

Rapports et différences. — Par sa forme spéciale et par la faible dimension de ses polypiérites, cette espèce se distingue facilement de toutes celles que l'on connaît jusqu'ici.

Gisement et localité. — Une seule plaque de calcaire compacte d'un gris jaunâtre, sur laquelle était fixé un échantillon complet et un fragment d'un second, a été trouvée sur les bords du Bell (Bell River). La même plaque porte un échantillon de *Monticulipora pulchella*, Milne Edwards et J. Haime. Je suis persuadé que l'une et l'autre espèces proviennent du terrain silurien, par la raison qu'elles sont associées à l'*Orthis canaliculata,* Lindström, et au *Plasmopora petaliformis,* Lonsdale, qui sont des formes appartenant exclusivement à ce terrain.

Ordre : TABULATA.

Genre **SYRINGOPORA**, *Goldfuss.*

SYRINGOPORA SERPENS? *Linnæus.*

Tubipora serpens.	Linnæus, 1767, *Syst. nat.*, ed. XII, p. 1271.
Aulopora serpens.	Lonsdale, 1839, *In Murchisons's Silur. syst.*, p. 675, pl. 15.
— conglomerata.	Idem, 1839, *Ibid.*, p. 675, pl. 15, fig. 9 (non Goldfuss).
Syringopora serpens	Milne Edw. and J. Haime, 1852, *Monogr. of the brit. foss. Cor.*, p. 275, pl. 62, fig. 2.
— —	Salter, 1858, *In Murchison's Silur.*, p. 534, pl. 41, fig. 6 and 9.

Les bons échantillons de cette espèce démontrent que dans son jeune âge elle est rampante, qu'elle ressemble à un *Aulopora* et qu'ensuite ses polypiérites se dressent et se prolongent un peu irrégulièrement; ils forment alors un faisceau assez serré, dont les diverses branches se soudent par des tubes transversaux peu nombreux. Le diamètre des polypiérites dépasse rarement 1 millimètre.

Quoique la plupart des caractères indiqués, à l'exception du premier, se retrouvent sur l'échantillon que j'ai sous les yeux, je n'ose pas affirmer d'une manière positive qu'il appartient réellement à l'espèce décrite par Linnæus, parce qu'il ne consiste qu'en un fragment d'une roche argileuse compacte, dans lequel le moule externe d'un certain nombre de polypiérites a été conservé.

Gisement et localité. — L'échantillon dont je viens de parler a été trouvé sur les bords du Delegat River. Outre l'empreinte du *Syringopora* il porte encore celle du *Strophomenes pecten* et de l'*Atrypa reticularis*. Il n'y a donc pas de doute qu'il ne soit silurien.

Genre **HALYSITES**, *Fischer de Waldheim.*

—

HALYSITES ESCHAROÏDES, *Lamarck.*

Catenipora escharoïdes.	Lamarck, 1816, *Hist. des anim. sans vertèbres*, t. II, p. 207.
Tubipora catenulata.	Sam. Woodward, 1830, *Syn. tabl. of brit. org. rem.*, p. 5.
Halysites escharoïdes.	Fischer de Waldheim, 1837, *Oryct. du gouv. de Moscou*, p. 164, pl. 38, fig. 3.
— —	Milne Edwards and J. Haime, 1852, *Monogr. of the brit. foss. Corals*, p. 272, pl. 64, fig. 2.

Ce polypier est facile à reconnaître par les mailles du réseau caténiforme de sa surface supérieure; on en compte rarement plus de deux ou de trois pour former l'un des côtés de ce réseau; calices elliptiques, dont le grand axe ne mesure que 1 à 2 millimètres.

Gisement et localité. — Il n'a été trouvé qu'un seul échantillon de cette espèce dans une roche quartzeuse très-dure et légèrement grisâtre, à Wellington. La surface supérieure seulement du polypier est apparente. Tout le reste a disparu. Cette espèce appartient au silurien supérieur et a été rencontrée en Angleterre, en Suède, en Russie et dans l'Amérique septentrionale.

Genre **MONTICULIPORA**, *A. d'Orbigny.*

—

1. MONTICULIPORA? BOWERBANKI, *Milne Edwards* and *J. Haime.*

Favosites spongites.	Lonsdale, 1839, *In Murchison's Silur. system.*, p. 683, pl. 15bis, fig. 8^{c}, 8^{d}, 8^{e} (*cœt. excl.*, non *Cal. spongites*, Goldf.).
Monticulipora? Bowerbanki.	Milne Edwards and J. Haime, 1858, *Monogr. of the brit. foss. Corals*, p. 268, pl. 63, fig. 1.
Alveolites Labechei.	Salter, 1859, *In Murchison's Siluria*, p. 532, pl. 40, fig. 8 , 8^{d}, 8^{e} (*cœt excl.*, non Milne Edwards and J. Haime).

Cette espèce est de forme très-variable. Sa surface est souvent gibbeuse ou mamelonnée ; ses calices sont inclinés, à bords minces, un peu inégaux, quoique affectant généralement la forme d'un losange ; ils ont environ un millimètre de diamètre.

Observation. — Le seul échantillon de cette espèce qui m'ait été communiqué, n'offre que l'empreinte externe d'un individu assez bien développé. Les caractères spécifiques que je viens d'indiquer s'y rencontrent et s'observent facilement, en sorte qu'il me reste peu de doutes sur l'identité de l'espèce.

Gisement et localité. — En Angleterre, dans le calcaire de Dudley et en Australie dans une roche argileuse compacte, schistoïde et de nuance ochracée, à Rock Flat-Creek à l'Est de Maneroo.

2. MONTICULIPORA PULCHELLA, *Milne Edwards* et *J. Haime.*

CHOETETES PULCHELLUS. Milne Edwards et J. Haime, 1851, *Polyp. des terr. paléoz.*, p. 271.
MONTICULIPORA PULCHELLA. Idem, 1852, *Monogr. of the brit. foss. Cor.*, p. 267. pl. 62, fig. 5.

Polypier rameux, à branches souvent comprimées, dont le grand diamètre varie de 5 à 10 millimètres. Les calices sont petits, inégaux et ordinairement de forme subhexagonale.

Gisement et localité. — Cette espèce qui se trouve dans le calcaire silurien de Dudley et de Wenlock, a été rencontrée sur un échantillon de calcaire grisâtre, très-compact des bords du Bell-River.

GENRE **ALVEOLITES**, *Lamarck.*

—

1. ALVEOLITES REPENS, *Fougt.*

MILLEPORA REPENS. Fougt, 1749, *Amœn. academ.*, t. I, p. 99, pl. 4, fig. 25.
— RAMIS VAGIS. Idem, *Ibid.*, p. 98, pl. 4, fig. 14.
— REPENS. Lonsdale, 1839, *In Murchison's Silurian system*, p. 688. pl. 15.
ALVEOLITES REPENS. Milne Edwards et J. Haime, 1851, *Polypiers des terr. paléoz*, p. 258.
— — Idem, 1852, *Monogr. of the brit. foss. Corals*, p. 263, pl. 62, fig. 1.
— — Salter, 1859, *In Murchison's Siluria*, p. 53, pl. 42, fig. 30.

Polypier rameux formé de branches assez grêles et souvent coalescentes. Calices très-petits, un peu plus larges que hauts, à lèvre extérieure un peu échancrée dans son milieu.

J'ai eu occasion de comparer le seul échantillon de cette espèce qui m'ait été communiqué, avec des échantillons de Gothland et j'ai pu ainsi m'assurer de leur parfaite identité.

Gisement et localité. — Cette espèce est fréquente dans les assises siluriennes supérieures d'Angleterre et de Suède. En Australie elle est plus rare dans le quartzite bigarré de Burrawang.

2. ALVEOLITES RAPA, *L.-G. de Koninck.*

(Pl. I, fig. 2.)

Polypier en lame mince, à polypiérites très-inclinés, petits, à murailles non perforées; calices arrondis, obliques, profonds et garnis de cloisons très-minces et peu apparentes; leur diamètre est d'environ un millimètre; l'épaisseur de leur bord externe n'étant pas très-régulière, la disposition des polypiérites ne peut pas l'être davantage.

Rapports et différences. — La forme générale et la disposition des polypiérites de cette espèce se rapprochent de celles de l'*Alveolites Fougti*, Milne Edwards et J. Haime. Néanmoins elle se distingue immédiatement de celle-ci, par le faible diamètre de ses calices et par l'absence complète de perforations dans ses murailles.

Gisement et localité. — Un seul échantillon de cette espèce a été découvert par M. W. B. Clarke dans un quartzite rougeâtre, à Burrawang.

Genre **STRIATOPORA**, *Hall.*

—

STRIATOPORA AUSTRALICA, *L.-G. de Koninck.*

(Pl. 1, fig. 3, A).

Ce petit polypier se présente sous forme d'une petite branche cylindrique qui a été bifurquée vers le milieu de sa longueur, mais dont l'une des deux branches accessoires a disparu par cassure; sa surface est ornée de petites granulations qui sont à peine visibles à l'œil nu; elle est en outre percée d'un certain nombre d'ouvertures subovales, correspondant à des tubes se dirigeant obliquement de haut en bas vers le centre du polypier; les ouvertures, relativement grandes, sont disposées en quinconce sur toute l'étendue du polypier; chacune d'elles est bordée d'un petit espace lisse parfaitement limité, sauf vers la partie inférieure qui est tranchante. Le diamètre n'est que de 2 millimètres, celui des ouvertures que l'on peut considérer comme étant ses calices, n'est que d'un demi-millimètre. Je n'y ai pas observé de cloisons.

Rapports et différences. — Cette espèce a quelques rapports avec le *Striatopora flexuosa* J. Hall (1); elle en diffère par sa surface granulée et l'absence de cloisons dans ses calices.

Gisement et localité. — Un seul échantillon de cette intéressante espèce a été recueilli dans un calcaire d'un gris foncé, aux environs de Yass, sur les bords du Murrumbidgee.

(1) *Paleontology of New-York*, t. II, p. 156, pl. 40 B, fig. 1.

Genre **FAVOSITES**, *Lamarck.*

—

1. FAVOSITES CRISTATA, *Blumenbach.*

Madraporites cristatus.		Blumenbach, 1803, *Comment. Soc. scient. Gôtting.*, t. XV, p. 154, pl. 3, fig. 12.
Calamopora polymorpha.		Lonsdale, 1839, *In Murchison's Silur. system*, p. 684, pl. 15, fig. 1.
Favosites cristata.		Milne Edwards et J. Haime, 1850, *Polyp. des terr. paléoz.*, p. 242.
—	—	Idem, 1852, *Monogr. of the brit. foss. Cor.*, p. 260, pl. 61, fig. 3 and 4.
—	—	Salter, 1858, *In Murchison's Siluria*, p. 533, pl. 40, fig. 2.

Polypier ordinairement composé de plusieurs branches cylindroïdes plus ou moins écartées et n'ayant qu'un diamètre de 6 à 8 millimètres. Calices un peu inégaux, subcirculaires, un peu obliques. Cette dernière disposition est due à la direction oblique des polypiérites groupés autour de l'axe de chacune des branches.

Gisement et localités. — Cette espèce qui a souvent été confondue avec le F. *polymorpha*, Goldf., se rencontre dans le tertain silurien d'Angleterre, d'Irlande, de Gothland et de Russie. M. Clarke n'en a trouvé qu'un seul échantillon dans le quartzite de Burrawang.

2. FAVOSITES FORBESI, *Milne Edwards* et *J. Haime.*

Favosites	Gothlandica.	Lonsdale, 1839, *In Murchison's Silurian system*, p. 682, pl. 15bis, fig. 3 and 4 (non Goldf.).
—	Forbesi.	Milne Edwards et J. Haime, 1851, *Polypiers des terr. paléoz.*, p. 238.
—	—	Idem, 1852, *Mon. of the brit foss. Corr.*, p. 257, pl. 60, fig. 2.
—	Gothlandica.	Salter, 1858, *In Murchison's Siluria*, p. 533, pl. 40, fig. 3 and 4 (non Goldf.).

Polypier de forme variable, souvent en masse arrondie ou plus ou moins gibbeuse, mais peu élevée. Il est remarquable par l'inégalité de ses calices, dont les plus grands ont un diamètre

d'environ 2 millimètres, et sont ordinairement entourés d'un certain nombre de petits, ayant un diamètre rarement inférieur à $^1/_2$ millimètre. Murailles amincies; planchers horizontaux, mais inégalement serrés.

Gisement et localités. — Cette espèce qui est assez abondante dans les assises supérieures du terrain silurien d'Angleterre, d'Irlande et de Suède, ne paraît pas être moins fréquente en Australie où elle existe dans le quartzite de Burrawang à l'ouest de Molong.

3. FAVOSITES ASPERA, *A. d'Orbigny.*

FAVOSITES ALVEOLARIS. Lonsdale, 1839, *In Murchison's Silurian system*, p. 681, pl. 15bis, fig. 42 (non Goldf.).
— ASPERA A. d'Orbigny, 1850, *Prod. de paléont.*, t. I, p. 49.
— — Milne Edwards and J. Haime, 1852, *Monogr. of the brit foss. Cor.*, p. 257, pl. 60, fig. 3.
— ALVEOLARIS. Salter, 1859, *In Murchison's Siluria*, p. 553, pl. 40, fig. 1, 2 (non Goldf.).

Polypier massif, composé d'un grand nombre de polypiérites faiblement divergents, mais assez longs et à surface convexe. Calices inégaux, quoique ayant tous à peu près le même diamètre. Planchers horizontaux et équidistants; trous muraux disposés sur les angles des polypiérites. Diamètre moyen des calices environ 2 millimètres.

Gisement et localités. — Elle n'est pas rare dans le terrain silurien d'Angleterre, de Suède et de Russie. En Australie elle a été découverte dans un calcaire blanc à Boree et dans un calcaire grisâtre à Calalamine.

4. FAVOSITES MULTIPORA? *Lonsdale.*

FAVOSITES MULTIPORA. Lonsdale, 1839, *In Murchison's Silur. system*, p. 683, pl. 15bis, fig. 5.
— — Milne Edwards and J. Haime, 1852, *Monogr. of the brit. foss. Cor.*, p. 258, pl. 60, fig. 4.

Les calices de ce polypier sont à peu près égaux entre eux et assez régulièrement disposés en forme d'hexagones un peu allongés, et d'environ un millimètre de diamètre.

Gisement et localité. — Je ne suis pas tout à fait certain que le seul échantillon de Burrawang qui m'ait été communiqué et que je rapporte à cette espèce, y appartienne réellement; néanmoins je n'en connais pas d'autre dont elle se rapproche davantage.

5. FAVOSITES FIBROSA, *Goldfuss.*

CALAMOPORA FIBROSA, *var.* TUBEROSO-RAMOSA, Goldfuss, 1829, *Petref. German.*, t. I, p. 82, pl. 28, fig. 3ª, 3ᵇ (*cæt. excl.*).
ALVEOLITES FIBROSA. Lonsdale, 1839, *In Murchison's Silurian system*, p. 68, pl. 15ᵇⁱˢ, fig. 1 et 15ᵇⁱˢ, fig. 6.
FAVOSITES FIBROSUS. Milne Edwards and J. Haime, 1853, *Monogr. of the brit. foss. Cor.*, p. 297, pl. 6, fig. 5.
STENOPORA FIBROSA. Salter, 1859, *In Murchison's Silurian*, p. 534, pl. 40, fig. 6, and pl. 41, fig. 1.

Polypier cylindrique, pyriforme ou composé de plusieurs branches tantôt isolées, tantôt adjacentes. Polypiérites irradiant du centre vers la surface, droits ou légèrement infléchis; planchers serrés avec une série de pores muraux sur les angles des polypiérites. Diamètre des calices $^1/_2$ millimètre en moyenne.

Gisement et localités.—Selon MM. Milne Edwards et J. Haime cette espèce existerait simultanément dans le terrain silurien inférieur, dans le supérieur et dans les assises inférieures du terrain dévonien. Un seul échantillon a été recueilli dans un calcaire grisâtre de Limokilns, entre Watle-Flat et Bathurst.

6. FAVOSITES GOTHLANDICA, *Fougt.*

CORALLIUM GOTHLANDICUM. Fougt, 1749, Linnœus, *Amœn. academ.*, t. I, p. 106, pl. 4, fig. 27.
FAVOSITES GOTHLANDICA. Lamarck, 1816, *Hist. des anim. sans vertèbres*, t. II, p. 206.
CALAMOPORA GOTHLANDICA (pars.). Goldf., 1829, *Petr. Germ.*, t. I, p. 78, pl. 26, fig. 3ª, 3ᵉ (*cæt. excl.*).
FAVOSITES GOTHLANDICA. Lonsdale, 1845, *in Strzelerki's Physical descr. of N. S. Wales*, p. 266.
— — Milne Edwards and J. Haime, 1852, *Monogr. of the brit. foss. Cor.*, p. 256, pl. 60, fig. 1.

Polypier en masse plus ou moins arrondie, quelquefois allongée à calices subégaux et le plus souvent de forme hexagonale. Planchers à peu près horizontaux, équidistants. Trous muraux entourés d'un petit bourrelet, disposés en deux rangées verticales sur chaque pan de mur. Diamètre moyen des calices $2\,^1/_2$ millimètres.

Gisement et localités. — C'est l'une des espèces les plus abondantes dans le terrain silurien. Elle paraît exister à la fois dans les assises supérieures et inférieures de ce terrain. En Australie elle n'est pas rare dans les quartzites de Burrawang. M. de Strzelecki en a recueilli des échantillons dans les plaines de Yass.

Genre **PROPORA**, *Milne Edwards* et *J. Haime.*

—

PROPORA TUBULATA, *Lonsdale.*

Porites tubulata.	Lonsdale, 1839, *In Murchison's Silurian system*, p. 687, pl. 16, fig. 3.
Astrospora tubulata.	A. d'Orbigny, 1850, *Prodr. de paléont.*, t. I, p. 50.
Palaespora —	Mc Coy, 1851, *Brit. palaeoz. foss.*, p. 18.
Propora —	Milne Edwards et J. Haime, 1851, *Polyp. foss. des terr. paléoz.*, p. 224.
— —	idem, 1852, *Monogr. of the brit. foss. Cor.*, p. 255, pl. 59, fig. 3.
Heliolites tubulatus.	Salter, 1858, *In Murchison's Siluria*, p. 534, pl. 39, fig. 3.

Ce polypier est ordinairement en masse irrégulièrement arrondie, souvent gibbeuse et composée de colonies superposées les unes aux autres. Les calices sont circulaires à bords saillants, légèrement crénélés par les cloisons qui sont ordinairement au nombre de 12. Planchers serrés; cœnanchyme abondant et vésiculaire.

Gisement et localités. — Cette espèce se trouve dans les assises siluriennes supérieures de l'Angleterre, de Gothland et de Bohème. Un excellent échantillon parfaitement isolé et de nature siliceuse, a été rencontré sur les bords du Bell (*Bell-River*).

Genre **PLASMOPORA**, *Milne Edwards* et *J. Haime*.

—

PLASMOPORA PETALIFORMIS, *Lonsdale*.

Porites petaliformis.	Lonsdale, 1859, *In Murchison's Silur. system*, p. 687, pl. 16, fig. 4.
Palæopora petaliformis.	Mc Coy, 1851, *Brit. palaeoz. foss.*, p. 17.
Plasmopora —	Milne Edwards and J. Haime, 1852, *Monogr. of the brit. foss. Cor.*, p. 253, pl. 59, fig. 1.
Haliolites —	Salter, 1859, *In Murchison's Siluria*, p. 534, pl. 39, fig. 4.

Polypier hémisphérique ou sublenticulaire, à plateau commun légèrement voûté et garni d'une épithèque à plis concentriques. Calices circulaires, subégaux, auxquels la présence des cloisons donne une apparence étoilée; cloisons au nombre de 12, se prolongeant jusque vers le centre du calice. Planchers assez rapprochés.

Gisement et localités.—Dans les assises siluriennes supérieures de l'Angleterre et de l'Irlande. Un petit échantillon de bonne conservation a été trouvé avec l'espèce précédente, sur les bords du Bell.

Genre **HELIOLITES**, *Dana*.

—

1. HELIOLITES MEGASTOMA, *Mc Coy*.

Porites pyriformis (pars.).	Lonsdale, 1839, *In Murchison's Silurian system*, p. 686, pl. 16, fig. 2d, and 2e (*cœt. excl.*).
— megastoma.	Mc Coy, 1846, *Silur. foss. of Irel.*, p. 62, pl. 4, fig. 19.
Palæopora megastoma.	Idem, 1851, *Brit. pal. foss.*, p. 16, pl. 1C, fig. 4.
Heliolites —	Milne Edwards et J. Haime, 1852, *Monogr. of the brit. foss. Cor.*, p. 251, pl. 58, fig. 2.
Heliolites interstinctus.	Salter, 1859, *In Murchison's Siluria*, p. 533, pl. 39, fig. 2d, and 2e (*cœt. excl.*).

Polypier rameux irrégulièrement arrondi, à calices circulaires, ayant 2 ou 3 millimètres de diamètre, et dépourvus de bourrelets saillants sur leurs bords. Cœnanchyme peu déve-

loppé, à cellules cubiques et assez régulièrement disposées en rangées nombreuses. Murailles minces; planchers nombreux et assez rapprochés les uns des autres.

Gisement et localités. — Je n'ai rencontré qu'un assez petit nombre d'échantillons de cette espèce contenus dans du quartzite des environs de Burrawang. En Angleterre et en Irlande elle existe dans les assises supérieures du terrain silurien.

2. HELIOLITES MURCHISONI, *Milne Edwards* et *J. Haime.*

COMPOUND TURBINATED MADREPORA.	Parkinson, 1820, *Organic remains*, t. II, p. 69, pl. 7, fig. 10.
PALAEOPORA INTERSTINCTA, *var.* SUBTUBULATA.	Mc Coy, 1851, *Brit. palæoz. foss.*, p. 16, pl. 1c, fig. 2.
HELIOLITES MURCHISONI.	Milne Edwards et J. Haime, 1851, *Polyp. des terr. paléoz.*, p. 215.
— —	idem, 1852, *Monogr. of the brit. foss. Cor.*, p. 256, pl. 57, fig. 6.

Ce polypier se présente sous forme de masses plus ou moins considérables, de forme très-variée, mais en général très-gibbeuses; son cœnanchyme est très-abondant et ses calices sont assez distants les uns des autres; ils sont petits et peu profonds; lorsqu'ils sont bien conservés, ils sont ornés de 12 cloisons; les planchers ne sont pas toujours régulièrement espacés; ils sont souvent un peu obliques à l'axe du calice; le cœnanchyme est composé de la réunion d'un grand nombre de petits tubes cloisonnés, assez réguliers.

Cette espèce a souvent été confondue avec le H. *interstincta* Linné, dont elle se distingue néanmoins par l'écartement de ses calices.

Gisement et localités. — Quelques bons échantillons de cette espèce ont été trouvés avec la précédente; sa présence a été signalée dans le calcaire silurien de Wenlock, en Angleterre et de Gothland, en Suède.

Division : MOLLUSCOÏDEA.

Classe : BRACHIOPODA.

Genre **CHONETES**, *Fischer de Waldheim.*

CHONETES STRIATELLA, *Dalman.*

Orthis striatella.	Dalman, 1827, *Kongl. Akad. Handl.*, p. 111, pl. 1, fig. 1.
Leptaena lata.	Von Buch, *Ahandl. der kön. Akad. der Wissensch. zu Berlin*, pp. 53 und 70, pl. 3, fig. 1, 3, 5-9, 14 und 15.
Chonetes striatella.	L.-G. de Koninck, 1847, *Monogr. du genre Chonètes*, p. 200, pl. XX, fig. 5.
— —	Davidson, 1871, *Monogr. of the brit. silur. Brachiop.*, p. 331. pl. 49, fig. 23-26.

Ayant donné une description très-détaillée de cette espèce dans ma *Monographie des Chonetes*, je crois inutile d'insister ici sur ses caractères qui concordent parfaitement avec ceux de l'échantillon d'Australie que j'ai sous les yeux. La forme générale de cet échantillon et celle de ses côtes sont identiques à ces mêmes formes des échantillons d'Europe. Je n'ai donc aucun doute sur la détermination de l'espèce.

Gisement et localités. — Ce *Chonetes* est très-répandu dans les assises supérieures du terrain silurien de l'Europe et de l'Amérique septentrionale. M. Clarke l'a recueilli dans une argile compacte des environs de Quedong qui a beaucoup d'analogie avec certaines roches des environs de Dudley.

Genre **LEPTAENA**, *Dalman.*

1. LEPTAENA QUINQUECOSTATA, *Mc Coy.*

Orthis quinquecostata.	Mc Coy, 1846, *Silur. foss. of Irel.*, p. 33, pl. 3, fig.
Leptaena quinquecostata.	Idem, 1852, *Brit. palæoz. foss.*, p. 236.
— —	Salter, 1859, *In Murchison's Siluria*, p. 211, fig. 3.
— —	Davidson, 1871, *Monogr. of the brit. sil. Brach.*, p. 322, pl. 48, fig. 23-27.

Cette petite coquille est parfaitement reconnaissable lorsqu'elle est en bon état de conservation, par les 3, 5 ou 7 petites côtes rayonnantes dont sa surface est garnie. Ces côtes qui ont leur origine au crochet, sont à peu près équidistantes, très-minces et très-distinctes des autres ornements qui consistent en fines stries longitudinales.

M. Clarke n'a recueilli qu'un seul échantillon de cette petite espèce et encore est-il à l'état de moule interne de la valve ventrale; mais les caractères spécifiques principaux que je viens d'indiquer, y sont si apparents, que je ne crois pas me tromper dans sa détermination. A ces caractères viennent au reste se joindre ceux que M. M^c^ Coy a fait connaître et qui consistent dans la faible étendue des empreintes musculaires, de forme ovale et disposées de chaque côté du crochet, très-obliquement par rapport à l'axe longitudinal de la coquille et ayant à peine un millimètre de longueur.

Gisement et localités. — Dans un calcaire grisâtre de Yarralumla associé au *Strophomenes pecten*, Linné et au *Retzia Salteri*, Davidson. M. M^c^ Coy l'a découverte en premier lieu en Irlande. Depuis lors son existence a été constatée en Écosse et en Russie.

2. LEPTAENA COMPRESSA, *J. de C. Sowerby.*

ORTHIS COMPRESSA.		J. de C. Sowerby, 1839, *In Murchison's Silurian system,* pl. 22, fig. 12.
STROPHOMENA COMPRESSA.		J. Phillips and Salter, 1848, *Mem. of the geol. Surv.*, t. II, p. 379.
—	—	Salter, 1859, *In Murchison's Siluria,* p. 100, fig. 7 and pl. 9, fig. 16.
—	—	T. Davidson, 1871, *Mon. of the bril. silur. Brach.*, p. 311, pl. 46, fig. 7-10.

Coquille plus large que longue, de forme subsemi-circulaire ou subrectangulaire. Valve ventrale, faiblement, mais assez régulièrement voûtée; area étroite, à fissure petite et recouverte par un pseudo-deltidium. Valve dorsale presque plane, ou légèrement concave. Surface ornée d'un grand nombre de petites côtes rayonnantes.

Dimensions. — Longueur 22 millimètres, largeur 30 mill.

Gisement et localité. — Cette espèce est ordinairement associée à l'*Atrypa hemisphærica* et comme celui-ci, elle a été trouvée à Duntroon.

Genre **STROPHOMENES**, *Rafinesque.*

—

1. STROPHOMENES PECTEN, *Linnæus.*

Anomia pecten. Linnæus, 1767, *Syst. Nat.*, Ed. XII, t. I, pars II, p. 1152.
Strophomena pecten. Davidson, 1871, *Monogr. of the brit. silur. Brachiop.*, p. 304, pl. 43, fig. 1-11.

Cette espèce est assez facile à reconnaître par sa forme semi-circulaire, par la compression et le peu de connexité de ses valves, ainsi que par les ornements dont leur surface externe est couverte. Ces ornements consistent en un grand nombre de côtes rayonnantes d'abord assez égales entre elles; mais à mesure que la coquille s'accroît, une ou deux nouvelles côtes prennent naissance entre les premières et ont pour effet de faire paraître celles-ci plus épaisses et de produire ainsi une alternance très-sensible dans leur relief; sur les bons échantillons ces côtes sont traversées de petites stries d'accroissement.

Gisement et localités. — Cette espèce est très-abondante dans les assises supérieures du terrain silurien et c'est dans cette position qu'on l'a rencontrée en Suède, en Norwége, en Angleterre, en Irlande, dans l'Oural et en Amérique. Les échantillons d'Australie ont été recueillis en assez grande quantité dans des schistes jaunâtres ou brunâtres de Yarralamla, de Duntroon et de Dangelong.

2. STROPHOMENES RHOMBOÏDALIS, *Wilckens.*

Conchita rhomboïdalis. Wilckens, 1769, *Nachr. von selt. Versteiner.*, p. 77, pl. 8, fig. 43, 44.
Strophomenes rugosa. Rafinesque, 1820.
Strophomena rhomboïdalis. T. Davidson, 1871, *Monogr. of the brit. silur. Brach.*, p. 281, pl. 39, fig. 1-21 (1).

(1) Voir la synonymie dans la Monographie de M. Davidson.

Il me paraît tout à fait superflu d'insister ici sur les caractères spécifiques de cette coquille si bien connue et si généralement répandue dans les terrains paléozoïques. Je me bornerai à faire remarquer que l'on paraît assez généralement d'accord aujourd'hui pour admettre qu'elle a servi de type à Rafinesque pour la création du genre *Strophomenes*, dont on a eu tort de changer la terminaison primitive. Il est probable que cette altération n'est due qu'à la rareté des écrits de cet auteur, dont une partie a été publiée en feuilles volantes et par conséquent, à la difficulté de les consulter et de contrôler ainsi l'orthographe primitive du nom.

Gisement et localité. — Cette espèce qui, en Europe, semble passer du Caradoc à travers le Llandovery, le Ludlow et le terrain dévonien jusque dans les assises carbonifères inférieures, est très-rare dans le silurien supérieur de l'Australie. M. Clarke ne m'en a expédié qu'un seul échantillon à l'état de moule interne recueilli dans un schiste brunâtre à Rock-Flat-Creek.

3. STROPHOMENES FILOSA? *J. de C. Sowerby.*

ORTHIS FILOSA.		J. et C. Sowerby, 1839, *In Murchison's Silur. system.*, pl. 13, fig. 12.
STROPHOMENA FILOSA.	Salter, 1848, *Mem. of the geol. Survey of England*, t. II, p. 380.	
—	—	Idem, 1859, *In Murchison's Siluria*, pl. 20, fig. 2.
—	—	Davidson, 1871, *Mem. of the brit. silur. Brach.*, p. 307, pl. 44, fig. 14-20.

Comme je n'ai sous les yeux qu'un échantillon assez mal conservé, il m'est impossible d'affirmer qu'il se rapporte exactement à l'espèce sous le nom de laquelle je l'ai désigné ; mais comme d'un autre côté, je n'ai pas trouvé d'autre *Strophomenes* dont il se rapproche davantage par ses caractères, j'ai cru bien faire en lui conservant provisoirement ce nom. En tout cas, il ne peut être confondu avec le *Strophomenes pecten*, dont il diffère par la forme de ses côtes et par celles de son processus cardinal et de ses impressions musculaires qui sont beaucoup plus développées.

Gisement et localité. — L'échantillon dont je viens de parler

consiste en un fragment de schiste gris un peu olivâtre ne contenant que des empreintes internes; il a été recueilli sur les bords du Murrumbidgee, aux environs de Yass.

Genre **PENTAMERUS**, *Sowerby.*

—

1. PENTAMERUS KNIGHTII, *Sowerby.*

Pentamerus	Knightii.	Sowerby, 1813, *Miner. conch.*, t. 1, p. 73, pl. 28, fig. 1.
—	Aylesfordii.	Idem, id., *Ibid.*, t. 1, p. 75, pl. 28, fig. 2 and pl. 29, fig. 1-3.
—	Knightii.	Davidson, 1871, *Monogr. of the brit. silur, Brach.*, p. 142, pl. 16, fig. 1-3, pl. 17, fig. 1-10 et pl. 19, fig. 3.

La forme et les caractères de cette espèce sont si bien connus, et elle a été si bien décrite et si parfaitement dessinée par mon savant ami, M. Davidson, qu'il me paraît superflu d'entrer dans de longs détails à son égard.

Je me bornerai à faire observer que plusieurs variétés en ont été recueillies par M. Clarke; l'une de ces variétés se rapproche de celle figurée par M. Davidson, pl. XVII, fig. 7; une autre a beaucoup d'analogie avec la fig. 4 et une troisième avec la fig. 5 de la même planche. Un fragment d'un grand échantillon muni de ses cloisons internes, est si parfaitement identique à l'échantillon représenté pl. XVI, fig. 5, que l'on pourrait prendre une partie de cette figure pour la copie même de ce fragment. Par conséquent le doute sur la détermination de l'espèce n'est pas possible.

Gisement et localités. — Cette espèce n'est pas très-rare dans les assises siluriennes supérieures en Angleterre, en Écosse, en Irlande, en Bohème et en Russie. Plusieurs échantillons en ont été recueillis en Australie, à Calalamine dans un calcaire grisâtre et dans un calcaire blanc sur le mont Canobolas.

2. PENTAMERUS OBLONGUS, *J. Sowerby.*

PENTAMERUS	LAEVIS.	J. Sowerby, 1813, *Miner. conch.*, t. 1, p. 76, pl. 28, fig. 3.
—	OBLONGUS.	J. de C. Sowerby, 1839, *In Murchison's Silur. system,* pl. 19, fig. 16.
—	—	Salter, 1859, *In Murchison's Siluria,* p. 544, pl. 8, fig. 1-4.
—	—	T. Davidson, 1871, *Monogr. of the brit. sil. Brach.*, p. 151, pl. 18, fig. 1-12, et pl. 19, fig. 1, 2.

Cette espèce de forme assez généralement ovale et à surface presque complètement lisse dans le jeune âge, est très-variable lorsqu'elle est adulte. Sa valve ventrale est partagée en deux par un septum médian qui occupe les deux tiers de la longueur de la valve, et qui sert de support aux plaques dentales. La valve dorsale possède également deux septums longitudinaux, séparés l'un de l'autre par un faible espace et supportant deux plaques obliques, correspondant aux plaques posées en forme de V de la valve opposée.

Gisements et localités. — Cette espèce est très-abondante dans les assises siluriennes de Llandovery et y forme quelquefois des bancs entiers à l'exclusion de tout autre fossile. On la rencontre en Angleterre, en Irlande, en Écosse, en Amérique et en Russie. En Australie elle se trouve dans un schiste brûnâtre, pétri d'une quantité innombrable de moules internes et externes d'*Atrypa reticularis,* Linné et dont des échantillons ont été reccueillis à Duntroon. L'un de ces échantillons renferme, outre les deux espèces que je viens de citer, des exemplaires de l'*A hemisphærica,* Sow. et du *Strophomenes compressa,* Sow., espèces qui sont indiquées par sir Roderick Murchison comme étant les plus caractéristiques des espèces supérieures des roches de Llandovery (Llandovery Rocks). Il ne peut donc exister le moindre doute sur l'horizon géologique de la roche qui a fourni ces échantillons.

3. ORTHIS CANALICULATA, *Lindström.*

ORTHIS ORBICULARIS. Schmidt, 1859, *Beitrag zur Geologie der Insel Gothland*, p. 44, (non Sowerby).

— CANALICULATA. Lindström, 1860, *Ofvers. of Kong. Vetensk. Akad. Forhandl.*, n° 8, p. 268, pl. 16, fig. 10.

— — Davidson, 1871, *Monogr. of the brit. silur. Brachiop.*, p. 218, pl. 27, fig. 12-13.

Coquille transverse, ovale, ayant sa plus grande largeur vers le milieu de sa longueur; bord cardinal sensiblement plus court que le diamètre transverse des valves; oreillettes arrondies; front légèrement sineux. Valve ventrale modérément convexe, un peu déprimée latéralement; son axe est triangulaire et creusé en forme de canal. Valve dorsale beaucoup moins convexe que la précédente; elle paraîtrait presque plane, si elle ne portait dans sa partie médiane un sinus assez bien marqué, qui s'étend du crochet au front et la divise en deux parties égales. La surface de chacune des deux valves est couverte d'un grand nombre de petites côtes rayonnantes se multipliant soit par bifurcation, soit par interposition et traversées surtout vers les bords, de stries concentriques d'accroissement, peu régulières, mais très-appréciables à la simple vue.

Dimensions. — Longueur 11 millimètres; largeur 15 millimètres et épaisseur 4 millimètres.

Gisement et localités. — M. Lindström qui est le premier qui ait distingué cette espèce des *O. elegantula* et *basalis* de Dalman avec lesquels elle a des rapports, l'a rencontrée dans un grand nombre de localités de Gothland. M. T. Davidson l'a trouvée à Sedgley, près Wolverhampton. L'échantillon de M. Clarke provient des bords du Bell et il est associé dans un calcaire grisâtre au *Monticulipora pulchella*, Milne Edw. et J. Haime.

Genre ATRYPA, *Dalman.*

—

ATRYPA RETICULARIS, *Linné.*

Anomia reticularis.	Linné, 1767, *Syst. Naturae*, Ed. XII, p. 1152.
Atrypa —	Dalman, 1827, *Vetensk. Akad. Handl.*, p. 127, pl. 4, fig. 2.
— —	Davidson, 1871, *Monogr. of the brit. silur. Brach.*, p. 129, pl. 14, fig. 1-22. (Voir la synonymie de cette espèce à la même page.)

La description de cette espèce a été si bien faite et sa forme est si bien connue que je puis me dispenser d'indiquer de nouveau l'une et de reproduire l'autre. Pas un paléontologiste ne peut se tromper sur sa détermination.

Parmi les nombreux échantillons que j'ai sous les yeux, les uns appartiennent au terrain silurien, les autres au terrain dévonien. Les premiers ne sont généralement représentés que par des empreintes internes ou externes, contenues dans un schiste jaunâtre ou brunâtre assez tendre, appartenant aux roches siluriennes supérieures de Llandovery, ainsi que je l'ai indiqué antérieurement. Ces échantillons ont été recueillis à Duntroon.

2. ATRYPA? HEMISPHAERICA, *J. C. de Sowerby.*

Atrypa hemisphaerica.		J. de C. Sowerby, 1839, *In Murchison's Silur. system*, p. 637, pl. 20, fig. 7.
Leptocaelia hemisphaerica.		J. Hall, 1857, *Report of the Reg. of the Univ. of the State Cabin. of New-York*, p. 33.
Atrypa	—	Salter, 1859, *In Murchison's Siluria*, p. 100, fig. 4, et pl. 9, fig. 3.
—	—	T. Davidson, 1871, *Monogr. of the brit. silur. Brach.*, p. 136, pl. 13, fig. 23-30.

Cette petite espèce, de forme suborbiculaire, ordinairement un peu plus large que longue, a ses deux valves très-inégalement bombées. La valve ventrale est demi-sphérique, assez régulièrement voûtée; son crochet est petit, pointu, recourbé et ouvert.

La valve dorsale presque plane est faiblement déprimée dans son milieu. La surface de chacune de ces valves est ornée de douze à dix-huit côtes rayonnantes, séparées les unes des autres par des sillons d'égale largeur et traversés par des stries concentriques d'accroissement.

Observation. — J'ai suivi l'exemple de mon savant ami M. T. Davidson en conservant provisoirement cette espèce dans le genre *Atrypa,* jusqu'à ce que ses caractères aient été mieux définis. M. J. Hall est d'avis qu'elle doit rentrer dans son genre *Leptocœlia* (1).

Gisement et localités. — Cette espèce est caractéristique des assises supérieures de Llandovery; elle est plus rare dans les assises inférieures. Elle est très-abondante dans certaines localités et se trouve en Angleterre, en Écosse, en Irlande et en Amérique. En Australie, à Duntroon.

Genre **RETZIA**, *King.*

RETZIA SALTERI, *Davidson.*

Terebratula Bouchardii. Davidson, 1848, *Bulletin de la Soc. géol. de France,* 2e sér., t. V, p. 332, pl. 3, fig. 33.
— Salteri. Idem, 1848, *Ibid.*, t. V, p. 331, pl. 3, fig. 31.
Retzia Bouchardii. Salter, 1859, *In Murchison's Siluria,* p. 250, fig. 4.
Retzia Salteri, *var.*? Bouchardii. Davidson, 1871, *Monogr. of the brit. silur. Brach.,* p. 127, pl. 12, fig. 26 et 28-30.

Cette coquille pourrait être facilement prise pour une *Rhynchonella,* si l'on n'avait pas ses spires pour se guider. Elle est ordinairement ovale, un peu plus longue que large. Ses valves sont à peu près également voûtées. Leur surface est ornée de 21-29 petits plis ou côtes rayonnantes, assez anguleuses, dont deux ou quatre médianes de la valve dorsale sont un peu plus minces et moins élevées que les autres; la valve ventrale est

(1) Voir Davidson, *Monogr.* p. 107.

munie d'un large sinus, dont le fond est occupé par une ou trois côtes moins épaisses que les autres. Toute la surface est traversée par des lignes concentriques équidistantes d'accroissement et couverte de très-petites spinules lorsque les individus sont de bonne conservation. Les échantillons qui m'ont été confiés se rapportent exactement à la description et aux figures citées de M. T. Davidson. L'un d'entre eux qui a conservé ses spires, est identique à la figure 27*a*.

Gisement et localités. — Cette espèce est rare dans le calcaire de Wenlock à Dudley, mais assez abondante dans celui de Rock-Farm, Longhope. Elle est assez commune dans un calcaire d'un gris brunâtre de Yarralumla.

Genre **SPIRIFER**, *Sowerby*.

—

SPIRIFER CRISPUS, *Hisinger*.

Terebratula crispa.	Hisinger, 1826, *Vetensk. Akad. Handlingar*, pl. 7, fig. 4 (non *Anomia crispa*, Linné).
Spirifer crispus.	von Buch, 1837, *Ueber Delthyris*, p. 40.
Spirifera crispa.	T. Davidson, 1871, *Monogr. of the brit. silur. Brach.*, p. 97, pl. 10, fig. 13-15.

Cette petite espèce est la seule parmi ses congénères dont j'aie eu l'occasion de constater l'existence dans les assises siluriennes de l'Australie. Elle se reconnaît facilement à la présence des 3,5 ou 7 gros plis qui garnissent sa valve dorsale et dont la médiane, un peu plus forte que les autres, forme le bourrelet. Sa valve ventrale, un peu plus bombée que la valve opposée, porte un ou trois plis de chaque côté du sinus. Ordinairement la surface est traversée par des lignes ou petits sillons concentriques qui font presque entièrement défaut sur les échantillons australiens que j'ai sous les yeux.

Gisement et localités. — M. Davidson constate que cette espèce est très-commune dans les assises siluriennes supérieures et qu'elle se trouve, en Angleterre, dans celles de Llandovery. C'est exactement la position qu'elle occupe en Australie à Dan-

gelong où elle a laissé de nombreuses empreintes dans un schiste de couleur ochracée ou olivâtre, plus ou moins dur et dans lequel elle est accompagnée de plusieurs autres espèces caractéristiques de la même formation; elle a, en outre, été recueillie à Rock-Flat-Creek à l'Est du Maneroo.

Genre **MERISTELLA**, *Hall.*

—

MERISTELLA TUMIDA? *Dalman.*

Terebratula obtusa.	Sowerby, 1815, *Trans. of the Lin. Soc. of London*, t. XII, p. 516, pl. 27, fig. 3-4.
Atrypa tumida.	Dalman, 1828, *Vetensk. Akadem. Handl.*, p. 134, pl. 5, fig. 3.
Merista tumida.	Schmidt, 1858, *Archiv Natur. Liv-Ehst und Kurlands*, t. II, p. 209.
Meristella tumida.	J. Hall, 1860, *Thirteenth ann. report of the Reg. on the State Cabinet of New-York*, p. 73.
— —	T. Davidson, 1866, *Monogr. of the brit. silur. Brach.*, p. 109, pl. 11, fig. 1-13.

Quoique je n'aie eu à examiner qu'un échantillon assez incomplet du Brachiopode que je rapproche de cette espèce, il ne me reste que fort peu de doute sur son identité. Cet échantillon possède exactement la forme de celui que M. T. Davidson a représenté par la figure 4, planche XI, de sa Monographie des Brachiopodes siluriens; sa surface est presque lisse et son front très-élevé. L'espèce d'ailleurs est trop connue pour qu'il soit nécessaire d'insister ici sur ses caractères.

Gisement et localités. — C'est une des espèces les plus abondantes des assises siluriennes supérieures de l'Angleterre et de la Suède. En Australie elle a été recueillie dans un calcaire argileux schistoïde à Slaugta-House-Creek, Delegate-River.

Division : MOLLUSCA

Classe : LAMELLIBRANCHIATA.

Genre PTERINEA, *Goldfuss.*

1. PTERINEA AMPLIATA, *J. Phillips.*

Avicula ampliata. J. Phillips, 1858, *Mem. of the geol. Survey of Great-Britain*, t. I, part. I, p. 367, pl. 23, fig. 1.

La forme de la coquille est obliquement subovale, à côté postérieur un peu prolongé et légèrement échancré; son bord inférieur est subsemi-circulaire et forme une courbe assez régulière qui s'étend de l'extrémité du côté postérieur jusqu'à l'oreillette antérieure. Les deux valves ont dû être très-rapprochées l'une de l'autre et très-minces; l'empreinte de la valve droite, qui est la seule qui me soit connue, a conservé des traces de stries très-fines d'accroissement, qui sont les seuls ornements dont la surface ait été garnie. L'empreinte du muscle adducteur est très-excentrique, médiocrement grande, arrondie et placée du côté du prolongement postérieur de la coquille à environ 1 centimètre du bord.

Rapports et différences. — Par les ornements de sa surface elle se rapproche de la *P. retroflexa*, Wahl., mais elle s'en éloigne par sa forme allongée et par la faible épaisseur de son test.

Dimensions. — Longueur 4,5 centim., larg. environ 5 centim.

Gisement et localités. — L'empreinte de cette espèce étant accompagnée de celles du *Cromus bohemicus*, Barrande, et de l'*Atrypa ? hemispherica*, Sowerby, elle doit nécessairement provenir d'assises siluriennes de même époque que celles de Llandovery. Elle a été trouvée à Dangelong, dans le district de Cooma. J. Phillips l'a recueillie dans un grès pourpre lamellaire du mont Trichrug, Llangadog, appartenant au silurien supérieur.

2. PTERINEA PUMILA, *L.-G. de Koninck*.

(Pl. I, fig. 7.)

Cette petite coquille, qui paraît être subéquivalve, est obliquement subovale, un peu gibbeuse, plus longue que large; son côté postérieur est faiblement sinué et forme avec le bord cardinal un angle très-obtus. Le côté antérieur est presque droit; oreillette antérieure petite, un peu lobée; la postérieure déprimée et assez large. La surface extérieure est couverte de stries concentriques d'accroissement très-prononcées, mais assez inégales; elles sont quelquefois interrompues par de petits renflements un peu allongés, dont la direction est longitudinale.

Dimensions. — Longueur 10 millimètres; largeur 7-8 millimètres.

Rapports et différences. — La forme générale de cette coquille se rapproche de celle de la *Pterinea sublævis*, M^c^ Coy, mais outre que sa taille est beaucoup plus petite, elle est plus allongée et beaucoup plus fortement striée que cette dernière.

Gisement et localité. — Quoique l'échantillon que j'ai sous les yeux porte un très-grand nombre d'individus, presque tous sont représentés par leur valve droite. Ils sont contenus dans une argile calcareuse très-compacte de couleur olivâtre (Mud-Stone) de Yarralumla. Comme ils y sont accompagnés de l'*Atrypa? hemispherica*, il est évident qu'ils occupent le même horizon géologique que l'espèce précédente.

Classe : GASTEROPODA.

Ordre : PROSOBRANCHIATA.

Genre EUOMPHALUS, *Sowerby.*

---

1. EUOMPHALUS SOLARIOÏDES, *L.-G. de Koninck.*

(Pl. I, fig. 5.)

Coquille discoïde à spire légèrement déprimée au-dessous du niveau du dernier tour. Tours de spire au nombre de cinq ou six très-peu enveloppants et se contournant à peu près dans le même plan; leur section est transversalement subovale, un peu anguleuse vers le bord externe. Sa suture est bien marquée par un sillon spiral; sa surface est complétement lisse du côté de l'ombilic qui est très-large et peu profond; du côté opposé elle est ornée d'un grand nombre de tubercules transverses peu apparents sur le dernier tour de spire, mais bien distincts sur les autres et principalement sur le deuxième.

Dimensions. — Diamètre 18 millimètres; hauteur environ 3 millimètres.

Rapports et différences. — Cette espèce a beaucoup de ressemblance avec l'*E. corndensis*, Sowerby, dont elle se distingue par sa plus grande taille et par le nombre plus considérable de ses tubercules.

Gisement et localité. — L'unique échantillon qui m'ait été communiqué, s'est trouvé dans une roche argileuse assez compacte de nuance ochracée, recueillie à Rock-Flat-Creek, côté Est du Maneero.

2. EUOMPHALUS? PLEUROPHORUS, *L.-G. de Koninck.*

(Pl. I, fig. 6.)

Coquille de forme hélicoïde, assez globuleuse, composée de quatre à cinq tours de spire; spire déprimée à angle très-obtus; sutures assez bien marquées par un sillon peu profond; spire embrassante à ouverture subcirculaire et relativement petite, par suite de l'épaisseur considérable du têt, principalement du côté de la suture; du côté opposé le têt est aplati et s'étend en un bord assez bien marqué autour de la base de la coquille; cette partie étant presque entièrement engagée dans une roche quartzeuse très-dure dont il a été impossible de la débarrasser, je n'ai pas eu l'occasion de m'assurer de la forme exacte de l'ombilic; néanmoins une cassure accidentelle m'a permis de constater qu'il n'était pas grand et qu'il était disposé en entonnoir. La surface externe est rugueuse, mais il est probable que cette rugosité est le résultat de la fossilisation, car elle n'a rien de régulier.

Dimensions. — Longueur 25 millimètres; diamètre transverse 35 millimètres; angle spiral 148°; hauteur du dernier tour de spire 20 millimètres; diamètre de l'ouverture de la bouche 6 mill.

Rapports et différences. — Cette espèce diffère de toutes celles qui me sont connues, par l'épaisseur de son têt, que rappelle assez bien par sa forme le tube des *Magilus*. Aussi ai-je quelques doutes sur sa classification générique; mais il m'a été impossible d'isoler suffisamment le seul échantillon qui m'ait été communiqué pour dissiper mon incertitude.

Gisement et localité. — Je n'ai aucune donnée positive sur l'âge géologique de cette espèce; la roche quartzeuse dans laquelle elle est engagée et dont les caractères minéralogiques sont identiques à ceux des roches dans lesquelles se sont trouvées la plupart des espèces de Célantérés que j'ai décrites déjà, est la seule chose qui me permette de croire qu'elle est du même âge que ces dernières et qu'elle provient des assises siluriennes supérieures. L'échantillon qui la renferme a été trouvé sur les bords du Murrumbidgee, aux environs de Yass.

Genre **EUOMPHALUS**, *Sowerby.*

Sous-genre OMPHALOTROCHUS, *Meek.*

—

EUOMPHALUS (OMPHALOTROCHUS) CLARKEI, *L.-G. de Koninck.*

(Pl. I, fig. 7.)

Coquille trochiforme imperforée, composée de cinq ou six tours de spire s'enveloppant mutuellement sur environ la moitié de leur longueur, à base déprimée, légèrement concave dans son milieu; le dernier tour est très-développé et occupe plus des trois quarts de la longueur totale de la coquille; son bord inférieur est anguleux; la partie comprise entre le bord et la suture est faiblement convexe ; la spire est très-courte et le sommet est obtus ; le têt est extrêmement épais. La surface, outre qu'elle est chargée de quelques varices, dont la forme et la distribution n'ont rien de régulier, est ornée d'un grand nombre de lamelles imbriquées d'avant en arrière, dont le bord parallèle à celui du péristome est de forme sigmoïdale sur la partie dorsale du dernier tour de spire et courbe sur la base où toutes convergent vers l'extrémité de la columelle; néanmoins, à une faible distance de l'angle qui limite la base, ces lamelles subissent un léger renflement sur une très-petite largeur et produisent ainsi une carène concentrique peu marquée, qui dénote la présence d'une gouttière ou canal postérieur. Cette disposition, jointe à la forme sigmoïdale du labrum, rappelle trop celles des ouvertures des *Euomphalus discors* et *rugosus*, Sowerby, du silurien de Dudley, pour que, malgré l'absence d'ombilic, on ne soit pas frappé immédiatement de leur ressemblance et que l'on ne soit facilement persuadé que toutes appartiennent à un même groupe. Selon Bayan, de l'École des Mines de Paris, qui, peu de temps avant sa mort, a bien voulu me donner quelques indications à cet égard, ce groupe, dans lequel il entrerait encore quelques autres espèces, pourrait être compris sous le nom générique d'*Omphalotrochus* proposé par M. Meek, pour une espèce

carbonifère analogue de la Californie (1). Quoique le peristome soit anguleux, la section transverse des tours de spire démontre que l'ouverture proprement dite était circulaire; le bord interne ou columellaire est recouvert d'une callosité mince, mais assez étendue. Je ne connais aucune espèce qui lui soit comparable.

Dimensions. — Longueur 42 millimètres; hauteur du dernier tour de spire 32 millimètres; diamètre de la base 61 millimètres.

Gisement et localité. — L'échantillon décrit n'a probablement pas été trouvé en place; le têt en est silicifié; quelques fragments d'un calcaire blanc compacte y sont adhérents; l'intérieur de l'ouverture est garni de cristaux de calcite; il provient des environs de Yass.

Genre **BELLEROPHON**, *Montfort.*

—

BELLEROPHON JUKESII, *L.-G. de Koninck.*

(Pl. IV, fig. 2.)

Coquille de taille moyenne, subdiscoïdale, faiblement ombiliquée; tours de spire prenant un accroissement rapide et terminés par une ouverture plus haute que large; dos muni d'une carène bien prononcée, produite par la bande du sinus. Surface ornée de stries d'accroissement peu marquées et presque complétement invisibles à l'œil nu.

Dimensions. — Diamètre 30 millimètres; largeur du dernier tour de spire 15 millimètres; hauteur du même 11 millimètres.

Rapports et différences. — Le profil de cette espèce a quelque ressemblance avec celui du *B. Wenlockensis,* Sowerby, dont les tours de spire sont aussi complétement embrassants et possèdent une carène analogue, mais tandis que l'espèce anglaise est globu-

(1) *Geological Survey of California, Palæontology,* t. I, p. 15.

leuse, l'espèce australienne est subdiscoïdale et elle est relativement beaucoup moins large.

Gisement et localité. — Un seul échantillon, un peu déformé, a été découvert dans une roche argileuse assez tendre et de couleur jaune brunâtre à Rock-Flat-Creek, semblable à celle qui renferme des trilobites siluriens et qui provient de la même localité. J'ai dédié cette espèce à J. B. Jukes, enlevé trop tôt à la science et à l'estime de ses nombreux amis.

Classe : PTEROPODA.

Section : THECOSOMATA.

Genre CONULARIA, *Miller.*

CONULARIA SOWERBYI? *Defrance.*

Conularia	Sowerbyi.	Defrance, 1828, de Blainville, *Manuel de malacologie*, p. 377, pl. 14, fig. 2.
—	quadrisulcata.	J. de C. Sowerby, 1839, *In Murchison's Silurian system*, p. 626, pl. 12, fig. 12.
—	Sowerbyi.	De Verneuil, 1845, *Russia and Ural Mount.*, t. II, p. 348, pl. 24, fig. 5.
—	—	Salter, 1859, *In Murchison's Siluria*, p. 550, pl. 25, fig. 10.

N'ayant reçu qu'un petit fragment de la coquille dont il est ici question, il m'est impossible d'affirmer positivement qu'il se rapporte exactement à l'espèce indiquée. Je suis néanmoins autorisé à le croire par deux motifs déduits de ce que, d'un côté, les ornements sont très-semblables à ceux figurés par Sowerby et que de l'autre côté, le fragment a été recueilli dans la roche qui a fourni les *Encrinurus Barrandei*, L. G. de Koninck, *Atrypa hemisphærica*, Sowerby, *Retzia Salteri*, Davidson, toutes espèces accompagnant en Angleterre le *Conularia Sowerbyi*, lequel à son tour peut très-bien être associé à ces mêmes espèces en Australie.

Gisement et localités. — Ainsi que cela résulte des observations qui précèdent, l'échantillon de *Conularia* découvert à Rock-Flat-Creek provient des assises siluriennes de l'âge des Llandovery-Rocks supérieurs; E. de Verneuil a recueilli le *Conularia Sowerbyi* à Chotim en Bessarabie, sur les bords du Dniester.

Classe : CEPHALOPODA.

Ordre : TETRABRANCHIATA.

Genre **ORTHOCERAS**, *Breyn.*

ORTHOCERAS IBEX, *J. de C. Sowerby.*

Orthoceras ibex.		J. de C. Sowerby, 1839, *In Murchison's Silurian system*, p. 613, pl. 5, fig. 30 (non Phillips).
—	articulatum.	Idem, *Ibid.*, p. 613, pl. 5, fig. 31.
—	ibex.	Salter, 1859, *In Murchison's Siluria*, p. 551, pl. 29, fig. 3-4.

Coquille très-allongée, dont le diamètre augmente faiblement pendant son développement successif; section transverse elliptique. Cloisons obliques assez nombreuses; à chaque cloison correspond un des bourrelets ou anneaux légèrement anguleux dont la surface externe est garnie; celle-ci paraît avoir été lisse et le têt très-mince. Le syphon ainsi que la place qu'il occupe, de même que la forme de la dernière cloison ou chambre viscérale, me sont entièrement inconnus.

Dimensions. — L'angle apicial n'étant que de 4-5°, cette espèce a dû avoir une longueur de plus de 15 centimètres, en supposant que son allongement ait été régulier. Sur un échantillon ayant 1 centimètre de diamètre, la hauteur de chaque cloison est d'environ 2 millimètres.

Gisement et localités. — En Angleterre, cette espèce se trouve dans les assises siluriennes supérieures des environs de Ludlow. En Australie elle est associée à l'espèce précédente.

Classe : CRUSTACEA.

Ordre : OSTRACODA.

Genre **ENTOMIS**, *Rupert Jones.*

ENTOMIS PELAGICA, *Barrande.*

Entomis pelagica. J. Barrande, 1872, *Syst. silur. du centre de la Bohême*, t. I, Supplément, p. 515, pl. 24, fig. 1-6.

La forme des valves est subsemi-circulaire, abstraction faite de la courbe qui termine les deux extrémités de la charnière, laquelle est droite ou légèrement sinueuse dans le reste de son étendue.

Chacune des deux valves est partagée en deux parties sensiblement égales par un sillon transverse assez profond et légèrement sigmoïdal qui, en partant de la charnière, s'arrête à une petite distance du bord opposé. L'une et l'autre de ces parties sont bombées, mais la convexité de la partie inférieure est plus régulière que celle de la partie céphalique qui se distingue par la présence d'un fort tubercule, placé sur le bord et à peu près vers le milieu de la longueur du sillon transverse; le reste de la surface de cette même partie est faiblement ondulé. Les deux valves sont parfaitement lisses dans toute leur étendue; leur têt paraît avoir été très-mince.

Dimensions. — L'unique exemplaire observé n'a que 3 millimètres de long sur environ 2 millimètres de large. Quoique ces dimensions soient un peu différentes de celles indiquées par M. Barrande (6 mill. sur 3 environ), je n'ai pas cru devoir séparer l'échantillon australien de l'espèce découverte en Bohême, parce que tous ses autres caractères s'y rapportent avec une grande exactitude, notamment son tubercule céphalique très-prononcé, qui sert à la distinguer de ses congénères.

Gisement et localité. — Tous les spécimens de Bohême proviennent du calcaire silurien de Konieprus. Je l'ai observée dans un fragment de roche argileuse de couleur olivâtre de Yarralumla, associée à un grand nombre de fragments de Trilobites et d'une branche d'*Alveolites repens*, Fougt.

Ordre : TRILOBITA.

Genre ILLAENUS, *Dalman.*

ILLAENUS WAHLENBERGI? *J. Barrande.*

Illaenus	Wahlenbergi.	J. Barrande, 1846, *Nouv. Trilob.*, p. 13.
—	subtriangularis.	Hawle u. Corda, 1847, *Prodrom einer Monogr. der Böhm. Trilob.*, pl. 3, fig. 29.
—	Wahlenbergianus.	J. Barrande, 1852, *Syst. silur. du centre de la Bohême*, t. I, p. 684, pl. 34, fig. 19-24.

Ce n'est qu'avec doute que je rapporte l'unique pygidium d'Illaenus qui m'ait été transmis, à l'espèce que M. Barande a dédiée à Wahlenberg. Ce doute ne pourra être levé que par la découverte de spécimens complets; toutefois, lors même que l'espèce serait différente, elle en serait toujours très-voisine, par la raison que les caractères décrits par M. Barrande s'appliquent parfaitement au fragment que j'ai entre les mains. En effet, ce pygidium, qui n'a que 3 millimètres de long et 5 millimètres de large, a sensiblement la forme d'un triangle équilatéral dont les angles sont fortement arrondis et auquel l'extrémité du thorax servirait de base. Il est assez régulièrement bombé et sa surface est entièrement lisse. Quatre segments du thorax y sont restés soudés.

Gisement et localité. — Se trouve dans un calcaire cristallin blanc, veiné de rouge, à Boree Cavern.

Genre STAUROCEPHALUS, *J. Barrande.*

STAUROCEPHALUS CLARKEI, *L.-G. de Koninck.*

(Pl. I, fig. 8.)

Quoique je ne connaisse de cette espèce que la tête et le pygidium à l'état de moule, leur forme et les caractères qu'il m'a été possible de constater, suffisent pour acquérir la conviction qu'elle diffère de toutes ses congénères actuellement connues.

La glabelle est proéminente et presque sphérique dans sa partie frontale, tandis que la partie postérieure, beaucoup plus basse et plus étroite, semble lui servir de pédoncule; elle est bordée de sillons dorsaux très-profonds, mais assez étroits : ce pédoncule, séparé de la partie sphérique par un sillon transverse unique, placé immédiatement derrière cette partie, porte deux sillons latéraux qui n'atteignent pas l'axe.

La joue fixe est légèrement voûtée et plissée en travers. L'œil est petit et saillant; la joue mobile est très-petite, mais l'état dans lequel se trouve le spécimen ne me permet pas d'en indiquer ni la forme, ni la limite.

Le contour extérieur de la tête est semi-oval et limité par un bourrelet assez étroit, placé en avant de la glabelle qui le soustrait complétement à la vue; celle-ci se prolonge en arrière en pointes divergentes assez aiguës quoique épaisses et garnies en dessus de deux épines verticales dont la plus forte est placée dans le voisinage de l'angle génal, et la seconde beaucoup plus petite presque immédiatement au-dessus de la première.

Le thorax m'est inconnu.

Le pygidium est très-remarquable; son axe est allongé, assez étroit et composé de sept anneaux. La surface des lobes latéraux est faiblement convexe; du premier anneau de l'axe se détache une côte qui se prolonge en pointe assez longue, faiblement courbée et dont la base forme un angle presque droit avec le sillon dorsal de l'axe; immédiatement au-dessous de cette pointe s'en produit une autre un peu plus longue dont la direction est beau-

coup plus oblique et qui, au point d'insertion, forme un angle aigu avec la première. Par cette disposition ce pygidium se rapproche de celui de certaines espèces de *Cheirurus* et d'*Acidaspis*. Comme sa surface est parfaitement lisse, il est probable que celle des autres parties de l'animal se trouve dans les mêmes conditions.

Rapports et différences. — Par la forme de sa glabelle et par celle de ses pointes générales, cette espèce a beaucoup de rapports avec le *Staurocephalus unicus*, W. Thomson, mais elle en diffère par le plissement de ses joues et plus encore par la forme de son pygidium, par laquelle elle se rapproche un peu du *Staurocephalus globiceps*, Portlock; celui-ci ne peut cependant pas être confondu avec elle, parce que son pygidium n'est armé que de deux pointes, au lieu de quatre.

Gisement et localité. — M. Clarke a découvert cette espèce à Rock-Flat-Creek, dans une roche argileuse de couleur jaune d'ocre assez friable dans certaines parties, plus dure et schistoïde dans d'autres; elle y est accompagnée du *Cromus bohemicus* et de quelques autres crustacés. Je me fais un véritable plaisir de la dédier à l'infatigable pionnier de la civilisation et de la science à qui j'en dois la connaissance.

Genre **CHEIRURUS**, *Beyrich.*

—

CHEIRURUS INSIGNIS, *Beyrich.*

Cheirurus insignis.	Beyrich, 1845, *Ueber Böhm. Trilobiten*, p. 12, fig. 1.
—	—	Barrande, 1846, *Notice prélim. sur les Trilob.*, p. 49.
Chirurus	—	Hawle u. Corda, 1847, *Prodr. einer Monogr. der Böhm. Trilob.*, p. 133, pl. 6, fig. 7.
Ceraurus	—	J. Hall, 1851, *Paleont. of New-York*, t. II, pp. 300 et 306, pl. A66, fig. 4, et 67, fig. 9 and 10.
Cheirurus	—	J. Barrande, 1852; *Syst. silur. du centre de la Bohême*, t. I, p. 782, pl. 41, fig. 1-13.

Un seul pygidium de cette espèce importante s'est trouvé parmi les nombreux fragments de Trilobites recueillis par le révérend M. W. B. Clarke. Il est tellement ressemblant à l'échantillon

figuré par M. Barrande, planche XLV, figure 8 du tome I, de son remarquable ouvrage sur le *système silurien du centre de la Bohême*, qu'il est impossible de se méprendre sur sa détermination. Cette espèce se distingue de la plupart de ses congénères par la forme de son pygidium et celle de ses plèvres, qui sont au nombre de quatre, mais dont la dernière paire est représentée par un rudiment aigu, faisant suite à l'axe; ce dernier caractère est surtout bien développé dans l'échantillon australien.

Gisement et localités. — D'après M. Barrande cette espèce est du petit nombre des Trilobites qui ont leurs représentants dans les deux divisions du terrain silurien de Bohême.

En Australie, elle se trouve à Yarralumla dans une roche argileuse brunâtre, assez compacte quoique se laissant rayer par l'ongle, et dans laquelle elle est associée au *Strophomenes pecten*, Linnæus et au *Cromus bohemicus*, J. Barrande, espèces qui peuvent servir à fixer l'étage auquel elle appartient.

Genre **ENCRINURUS**, *Emmrich.*

—

ENCRINURUS PUNCTATUS, *Brünnich.*

Entomolithes paradoxus.	Linnæus, 1759, *Acta Acad. sc. Holm.*, p. 22, pl. 1, fig. 2.
Trilobites punctatus.	Brünnich, 1784, *Nye Samling of dat Kongl. Norske Vidensk. Selskabs Schrifter*, t. I, p. 394.
Entomostracites punctatus.	Wahlenberg, 1821, *Acta Soc. sc. Ups.*, t. III, p. 32, pl. 2, fig. 1.
Calymene variolaris.	Al. Brongniart, 1822, *Crust. foss.*, p. 14, pl. 1, fig. 3*A* (fig. 3*B exceptâ*).
— punctata.	Murchison, 1839, *Silur. system*, pl. 23, fig. 8.
Phacops variolaris.	Emmrich, 1839, *De Trilobitis*, p. 20.
Encrinurus punctatus.	Idem, 1845, *Neues Jahrb. für Miner.*, etc., p. 20.
— —	Corda u. Hawle, 1847, *Prod. einer Mon. d. Böhm. Trilob.*, p. 91, pl. 5, fig. 5.
— —	Kutorga, 1847, *Verhand. d. K. min. russ. Gesells. St-Petersb.*, p. 299, pl. 8, fig. 4.
Cybele punctata.	Fletcher, 1850, *Quart. Journ. of the geol. Soc. of London*, t. VI, p. 403, pl. 32, fig. 1-5.
Encrinurus punctatus.	Salter, 1853, *Mem. of the geol. Survey of Engl.*, Dec. VII, p. 6, pl. 4, fig. 14-16.
— —	Salter, 1859, *In Murchison's Siluria*, p. 100, fig. 10, and p. 261, fig. 5, pl. 10, fig. 5.

Cette espèce a été si bien décrite et figurée par M. Fletcher et par Salter, que je puis me dispenser d'entrer dans le détail des caractères qui la distinguent et dont le principal et le plus facile à reconnaître, consiste dans la rangée longitudinale de cinq ou six petits tubercules qui ornent la partie médiane de l'axe du pygidium. La glabelle n'est que faiblement renflée, épaisse et ornée de tubercules dont les antérieurs sont un peu plus gros que les autres et disposés en arc sur le bord du limbe. Les sillons de la glabelle sont très-peu prononcés et c'est à peine qu'on en constate la présence entre les tubercules. Les pointes génales sont aiguës, mais ne sont pas très-longues. L'œil est petit et supporté par un pédoncule saillant dont les parties latérales portent quelques légers plis rayonnants se dirigeant vers un même nombre de petits tubercules disposés autour de la base, tandis que les parties internes situées au-dessus de la grande ligne à suture, sont couvertes de gros tubercules. Le thorax est composé de onze segments; son axe est convexe et nettement séparé des plèvres par des sillons bien marqués; chacune des deux extrémités de ses anneaux porte un tubercule saillant; les plèvres sont granuleuses et assez fortement recourbées sur elles-mêmes, sur la moitié de leur étendue. Le pygidium est subtriangulaire, souvent terminé par un appendice plus ou moins long; son axe est composé de 25-30 anneaux dont la partie moyenne est généralement effacée et forme ainsi une bande longitudinale lisse, sur laquelle s'élèvent cinq ou six petits tubercules saillants et pointus. Les lobes latéraux sont divisés en un nombre de côtes variables suivant les échantillons de huit à dix et séparées entre elles par des sillons bien marqués; la direction de ces côtes est d'autant plus inclinée par rapport à l'axe, qu'elles sont plus rapprochées de l'extrémité inférieure de l'animal.

Gisement et localités. — En Angleterre et en Suède cette espèce appartient aux assises siluriennes supérieures et se trouve dans les roches de Llandovery et dans le calcaire de Wenlock ainsi que dans le calcaire de Gothland. Je ne suis pas persuadé que les échantillons d'*Encrinurus* que l'on rencontre en grande abondance dans les roches siluriennes inférieures des environs de

Galway en Irlande, qui ont une très-grande ressemblance avec cette espèce, et que M. Mc Coy a désignés sous le nom d'*Encrinurus Stokesii* (1), soient réellement identiques avec elle, ainsi que Salter le suppose. Parmi les divers échantillons de Trilobites recueillis en Australie, deux seulement appartiennent à l'*Encrinurus punctatus*. L'un, dont le pygidium seul a été conservé, provient des environs de Yass et se trouve dans une roche quartzeuse colorée en rouge par l'oxyde de fer : il y est associé au *Pentamerus oblongus*, Sowerby et au *Cyathophyllum articulatum*, Wahlenberg, dont la présence suffit pour caractériser son niveau géologique; l'autre, presque complet et auquel il ne manque qu'une petite partie de la tête, a été découvert à Duntroon dans une roche argileuse schistoïde un peu jaunâtre et très-peu friable.

2. ENCRINURUS BARRANDEI, *L.-G. de Koninck.*

(Pl. I, fig. 8.)

Quoique je ne connaisse de cette espèce que la tête et le pygidium, ces deux parties m'ont offert des caractères suffisants pour me permettre de la distinguer facilement des *E. punctatus et variolaris* qui sont les espèces qui s'en rapprochent le plus.

La forme de la tête de l'*E. Barrandei* a beaucoup de rapports avec celles de l'*E. punctatus;* néanmoins elle est relativement un peu plus large ; sa glabelle est beaucoup moins convexe ; son sillon dorsal est faiblement indiqué ; je ne suis pas parvenu à constater la présence de sillons sur la glabelle. Les pointes génales font complétement défaut. Les tubercules, dont presque toute la surface est ornée, ressemblent beaucoup, quant à leur forme et à leur disposition générale, à ceux de l'*E. punctatus,* mais ils m'ont paru être un peu plus nombreux sur les joues fixes. L'œil est

(1) Il est à remarquer que M. Mc Coy abandonne ces noms dans son ouvrage intitulé : *British palæozoic fossils*, p. 158, tout en soutenant que l'espèce est différente de celle décrite par M. Fletcher et par Salter sous le nom d'*E. punctatus* et qu'elle est identique avec celle décrite par Wahlenberg. Je suis d'avis que c'est l'inverse qui est la vérité.

petit, plat et ne s'élève que bien peu au-dessus de la surface des parties environnantes; il est à facettes. Vis-à-vis du centre de son lobe palpébral et à une très-faible distance de celui-ci, on observe un tubercule un peu plus grand que tous ceux qui l'entourent.

Le pygidium est subtriangulaire et un peu plus large que long, tandis que le contraire a lieu pour l'*E. punctatus*. L'angle formé par les côtés latéraux de son extrémité, au lieu d'être aigu comme chez ce dernier, est obtus et se rapproche d'un angle droit; son axe est composé de vingt-cinq ou de vingt-six anneaux bien distincts sur toute leur étendue et ne porte aucune trace de tubercule; les lobes latéraux sont beaucoup plus larges que le lobe médian et sont formés de neuf côtes arquées et plus ou moins inclinées, suivant la place qu'elles occupent; ces côtes sont parfaitement lisses et séparées l'une de l'autre par un sillon peu profond; l'extrémité inférieure du pygidium ne porte aucune trace d'appendice.

Dimensions. — Longueur de la tête 13 millimètres; largeur 28 millimètres; distance entre les yeux 11 millimètres; longueur du pygidium 13 millimètres; largeur du premier anneau de l'axe 5 millimètres; largeur de la première côte 7^{mm}, 5; angle de l'extrémité inférieure environ 100°.

Rapports et différences. — Ainsi que je l'ai fait remarquer plus haut, cette espèce tient à peu près le milieu entre les *E. punctatus* et *variolaris*. Comme j'ai déjà fait ressortir les principaux caractères par lesquels elle se distingue du premier, je me bornerai à indiquer ceux qui la séparent du second, ainsi que des *E. sexcostatus*, Salter, et *multisegmentatus*, Portlock. J'ai constaté que la tête et surtout la glabelle de l'*E. variolaris* sont beaucoup plus renflés et plus convexes et que ses yeux sont plus saillants; qu'en outre, l'axe de son pygidium n'est composé que de dix anneaux, suivant M. Fletcher, et de 9-12, suivant Salter. Le petit nombre des côtes du pygidium de l'*E. sexcostatus*, joint à la convexité de sa glabelle, suffisent pour empêcher sa confusion avec l'*E. Barrandei*. Quant à l'*E. multisegmentatus*, il en diffère par la forme plus triangulaire et relativement moins large de la tête et par le nombre plus considérable des anneaux de l'axe et des côtes de son pygidium.

Gisements et localités. — Plusieurs spécimens ont été trouvés à Yarralumla dans un calcaire argileux gris, correspondant très-probablement au calcaire de Wenlock. Ils y sont associés au *Calymene Blumenbachii*, Al. Brongn.

Genre **CROMUS**, *Barrande.*

—

1. CROMUS BOHEMICUS? *J. Barrande.*

Cromus bohemicus. Barrande, 1852, *Syst. silur. de la Bohême*, t. I, p. 828, pl. 43, fig. 15-17.

La tête est subsemi-circulaire. Sa glabelle est allongée, faiblement bombée et a sa plus grande largeur un peu en arrière du front; elle est garnie de chaque côté de quatre sillons étroits, rectilignes et presque également espacés entre sa base et le point de sa plus grande largeur et chargés d'un grand nombre de granulations dont les unes sont un peu plus fortes que les autres. La joue fixe est séparée de la glabelle par un sillon profond; elle est subtriangulaire et occupe toute la largeur du lobe thoracique correspondant. L'angle génal est arrondi.

Je n'ai pas eu l'occasion d'observer l'œil, ni le thorax.

Le pygidium, de forme subtriangulaire, est un peu plus large que long et fortement bombé en travers. L'axe, composé de 25-30 anneaux, ne possède qu'environ la moitié de la largeur de chacun des lobes latéraux, au-dessus desquels il fait à peine saillie; quelques-uns de ses premiers anneaux supérieurs sont bien marqués dans toute leur étendue, tandis que la plupart des autres sont interrompus au milieu de l'axe et garnie dans cette partie de quelques légères granulations. Chacun des lobes latéraux est formé de onze ou de douze côtes, dont la direction se rapproche d'autant plus de celle de l'axe que leur origine s'éloigne du thorax; elles sont un peu plus larges sur les bords des lobes que du côté opposé et s'y terminent en une petite saillie anguleuse qui fait paraître dentelé le contour du pygidium.

Observation. — Tous les caractères que je viens d'indiquer ont été constatés sur les deux échantillons que je rapporte à l'espèce décrite par M. Barrande et découverte par lui en Bohème. Quoiqu'ils soient parfaitement conformes à ceux indiqués par le savant paléontologiste français, il me reste quelques doutes sur la parfaite identité des spécimens australiens avec les spécimens bohémiens, par la raison que la glabelle me paraît plus bombée. Chez ces derniers les sillons qui séparent les côtes sont assez étroits, tandis qu'ils sont indiqués comme étant profonds et aussi larges que les côtes chez les premiers. Enfin, tous les échantillons examinés étant privés d'yeux, je n'ai pu étudier ni la forme, ni la position de ces organes.

Gisement et localités. — D'après M. Barrande, cette espèce appartient à l'étage calcareux inférieur *E* de sa division silurienne supérieure et a été trouvée à Tobolka, à Wohroda, etc., associé au *Cromus Beaumonti,* Barrande, au *Cheirurus insignis,* Beyrich, et à plusieurs autres Trilobites. C'est dans des conditions analogues qu'elle a été recueillie dans un calcaire argileux gris à Yarralumla.

2. CROMUS MURCHISONI, *L.-G. de Koninck.*

(Pl. I, fig. 9.)

Cette espèce, dont la tête me paraît avoir un contour subsemi-circulaire, est remarquable par la forme de sa glabelle qui est à peu près la seule partie bien conservée du spécimen soumis à mon appréciation. Cette glabelle est en forme de massue; sa moitié extérieure ou frontale a une largeur double de celle que possède l'autre moitié; la première est déprimée, tandis que la seconde est subsemi-cylindrique; celle-ci porte quatre sillons transverses non interrompus, donnant lieu à la formation de bourrelets garnis chacun de cinq tubercules; la surface de la partie extérieure est également ornée d'un grand nombre de tubercules semblables; la glabelle est nettement séparée de la joue fixe par des sillons longitudinaux courbes et très-profonds.

La joue fixe est convexe dans sa partie adjacente à la glabelle et y possède la même largeur qu'elle. L'œil est saillant et bordé du côté de son lobe palpébral par une rainure semi-circulaire. La joue mobile et l'angle génal me sont inconnus. Il en est de même du thorax et du pygidium.

Rapports et différences. Le *Cromus Murchisoni* se distingue de tous ses congénères connus, par la forme de sa glabelle et la profondeur des sillons qui la séparent des joues fixes.

Gisement et localités — Un spécimen très-incomplet accocié à l'espèce précédente a été découvert à Yarralumla, et un autre qui a servi à ma description a été recueilli à Quadong dans un calcaire argileux grisâtre.

Genre **CALYMENE**, *Al. Brongniart.*

—

CALYMENE BLUMENBACHII, *Al. Brongniart.*

Entomolithus paradoxus.		Parkinson, 1811, *Org. remains*, t. III, pl. 17, fig. 11, 13 and 14.
Calymene	Blumenbachii.	Al. Brongniart, 1822, *Crust. foss.*, p. 11, pl. 1, fig. 1.
—	—	Dalman, 1826, *Om Palaeoderna*, p. 35, pl. 1, fig. 2-3.
—	—	Murchison, 1839, *Silur. syst.*, p. 653, pl. 7, fig. 6-7 (fig. 5, *exclusâ*).
—	niagarensis.	J. Hall, 1843, *Geol. report of the* 4th *dist.*, p. 101, fi. 3.
—	Blumenbachii.	Mc Coy, 1851, *Brit. palaeoz. foss.*, p. 165.
—	subdiademata.	Idem. id., *ibid.*, p. 166, pl. 1*F*, fig. 9 (fig. 10, *exclusâ*).
—	spectabilis.	Angelin, 1842, *Palaeont. suecica*, pl. 19, fig. 1.
—	Blumenbachii.	J. Barrande, 1852, *Syst. silur. de Bohême*, t. I, p. 566, pl. 19, fig. 10.
—	—	Salter, 1866, *Monogr. of the brit. Trilobites*, p. 93, pl. 8, fig. 7-16, and pl. 9, fig. 1, 2.

Il ne peut exister le moindre doute sur la détermination des spécimens que j'ai sous les yeux et qui consistent en une tête et deux pygidiums. Il suffit, pour s'en convaincre, de les comparer aux excellentes figures données par Salter et aux exemplaires de Dudley assez généralement répandus dans les collections et si bien connus.

Gisement et localités. — Selon Salter cette espèce a pris naissance avant le dépôt des assises siluriennes inférieures appartenant au Caradoc et ne s'est éteinte que dans les couches supérieures du Wenlock, dans lesquelles on la trouve assez abondamment à Dudley et à Gothland. Elle est beaucoup plus rare en Bohême et aux États-Unis, où elle se trouve dans le Niagara group. En Australie elle existe dans le calcaire argileux gris-verdâtre de Yarralumla, associée aux autres espèces de crustacés que j'ai déjà signalées.

Genre **PROETUS**, *Steininger.*

—

PROETUS STOKESII? *Murchison.*

Araphus Stokesii.		Murchison, 1839, *Silur. syst.*, pl. 14, fig. 6.
Proetus	—	Lovèn, 1843, *Svenska Trilobiter*, pl. 1, fig. 3.
Forbesia	—	Mc Coy, 1851, *Brit. palaeoz. foss.*, p. 174.
Proetus	—	Salter, 1859, *In Murchison's Siluria*, p. 540, pl. 17, fig. 7.

Je rapproche de cette espèce trois petits pygidiums dont les caractères concordent parfaitement avec ceux qu'en donne M. Mc Coy et avec la forme de la figure qu'en a publiée Murchison. Je n'ai malheureusement pas eu l'occasion de les comparer en nature. Il faudra donc attendre la découverte d'échantillons plus complets avant de se prononcer définitivement sur l'espèce.

Ces pygidiums sont de forme subsemi-elliptique et bordés d'un limbe relativement large. Leur axe n'a que la moitié de la largeur des lobes latéraux et se compose de six ou de sept anneaux assez faiblement indiqués ; les côtes sont obtuses et très-peu visibles ; celles qui sont apparentes ont un sillon sutural.

Gisement et localités. — Indiquée d'abord par Murchison dans le calcaire de Wenlock, à Dudley, cette espèce a été trouvée par M. Lovèn dans le calcaire du même âge à Gothland. En Australie elle a été découverte à Yarralumla.

Genre **LICHAS**, *Dalman*.

Parmi les Trilobites que M. Clarke à soumis à mon examen, il ne s'est trouvé qu'un seul échantillon du genre *Lichas*, mais il est si incomplet et en si mauvais état, qu'il m'a été impossible d'en déterminer l'espèce. Il est d'assez grande taille et, par la forme irrégulière de sa granulation, il se rapproche du *Lichas palmata*, Barrande. Il se trouve dans une roche argileuse, en partie schistoïde de Rock-Flat-Creek.

Genre **BRONTEUS**, *Goldfuss*.

1. BRONTEUS PARTSCHI, *J. Barrande*.

Bronteus Partschi.		J. Barrande, 1846, *Notice préliminaire sur les Trilobites*, p. 60.
—	—	Hawle u. Corda, 1846, *Prodrom einer Monogr. d. Böhm. Trilob.*, p. 58.
—	subtriangularis.	Idem, id., *Ibid.*, p. 57.
—	carinatus.	Idem, id., *Ibid.*, p. 59.
—	Partschi.	J. Barrande, 1852, *Syst. silur. de la Bohéme*, t. I, p. 870, pl. 46, fig. 19-31.

Je ne connais de cette espèce que le pygidium, mais il répond si parfaitement aux figures et à la description qu'en a données M. J. Barrande, que je n'ai aucun doute sur son identité avec celui de l'espèce de Bohème. Sa forme est semi-ovale ; sa surface, faiblement et uniformément bombée dans sa partie centrale, s'aplatit vers le contour, sans toutefois devenir concave. M. Barrande ajoute que la ligne d'articulation est droite sur presque toute son étendue et ne s'arrondit que tout près de ses extrémités. Le rudiment de l'axe, très-saillant, figure un triangle dont la hauteur est sensiblement égale à la longueur de la base. La côte médiane est double en largeur des côtes voisines et se dilate

graduellement vers le bord sans se bifurquer. La côte qui longe le thorax s'élargit un peu plus que les autres vers son extrémité. Les six côtes intermédiaires sont semblables entre elles et séparées par des sillons étroits qui n'atteignent pas le tiers de la largeur de celles-ci, près du contour.

Selon M. Barrande la doublure du test ne s'étend que sur les deux cinquièmes de la distance entre le bord et le rudiment de l'axe. J'ai pu m'assurer que sur le spécimen d'Australie elle s'étend jusqu'au rudiment même. C'est la seule différence qu'il m'ait été possible de constater.

Dimensions. — Longueur du pygidium 7 millimètres ; largeur 10 millimètres.

Gisement et localités. — En Bohême cette espèce caractérise le calcaire que M. Barrande désigne sous la lettre *E* et forme la base des assises siluriennes supérieures ; elle se trouve aux environs de Beraun et dans plusieurs autres localités. M. Clarke l'a recueillie à Boree-Cavern, dans un calcaire bigarré de blanc, de gris et de rouge.

2. BRONTEUS GONIOPELTIS, *L.-G. de Koninck.*

(Pl. I, fig. 10.)

La forme du pygidium de cette espèce est assez remarquable, pour qu'il soit aisé de la distinguer de celle de toutes les espèces congénères actuellement connues. Son contour est parabolique et beaucoup plus large que long; la partie médiane de sa ligne d'articulation avec le thorax, formant à peu près le tiers de son étendue, est droite, tandis que ses parties latérales sont fortement courbées. Le lobe rudimentaire de l'axe est hémisphérique; le reste de la surface est très-faiblement bombé dans sa majeure partie et légèrement concave vers le bord; elle paraît être granulée. Ses côtes sont séparées les unes des autres par un sillon étroit, peu profond; la côte médiane a le double de la largeur de ses trois côtes voisines et de celle qui longe le thorax, et à peu près le triple de la largeur des trois côtes intermédiaires entre celles-ci et les trois premières. Le limbe est étroit et porte

une série de pointes assez aiguës, se reliant entre elles par des courbes régulières; ces pointes correspondent à chacune des côtes, mais à l'exception de la pointe médiane, elles sont disposées un peu en dehors de la ligne que l'on ferait passer par le milieu de ces côtes.

Dimensions. — Longueur du pygidium 11 millimètres; largeur 21 millimètres; longueur de l'axe rudimentaire 3 millimètres; largeur du même 5 millimètres; largeur du lobe médian vers le bord 4 millimètres; longueur des pointes 1 à 1 $^1/_2$ millimètres.

Rapports et différences. — Je ne connais que deux espèces siluriennes du genre *Bronteus* dont le pygidium soit entouré de pointes, à savoir le *Br. thysanopeltis* et le *B. clementinus* de M. Barrande. Il diffère du premier par le nombre de ses pointes et du second par la forme et la faible longueur de celles-ci, et de tous les deux par sa côte médiane qui est simple, tandis qu'elle est bifurquée chez ses congénères.

Gisement et localités. — Découvert à Rock-Flat-Creek dans une roche argileuse assez compacte, de couleur d'ocre.

Genre **HARPES**, *Goldfuss.*

HARPES UNGULA, *Sternberg.*

Trilobites ungula.	Von Sternberg, 1833, *Verhandl. der Gesells. d. vaterl. Museum in Böhmen*, p. 52, pl. 2, fig. 1.
Harpes ungula.	Burmeister, 1843, *Organis. d. Trilobit.*, p. 88.
— tenuipunctatus?	J. Barrande, 1846, *Notice prélim.*, p. 55.
— ungula.	Hawle u. Corda, 1847, *Prod. einer Monogr. d. Böhm. Trilob.*, p. 163, pl. 7, fig. 38.
— concavus.	Idem, id., *Ibid.*, p. 163.
— sculptus.	Idem, id., *Ibid.*, p. 163.
— ungula.	J. Barrande, 1852, t. 1, p. 347, pl. 8, fig. 2-6, et pl. 9, fig. 1-6.

Les caractères de l'unique spécimen de *Harpes* qui m'ait été communiqué, consistant en une tête presque complète, se rapportent si exactement à la description et aux figures que M. Barrande a données du *H. ungula*, Sternberg, que je ne crois pas me tromper en l'identifiant avec lui. Je me dispenserai donc

d'entrer dans plus de détails à son égard, détails que l'on trouvera parfaitement exposés dans l'ouvrage de l'éminent paléontologiste français que je viens de citer. Je me bornerai à faire observer que la tête dont il est ici question appartient à un jeune individu et qu'elle n'a qu'une longueur de 3 millimètres.

Gisement et localités. — En Bohême cette espèce appartient à l'étage calcareux *E* de M. Barrande et, par conséquent, au silurien supérieur. On l'y trouve dans un grand nombre de localités. En Australie elle a été recueillie à Boree-Cavern dans un calcaire bigarré, où elle est associée au *Bronteus Partschi*.

APPENDICE AUX ESPÈCES SILURIENNES.

Parmi les nombreuses empreintes de calices de Polypes de l'ordre des *Rugosa*, qui m'ont été communiquées, j'en ai rencontré plusieurs semblables à ceux qui ont été désignés sous les noms de *Cyathophyllum binum*, *elongatum*, etc., mais dont la définition spécifique restera problématique et incomplète, aussi longtemps que l'on n'aura pas rencontré des échantillons sur lesquels on aura pu étudier la forme exacte des polypiers auxquels ces empreintes se rapportent. C'est pour cette raison que je me suis abstenu de les indiquer dans mon travail.

Je fais néanmoins une exception en faveur d'une empreinte ayant à peu près la forme d'un demi-cône, c'est-à-dire d'un cône très-surbaissé que l'on aurait coupé en deux suivant son axe et qui me paraît avoir été produit par l'excavation d'un fossile en tout semblable à celle des *Calceola*.

En effet, la majeure partie de la surface courbe est couverte de petites côtes rayonnantes, très-apparentes vers les bords et couvertes de petites granulations, à peine perceptibles à l'œil nu et qui ont dû être produites par de minimes fossettes qui se trouvent au fond des sillons du calice. La partie plane n'est garnie de côtes que vers le bord inférieur ; ces côtes sont lisses. A sa partie médiane, correspondant à l'axe du cône, se remarque une fente longitudinale assez profonde qui a dû être produite par la cloison médiane ordinairement plus développée que les autres dans le calice des *Rhyzophyllum*, auxquels je le rapporte, par la raison que les vrais *Calceola* sont encore inconnus dans le terrain silurien ; je le désigne sous le nom de *Rhyzophyllum interpunctatum*.

Gisement et localité. — L'échantillon que je viens de décrire et que j'ai fait dessiner pl. I, fig. 10, a été trouvé dans une roche

argileuse ochracée, à Rock-Flat-Creek, d'où proviennent également plusieurs des espèces de *Trilobites* mentionnées déjà, en sorte que son origine silurienne est indubitable.

C'est sur un fragment de roche semblable, contenant une tête complète de *Cromus Murchisoni*, L. G. De Koninck, que j'ai observé l'empreinte représentée, pl. IV, fig. 1. Cette empreinte m'a paru mériter quelque attention à cause de sa grande ressemblance avec la forme que l'on rencontre fréquemment dans certaines assises dévoniennes aux États-Unis et désignée sous le nom de *Fucoïdes cauda Galli*, Vanuxem, pour laquelle, jointe à quelques autres, M. E. Kayser, a récemment créé le genre *Spirophyton*.

Si réellement, comme je le crois, cette empreinte appartient au genre *Spirophyton*, elle aura ceci de remarquable, qu'elle sera la seule qui, jusqu'ici, ait été observée dans le terrain silurien.

En outre, elle formera une espèce nouvelle que je propose de désigner sous le nom de *Spirophyton cauda Phasiani*, et qui se distinguera de toutes les autres par le grand nombre de fines stries qui ornent la surface de ses lames en spirale et qui sont disposées parallèlement aux fortes côtes courbes et à peu près équidistantes dont cette même surface est chargée.

Gisement et localité. — L'unique échantillon de ce *Spirophyton* actuellement connu a été recueilli à Duntroon.

RÉSUMÉ GÉOLOGIQUE.

—

Parmi les cinquante-neuf espèces de fossiles dont la description précède, treize m'ont paru être nouvelles pour la science, et huit n'ont pu être déterminées qu'avec un certain doute, qui le plus souvent a eu son origine dans l'état défectueux de conservation dans lequel se sont trouvés les échantillons soumis à mon examen.

Néanmoins il est à remarquer que les espèces nouvelles appartiennent toutes à des genres représentés en Europe ou en Amérique par des espèces très-voisines, auxquelles j'ai eu soin de les comparer et dont j'ai fait ressortir l'analogie et établi les différences.

Or, comme toutes les espèces déjà connues appartiennent à la période silurienne supérieure, on peut en conclure, sans crainte de se tromper, que celles qui les accompagnent ont vécu à cette même époque géologique, et que la faune australienne d'alors n'offre pas une différence sensible, quant aux formes et à la taille, avec celles du même âge des autres contrées du globe.

On peut même ajouter qu'en Australie, comme ailleurs, la période silurienne supérieure a donné naissance à diverses assises plus ou moins bien caractérisées, dont celle qui est à la base est principalement composée de roches argileuses, plus ou moins compactes et quelquefois schisteuses, correspond au *Llandovery supérieur*, dont elle renferme les fossiles les plus caractéristiques, tandis que l'assise du sommet représentant le groupe de *Ludlow* est formée de quartzites très-durs ordinairement colorés en rouge par de l'oxyde de fer et de calcaire cristallin blanc ou grisâtre.

Voici de quelle manière les diverses espèces se répartissent :

ASSISES DE LUDLOW.

1. *Stromatopora striatella*, d'Orb.
2. *Ptychophyllum patellatum*, Schl.
3. *Cystiphyllum siluriense*, Lonsd.
4. *Omphyma Murchisoni*, M. Ed. J. H.
5. *Cyatophyllum articulatum*, Wahl.
6. *Halysites escharoïdes*, Lamk.
7. *Monticulipora pulchella*, M. Edw. et J. H.
8. *Alveolites repens*, Fougt.
9. *Alveolites rapa*, de Kon.
10. *Favosites cristata*, Blumenb.
11. *Favosites Forbesi*, M. E. et H.
12. *Favosites aspera*, d'Orb.
13. *Favosites multipora ?* Lonsd.
14. *Favosites fibrosa*, Goldf.
15. *Favosites gothlandica*, Fougt.
16. *Propora tabulata*, Lonsd.
17. *Plasmopora petaliformis*, Id.
18. *Heliolites megastoma*, Mc Coy.
19. *Heliolites Murchisoni*, M. E. et J. H.
20. *Chonetes striatella*, Dalm.
21. *Pentamerus Knightii*, Sow.
22. *Euomphalus pleurophorus*, de K.
23. — (*Omphalotrochus*) *Clarkei*, Id.
24. *Illaenus Wahlenbergii*? Barr.
25. *Encrinurus punctatus*, Brünn.
26. *Bronteus Partschii*, Barr.
27. *Harpes ungula*, Sternb.

ASSISES SUPÉRIEURES DE LLANDOVERY.

1. *Spirophyton ? Cauda phasiani*, de Kon.
2. *Rhyzophyllum ? interpunctatum*, de Kon.
3. *Strombodes diffluens*, M. E. et J. H.
4. *Striatopora australica*, de Kon.
5. *Aulopora fasciculata*, id.
6. *Syringopora serpens*? Linné.
7. *Monticulipora? Bowerbanki*, M. E. et J. H.
8. *Leptaena quinquecostata*, Mc Coy.
9. *Strophomenes pecten*, Linné.
10. *Strophomenes filosa*? Sow.
11. *Strophomenes compressa*, id.
12. *Pentamerus oblongus*, id.
13. *Atrypa reticularis*, Linné.
14. *Atrypa hemisphaerica*, Sow.
15. *Retzia Salteri*, Dav.
16. *Spirifer crispus*, Hising.
17. *Meristella tumida* ? Dalma.
18. *Pterinea ampliata*, Phillips.
19. *Pterinea pumila*, de Kon.
20. *Euomphalus solarioïdes*, de Kon.
21. *Conularia Sowerbyi*, Defr.
22. *Orthoceras Ibex*, Sow.
23. *Entomis pelagica*, Barr.
24. *Staurocephalus Clarkei*, de Kon.
25. *Cheirurus insignis*, Bayr.
26. *Encrinurus Barrandei*, de Kon.
27. *Cromus Bohemicus*, Barr.
28. *Cromus Murchisoni*, de Kon.
29. *Calymene Blumenbachii*, Brong.
30. *Proetus Stokesii*? Murch.
31. *Lichas sp*?
32. *Bronteus goniopeltis*, de Kon.

L'inspection de ces tableaux donne lieu aux observations suivantes :

1° Que les espèces appartiennent à peu près par moitié, les unes aux assises supérieures et les autres aux assises inférieures de l'époque la plus récente du terrain silurien.

2° Que la majeure partie des espèces comprise dans le premier de ces tableaux se compose d'Actinozoaires et de Crustacés, tandis que les Mollusques et les Crustacés entrent presque exclusivement dans la composition du second.

3° Que les Graptolithes font complétement défaut, tandis qu'un grand nombre de ces animaux ont été signalés en 1861, par M. le professeur Mc Coy et tout récemment par M. R. Etheridge, junior, dans les assises siluriennes de Victoria. Il est toutefois à remarquer que ces savants ont identifié les roches qui ont fourni les matériaux de leurs recherches, avec celles que l'on connaît en Angleterre sous le nom de *Bala Rocks*, appartenant à un niveau inférieur à celui dans lequel ont été recueillies les espèces qui m'ont été communiquées, mais dont, jusqu'à présent, l'existence n'a pas encore été constatée dans la Nouvelle-Galles du Sud.

DEUXIÈME PARTIE.

ESPÈCES DÉVONIENNES.

Division : PROTOZOA.

Classe : RHIZOPODA.

Ordre : SPONGIDA.

Genre ARCHEOCYATHUS, *Billings.*

Parmi les genres compris dans l'ordre des Spongiaires, l'un des plus importants est sans contredit celui que M. Billings a découvert dans le grès de Potsdam, au Canada, et qu'il a désigné sous le nom d'*Archeocyathus*.

C'est à ce genre que je rapporte, sans cependant être bien certain qu'elle y appartienne, une espèce dont M. Clarke m'a communiqué deux échantillons; mais leur état de conservation laissant beaucoup à désirer, il m'est impossible d'être plus affirmatif à leur égard. Quant à l'espèce, elle m'a paru différente de toutes celles qu'il m'a été possible d'y comparer et je la désigne sous le nom suivant :

ARCHEOCYATHUS? CLARKEI, *L.-G. de Koninck.*

(Pl. II, fig. 1.)

N'ayant à ma disposition que des échantillons défectueux et incomplets de cette espèce, elle n'est pas facile à définir. Elle paraît être composée d'un tissu n'ayant que 8 à 10 millimètres d'épaisseur, mais prenant un développement assez considérable en hauteur et en étendue pour lui permettre de produire des plissements irréguliers, et former ainsi des cavités assez profondes et de formes très-variées. La muraille extérieure de la masse spongiaire proprement dite est souvent garnie de protubérances irrégulières, ayant 2 à 3 millimètres de diamètre à leur base et percée de petites ouvertures, dont l'existence est très-apparente, caractères qui concordent assez bien avec ceux du genre *Archeocyathus*. Il m'a été impossible d'observer la surface intérieure. La partie comprise entre les deux surfaces a une structure spongieuse plus ou moins irrégulière qui, dans des coupes transversales, se traduit en sillons perpendiculaires aux surfaces. En se bornant à enlever la muraille extérieure du spongiaire, on voit apparaître la structure rétiforme de la masse interne; les mailles de ce réseau sont d'abord petites et à peu près de même grandeur, tandis qu'en dessous de celles-ci, il s'en trouve de plus grandes et de moins régulières, en grande partie produites par des branches rayonnantes qui simulent assez bien la forme de certaines espèces de *Fenestella* (pl. II, fig. 1*b*).

Je n'y ai pas rencontré de spicules.

Localité. — Cette espèce a été trouvée dans un calcaire argileux d'un gris foncé, sur les bords du Murrumbidgee, dans le voisinage de Yass. L'un des échantillons étant accompagné du *Leptaena nobilis*, M^c^ Coy, il ne peut y avoir de doute sur sa provenance dévonienne.

Division : COELENTERATA.

Classe : ACTINOZOA.

Ordre : RUGOSA.

Genre **PHILLIPSASTREA**, *A. d'Orbigny.*

—

PHILLIPSASTREA VERNEUILII, *Milne Edwards* et *J. Haime.*

Phillipsastrea Verneuilii. Milne Edwards et J. Haime, 1851, *Polyp. foss. des terr. paléoz.*, p. 447, pl. 10, fig. 5.
— — Idem, 1860, *Hist. nat. des coralliaires*, t. III, p. 436.

Polypier à surface plane ou légèrement convexe, composé de couches minces, souvent immédiatement superposées. Polypiérites à rayons septo-costaux confluents, assez égaux entre eux, quelquefois un peu sinueux et se continuant au nombre de vingt-huit à trente-deux directement d'un individu à un autre. Fossette calicinale bien marquée, entourée d'un bourrelet saillant et garni d'une columelle assez mince atteignant le niveau du bourrelet.

Dimensions. — Diamètre des polypiérites 10 à 12 millimètres; celui des bourrelets 5 ou 6 millimètres.

Gisement et localités. — Cette espèce a été recueillie par Ed. de Verneuil dans le terrain dévonien du Wisconsin (États-Unis); il est probable que les deux échantillons trouvés par M. Clarke à Cope's Gully, près Hanging Rock, dans les placers, appartiennent également à ce terrain.

Genre **CAMPOPHYLLUM**, *Milne Edwards* et *J. Haime*.

CAMPOPHYLLUM FLEXUOSUM, *Goldfuss*.

Cyathophyllum	flexuosum.	Goldfuss, 1826, *Petref. Germ.*, t. I, p. 57, pl. 17, fig. 3ª et 3ᵇ.
—	turbinatum.	J. Phillips, 1841, *Paléoz. foss. of Cornw.*, p. 8, pl. 7, fig. 9.
—	flexuosum.	Michelin, 1845, *Iconogr. zooph.*, p. 183, pl. 47, fig. 6.
Campophyllum	—	Milne Edwards et J. Haime, 1851, *Polyp. foss. des terr. paléoz.*, p. 395, pl. 8, fig. 4.

Polypier assez long, souvent courbé et contourné, à bourrelets d'accroissement gros et larges et à épithèque mince. Cloisons minces, un peu inégales alternativement et au nombre d'environ cinquante. Planchers presque planes, serrés; loges intercloisonnaires remplies de petites vésicules.

Dimensions. — Longueur 8 à 10 centimètres; diamètre 12 à 15 millimètres.

Gisement et localités. — Cette espèce n'est pas rare dans le terrain dévonien supérieur de l'Eifel et de la Belgique. L'échantillon australien que j'ai sous les yeux provient de Quadong. Il est enveloppé d'une assez forte masse de *Chœtetes Goldfussi*, Milne Edw. et J. Haime.

Genre **CYATHOPHYLLUM**, *Goldfuss*.

1. CYATHOPHYLLUM VERMICULARE, *Goldfuss*.

Cyathophyllum	vermiculare.	Goldfuss, 1826, *Petref. Germ.*, t. I, p. 58, pl. 17, fig. 4.
Cystiphyllum	—	A. d'Orbigny, 1850, *Prod. de paléont.*, t. I, p. 106.
Cyathophyllum	—	Milne Edwards et J. Haime, 1851, *Polyp. foss. des terr. paléoz.*, p. 363.

Polypier simple, très-long, recourbé ou contourné, à bourrelets d'accroissement très-saillants et à épithèque fortement plissée. Calice circulaire peu profond. Cloisons minces et den-

telées, alternativement grandes et petites; leur nombre, qui est assez variable, peut s'élever jusqu'à cent; les grandes arrivent jusqu'au centre et s'y recourbent faiblement.

Dimensions. — Longueur 12 à 15 centimètres; diamètre 2-3 centimètres; profondeur du calice 1,5 centimètres.

Gisement et localités. — Assez abondant dans le terrain dévonien de l'Eifel. En Australie, à Calalamine et à Yarralumla. La plupart des échantillons de ces dernières localités sont en assez mauvais état et ont été fortement roulés.

2. CYATHOPHYLLUM OBTORTUM, *Milne Edwards* et *J. Haime.*

STROMBODES VERMICULARE. Lonsdale, 1840, *Trans. of the geol. Soc. of London*, 2nd ser., t. V, p. 703, pl. 58, fig. 7 (non *Cyath. vermiculare*, Goldf.).
— VERMICULARIS. J. Phillips, 1841, *Paléoz. foss. of Cornw.*, p. 11, pl. 7, fig. 14.
CYATHOPHYLLUM OBTORTUM. Milne Edwards et J. Haime, 1851, *Polyp. foss. des terr. palèoz.*, p. 566.
— — Idem, idem, 1852, *Brit. foss. Corals.*, p. 225, pl. 59, fig. 7.

Polypier très-long, généralement subcylindrique, rarement turbiné, entouré d'une épithèque assez mince; bourrelets d'accroissement larges et peu réguliers. Calice circulaire. Trente à quarante cloisons principales très-minces, se courbant à une certaine distance du bord externe et se tordant sur elles-mêmes au centre; ces cloisons alternent avec le même nombre de cloisons plus petites dont le développement n'atteint que le tiers du diamètre total du polypier. Les parties extérieures des chambres viscérales sont remplies d'un nombre considérable de traverses vésiculaires dont on constate la présence avec la plus grande facilité.

Dimensions. — L'un des fragments australiens que j'ai sous les yeux, mesure 11 centimètres, quoi qu'il soit tronqué à ses deux extrémités. J'en conclus qu'il a dû mesurer au moins 20 centimètres à son état parfait. Son diamètre est de 4 centimètres.

Gisement et localités. — Cette espèce a été trouvée à Moara Creek, aux environs de Yass et à Quadong, dans un calcaire grisâtre. En Angleterre, aux environs de Torquay.

3. CYATHOPHYLLUM DAMNONIENSE, *Lonsdale.*

CYSTIPHYLLUM DAMNONIENSE.	Lonsdale, 1840, *Trans. of the geol. Soc. of London*, 2nd ser., t. V, p. 703, pl. 58, fig. 11.
— —	J. Phillips, 1841, *Paléoz. foss. of Cornwall*, p. 9, pl. 4, fig. 11.
CYATHOPHYLLUM DAMNONIENSE.	Milne Edwards et J. Haime, 1851, *Polyp. foss. des terr. paléoz.*, p. 371.
— —	Idem, idem, 1852, *Brit. foss. Corals.*, p. 225, pl. 50, fig. 1.

Polypier simple, subturbiné, plus ou moins recourbé, à épithèque mince et à bourrelets d'accroissement peu prononcés. Environ une centaine de cloisons alternativement fort inégales, très-minces et légèrement recourbées vers le centre. Traverses vésiculeuses très-serrées, peu régulières, sensiblement plus petites et plus abondantes dans les parties extérieures.

Dimensions. — Selon MM. Milne Edwards et J. Haime, le diamètre des grands échantillons de cette espèce, peut atteindre 8 centimètres. Celui des échantillons australiens qui m'ont été communiqués, ne mesure qu'un peu plus de la moitié.

Gisement et localités. — En Australie, à Yarralumla et à Cope's Gully; en Angleterre, dans le terrain dévonien de Torquay et de Plymouth.

4. CYATHOPHYLLUM HELIANTHOÏDES, *Goldfuss.*

CYATHOPHYLLUM HELIANTHOÏDES.	Goldfuss, 1826, *Petref. Germ.*, t. I, p. 64, pl. 20. fig. 2.
FAVASTREA HELIANTHOÏDEA.	De Blainville, 1830, *Dict. des sc. nat.*, t, LX, p. 341.
ASTREA HELIANTHOÏDES.	Lonsdale, 1841, *Trans. of the geol. Soc. of London*, 2nd ser., t. V, p. 697.
DISCOPHYLLUM —	A. d'Orbigny, 1850, *Prod. de paléont.*, t. I, p. 106.
CYATHOPHYLLUM —	Milne Edwards et J. Haime, 1858, *Polyp. foss. des terr. paléoz.*, p. 375, pl. 8, fig. 5.
— —	Idem, idem, 1852, *Brit. foss. Cor.*, p, 227, pl. 51, fig. 1.

Ce polypier, dont le calice peut acquérir un très-grand diamètre, est simple ou composé. Sous la première de ces formes il est ordinairement très-court et subturbiné; quoique les bords

de son calice soient ordinairement repliés en dehors, de façon à produire un bourrelet assez saillant autour de la partie centrale creusée en fossette, il existe néanmoins des variétés sur lesquelles ce bourrelet ne se remarque pas et dont le calice est régulièrement évasé. C'est à cette dernière variété que se rapporte le seul échantillon australien qui me soit parvenu. Ses cloisons sont minces, très-espacées, au nombre de septante et arrivent toutes jusqu'au centre en conservant une égale épaisseur dans toute leur étendue. Il a 2 cent. en hauteur et 8 cent. en diamètre.

Gisement et localités. — C'est une des espèces les plus caractéristiques du calcaire dévonien de l'Eifel. En Australie, aux environs de Yass.

Genre **AMPLEXUS**, *Sowerby.*

—

AMPLEXUS SELWYNI, *L.-G. de Koninck.*

(Pl. II, fig. 2.)

Polypier de taille médiocre, à extrémité inférieure assez régulièrement conique ou faiblement recourbée. Son épithèque est très-mince; les côtes cloisonnaires sont très-apparentes, bien régulières, séparées entre elles par des sillons de la même largeur qu'elles et traversées par quelques faibles bourrelets d'accroissement. Chez les individus adultes, les cloisons sont au nombre de soixante; elles sont fort petites et n'ont pas plus d'un millimètre à l'intérieur du calice qui a environ un centimètre de profondeur. Les planchers sont très-grands; légèrement ondulés et assez rapprochés les uns des autres (pl. II, fig. 2 *b*); la fossette septale est peu distincte et très-petite.

Dimensions. — Longueur 5 à 6 centimètres; diamètre 2 centimètres.

Rapports et différences. — Cette espèce a quelque ressemblance avec l'*Amplexus Yandelli*, Milne Edwards et J. Haime; elle en diffère surtout par sa forme moins allongée et moins con-

tournée, par le faible développement de ses cloisons, ainsi que par le peu de profondeur de sa fossette septale.

Gisement et localités. — Cet *Amplexus*, que je dédie au savant géologue qui, de même que le Rev. W. Clarke, a exploré une des parties importantes de l'Australie, a été trouvé dans un calcaire argileux des environs de Yass et dans un calcaire d'un gris un peu bleuâtre de Quadong.

Genre **COENITES**, *Eichwald.*

—

COENITES EXPANSUS, *L.-G. de Koninck.*

(Pl. II, fig. 3.)

Polypier à pédoncule assez large, s'étendant en grandes lames d'une épaisseur uniforme d'environ 2 millimètres; ces lames se plissent de différentes façons et en se soudant à leurs points de rencontre, produisent des cavités de grandeur et de forme très-variées. Les calices sont petits, serrés et peu saillants; leur forme est subsemilunaire; le côté convexe est assez régulier, tandis que le bord opposé dirigé vers le bas, est muni de deux petites dents, séparées par une échancrure médiane; leur diamètre ne dépasse pas $^1/_4$ de millimètre. Les deux côtés des lames dont se compose le polypier sont parfaitement identiques et la cassure démontre que les polypiérites se dirigent de chaque côté obliquement de haut en bas et se rencontrent sous un angle assez aigu vers la moitié de l'épaisseur des lames.

Rapports et différences. — Cette espèce se distingue facilement de toutes celles que l'on connaît actuellement, par le grand développement et l'épaisseur régulière de ses lames ainsi que par les petites dimensions de ses calices, dont la forme seule se rapproche de celle des calices du *Cœnites juniperinus*, Eichwald.

Gisement et localité. — Un seul échantillon de cette belle espèce a été trouvé aux environs de Yass sur les bords du Murrumbidgee, dans un calcaire d'un noir très-foncé.

Genre **BILLINGSIA**, *L.-G. de Koninck.*

—

Polypier composé de polypiérites comprimés, soudés par leurs murailles et communiquant librement entre eux par des ouvertures latérales. Les calices petits, ovalaires et garnis de quelques stries cloisonnaires. Les planchers semblent faire défaut.

J'ai cru devoir établir ce genre en faveur de quelques polypiers qui par leur forme ont de grands rapports avec certaines espèces de *Favosites* et d'*Alveolites*. En effet, ils se présentent comme ceux-ci, sous la forme de masses arrondies ou dendroïdes, à polypiérites rayonnants, mais ils diffèrent des premiers par l'absence des planchers et par la disposition de leurs ouvertures latérales et des derniers par la forme de leurs calices, qui ne portent aucune trace de saillies cloisonnaires. Ce même caractère les exclut des *Cœnites*. Ce genre semble former la transition entre les *Aulopora* et les *Syringopora*.

BILLINGSIA ALVEOLARIS, *L.-G. de Koninck.*

(Pl. II, fig. 4.)

Polypier en masse arrondie ou dendroïde, polypiérites très-nombreux, disposés obliquement à l'axe dans les parties branchues et convergents vers le centre dans les masses arrondies ou gibbeuses; leur diamètre ne dépasse pas $^1/_2$ millimètre. Les calices sont assez irréguliers et par leur position oblique à la surface, paraissent un peu anguleux; leurs bords sont minces et leurs stries cloisonnaires sont très-peu apparentes; la forme ovale de la section des polypiérites n'apparaît qu'en les usant perpendiculairement à leur axe; une section longitudinale démontre qu'ils communiquent directement entre eux par des ouvertures latérales relativement grandes et disposées à des distances variables, à peu près à la manière de certaines espèces

de *Syringopora*, avec cette différence que les polypiérites de ceux-ci ne sont pas directement soudés entre eux par leurs murailles.

Gisement et localité. — Trois échantillons de cette espèce ont été recueillies aux environs de Yass sur les bords du Murrumbidgee, dans un calcaire noir compact, à la surface duquel ils ont apparu avec tous leurs caractères, à cause de leur nature siliceuse et à la suite d'une longue exposition à toutes les influences atmosphériques.

Genre **SYRINGOPORA**, *Goldfuss.*

—

SYRINGOPORA AULOPOROÏDES, *L.-G. de Koninck.*

(Pl. III, fig. 1.)

Polypier formant des masses assez considérables. Polypiérites courts, irrégulièrement distants les uns des autres, se dirigeant diversement en tous sens, très-rarement unis par des traverses latérales; ils commencent ordinairement par être un peu rempants et lorsqu'ils ont atteint une longueur de 5 à 6 millimètres ils donnent lieu à des bourgeons qui s'allongent en s'élevant plus ou moins verticalement, mais leur développement n'est jamais considérable et ne dépasse pas 3 centimètres. Épithèque très-forte. Ouverture du calice circulaire, à bords arrondis et légèrement retrécis.

Dimensions. — Le diamètre des polypiérites ne varie que de 1 à 1 $^1/_2$ millimètre.

Rapports et différences. — Par la dimension de ses polypiérites et par la forme de ses calices, cette espèce se rapproche du *S. cæspitosa*, Goldfuss, dont elle diffère par la faible longueur, le peu de régularité dans la direction de ces mêmes polypiérites et par la distance qui les sépare les uns des autres.

Gisement et localité. — Un seul échantillon assez volumineux a été rencontré à Moara Creek, au nord de Tamworth. Il est accompagné de quelques fragments d'*Alveolites subæqualis*, Milne Edwards et J. Haime et se trouve dans un calcaire dolomitique d'un gris clair.

Genre **ALVEOLITES**, *de Lamarck.*

—

1. ALVEOLITES OBSCURUS, *L.-G. de Koninck.*

(Pl. I, fig. 11.)

Ce polypier n'est composé que de deux branches formant entre elles un angle à peu près droit, elles sont légèrement comprimées et n'ont que 3 millimètres de diamètre. Ses calices sont très-obliques, de forme subtriangulaire, à bords très-minces, peu réguliers et disposés assez près l'un de l'autre; leurs dents cloisonnaires sont très-peu apparentes.

Gisement et localité. — Cet Alvéolites est très-voisin de l'*A. labiosa*, Billings, dont il ne se distingue que par le nombre et le rapprochement de ses calices. Il a été trouvé dans un calcaire noir compacte sur les bords du Murrumbidgee, aux environs de Yass.

2. ALVEOLITES SUBÆQUALIS, *Milne Edwards* et *J. Haime.*

Calamopora spongites. Michelin, 1845, *Iconogr. zooph.*, p. 189, pl. 48, fig. 8 (non Goldf.).
Alveolites subæqualis. Milne Edwards et J. Haime, 1851, *Polyp. foss. des terr. paléoz.*, p. 256, pl. 17, fig. 4.

Polypier rameux, à branches souvent assez grêles, mais pouvant acquérir jusqu'à deux centimètres de diamètre. Calices un peu inégaux, transverses, atteignant rarement un millimètre en largeur et $^2/_3$ de millimètre en hauteur. La saillie intérieure du bord inférieur est assez bien développée.

Gisement et localités. — Cette espèce est assez abondante dans les assises dévoniennes supérieures et moyennes de Belgique, de France et de l'Eifel. Elle est renfermée en grande quantité dans un bloc de dolomie grisâtre recueilli à Mowărá, dans le voisinage de la chaîne de Moonbi (Moonbi Range).

Genre **FAVOSITES**, *de Lamarck.*

—

1. FAVOSITES GOLDFUSSI, *A. d'Orbigny.*

Calamopora gothlandica (pars).	Goldfuss, 1826, *Petref. Germ.*, t. I, p. 73, pl. 26, fig. 3b et 3c (*cæt. excl.*).
Favosites gothlandica.	Phillips, 1840, *Paleoz. foss. of Cornw.*, p. 16, pl. 7, fig. 21.
— gothlandica?	Lonsdale, 1845, *In Strzelecki's Descr. of N. South Wales and van Diemen's land*, p. 266.
— Goldfussi.	A. d'Orbigny, 1850, *Prodr. de paléont.*, t. I, p. 107.
— —	Milne Edwards et J. Haime, 1851, *Polyp. foss. des terr. paléoz.*, p. 235, pl. 20, fig. 3.
— —	Idem, idem, 1852, *Brit. foss. Corals*, p. 214, pl. 57, fig. 3.

Polypier en masse arrondie, à surface plus ou moins convexe, quelquefois pyriforme. Calices peu réguliers, souvent entre-mêlés de petits. Murailles hérissées de petites pointes sur leur face interne, et à pans inégaux. Trous mureaux assez généralement disposés sur deux rangs verticaux.

Dimensions. — Diamètre du polypier 8 à 10 centimètres; diagonale des grands calices 2 à 3 millimètres.

Gisement et localités. — Cette espèce a été recueillie par Strzelecki dans les plaines des environs de Yass et par le Rév. W. Clarke à Yarralumla et probablement aussi Yarradong et à Tuena, dans un calcaire argileux noir, ainsi que dans un calcaire grisâtre, à Limokilns. Elle est très-répandue dans les assises dévoniennes de Belgique, de France, d'Angleterre, d'Allemagne, de Russie et d'Amérique.

2. FAVOSITES BASALTICA, *Goldfuss.*

Calamopora basaltica.	Goldfuss, 1826, *Petref. Germ.*, t. I, p. 78, pl. 26, fig. 4c et 4d (*cæt. excl.*).
Favosites gothlandica.	J. Hall, 1843, *Geol. of New-York*, p. 137, fig. 2.
— basaltica.	Milne Edwards et J. Haime, 1851, *Polyp. foss. des terr. paléoz.*, p. 236.

Polypier en masse arrondie, quelquefois très-considérable. Polypiérites assez longs, rayonnants, subégaux, affectant souvent la forme d'un prisme hexaèdre. Trous muraux formant presque toujours une seule série au milieu de chaque pan et distants entre eux d'un millimètre. A l'exception du supérieur sur lequel on distingue, en général quatre petites dépressions, les planchers sont planes, lisses et distants les uns des autres d'environ un millimètre.

Gisement et localités. — Ce polypier a été trouvé dans le terrain dévonien de Nehou, de l'Eifel et des État-Unis. M. Clarke l'a recueilli dans un calcaire grisâtre à Shoalhaven Gullies et à Calalamine.

3. FAVOSITES ALVEOLARIS, *Goldfuss.*

CALAMOPORA ALVEOLARIS. Goldfuss, 1826, *Petref. Germ.*, t. I, p. 77, pl. 26, fig. 1ª et fig. 1ᵉ (fig. 1ᵇ, *excl.*), (non Keyserling).
FAVOSITES — Blainville, 1831, *Dict. des sciences nat.*, t. LX, p. 367.
— — Milne Edwards et J. Haime, 1851, *Polyp. foss. des terr. paléoz.*, p. 234.

Polypier assez massif, à calices relativement grands mais assez inégaux. Les planchers sont garnis près de la muraille de quatre petites fossettes peu profondes ; ils sont disposés horizontalement et régulièrement espacés. Les trous muraux sont assez rapprochés et occupent les angles des chambres viscérales.

Dimensions. — Diagonale des grands calices, environ 3 millimètres.

Gisement et localités. — Un seul échantillon de cette espèce a été trouvé à Calalamine. Elle existe dans le terrain dévonien de Ferques, de l'Eifel et de l'Amérique septentrionale.

4. FAVOSITES POLYMORPHA, *Goldfuss.*

CALAMOPORA POLYMORPHA. Goldfuss, 1826, *Petref. Germ.*, t. I, p. 79, pl. 27, fig. 2ᵇ, 2ᶜ, 2ᵈ, 3 (*cæt. excl.*).
FAVOSITES — Dale Owen, 1844, *Report of a geol. explor.*, p. 74, pl. 12, fig. 13.
— — Milne Edwards et J. Haime, 1851, *Polyp. foss. des terr. paléoz.*, p. 237.

Polypier en masse irrégulière, composé de polypiérites prismatiques assez inégaux en diamètre. Planchers horizontaux distants d'environ un demi-millimètre; trous muraux petits, assez rapprochés.

Dimensions. — Diamètre des polypiérites variant de $^1/_2$ à $1\ ^1/_2$ millimètre.

Gisement et localités. — Un seul échantillon de cette espèce a été trouvé sur les bords de la rivière M'Leay dans un calcaire assez compacte de couleur violacé, contenant une grande quantité de fragments de tiges de crinoïdes transformés en calcaire spathique blanc. Elle a été rencontrée dans le terrain dévonien de l'Eifel, de Néhou et de Viré en France, de la province de Léon en Espagne et de l'état de l'Iowa en Amérique.

5. FAVOSITES RETICULATA, *Blainville.*

CALAMOPORA SPONGITES, *var.* RAMOSA. Goldfuss, 1826, *Petref. Germ.*, t. I, p. 80, pl. 28, fig. 2.
ALVEOLITES RETICULATA. Blainville, 1831, *Dict. des sc. nat.*, t. LX, p. 469.
FAVOSITES ORBIGNYANA. De Verneuil et J. Haime, 1850, *Bullet. de la Soc. géol. de France*, 2e sér., t. II, p. 162.
— RETICULATA. Milne Edwards et J. Haime, 1851, *Polyp. foss. des terr. paléoz.*, p. 241.

Polypier dendroïde, formé de branches ayant 1 à 2 centimètres de diamètre et possédant la propriété de se bifurquer à plusieurs reprises et dans différentes directions. Polypiérites ayant leur origine au centre de chaque branche et se dirigeant obliquement, en se courbant, vers la périphérie. Murailles épaisses; calices un peu inégaux dont la diagonale est d'environ un millimètre.

Gisement et localités. — Cette espèce est très-abondante dans le terrain dévonien de l'Europe. Quelques échantillons en assez mauvais état ont été recueillies à Quadong, et un autre très-bien conservé aux environs de Yass. Les premiers se trouvent dans un calcaire argileux noirâtre et le dernier dans de la dolomie d'un gris pâle; d'autres encore proviennent des bords du Murrumbidgee, de Mowărá et de Limokilns.

6. FAVOSITES FIBROSA, *Goldfuss.*

CALAMOPORA FIBROSA, *var.* TUBEROSO-RAMOSA. Goldfuss, 1826, *Petref. Germ.*, t. I, p. 82, pl. 28, fig. 2ª et 3ᵇ (*cæter. excl.*).
FAVOSITES MICROPORUS. Steininger, 1831, *Mém. de la Soc. géol. de France*, t. I, p. 337.
CALAMOPORA FIBROSA, *var.* GLOBOSA. Goldfuss, 1833, *Petref. Germ.*, t. I, p. 215, pl. 64, fig. 9,
ALVEOLITES FIBROSA. Lonsdale, 1839, *Murchison's Silurian system*, p. 683, pl. 15, fig. 1 et pl. 15ᵇⁱˢ, fig. 6, (fig. 7, *excl.*).
FAVOSITES — Phillips, 1841, *Palæoz. foss. of Cornw.*, p. 17, pl. 9, fig. 25.
STENOPORA — Mᶜ Coy, 1851, *Brit. palæoz. foss.*, p. 24.
FAVOSITES — Milne Edwards et J. Haime, 1851, *Polyp. foss. des terr. paléoz.*, p. 244.
— — Idem, idem, 1852, *Brit. foss. Coral.*, p. 217, pl. 48, fig. 3 et p. 61, pl. 61, fig. 3.

Polypier en masse subglobulaire ou lobée. Polypiérites sensiblement égaux, très-minces, prismatiques, n'ayant qu'un tiers de millimètre en diamètre, irradiant de la base à la surface en se courbant légèrement et en se multipliant par interposition. Pores muraux très-serrés, disposés en séries verticales simples sur les angles des prismes et n'étant visibles qu'à l'aide d'un instrument grossissant.

Gisement et localités. — Cette espèce paraît avoir pris naissance avant le dépôt des assises siluriennes inférieures, dans lesquelles on la trouve en Angleterre et s'être maintenue jusqu'à l'époque de la formation des assises moyennes du terrain dévonien où elle existe dans l'Eifel. Deux des échantillons recueillis par le Rev. W. Clarke me paraissent être dévoniens, l'un étant associé au *Campophyllum flexuosum*, Goldfuss, et l'autre au *Strophalosia productoïdes*. Ils proviennent de Quadong; un troisième, probablement silurien, a été découvert à Yarralumla.

GENRE **HELIOLITES**, *Dana.*

—

HELIOLITES POROSA, *Goldfuss.*

HELIOLITHE PYRIFORME A ÉTOILES. Guettard, 1770, *Mém. sur les sc. et les arts*, t. III, p. 454, pl. 22, fig. 13 et 14.
ASTREA POROSA. Goldfuss, 1826, *Petref. Germ.*, t. I, p. 64, pl. 21, fig. 7.
HELIOPORA PYRIFORMIS. Blainville, 1831, *Man. d'Actinol.*, p. 392.

PORITES PYRIFORMIS. Lonsdale, 1840, *Trans. of the geol. Soc. of London*, 2nd ser., t. V, pl. 58, fig. 4.
PORITES? — Phillips, 1841, *Palæoz. foss. of Cornw.*, p. 13, pl. 7, fig. 19.
PALÆOPORA — Mc Coy, 1851, *Brit. palæoz. foss.*, p. 67.
HELIOLITES POROSA. Milne Edw. et J. Haime, 1851, *Polyp. foss. des terr. pal.*, p. 218.
— — Idem, idem, 1852, *Brit. foss. Corals*, p. 212, pl. 47, fig. 1.

Quoique l'unique échantillon que je rapporte à cette espèce soit en assez mauvais état, je ne crois cependant pas me tromper sur sa détermination. Les caractères de l'espèce sont au reste si tranchés et si faciles à saisir, qu'il est presque impossible de la confondre avec aucune autre et je me dispense de les indiquer ici.

Gisement et localités. — Cette espèce se rencontre assez fréquemment dans le terrain dévonien de l'Eifel; elle est un peu plus rare dans le même terrain du Devonshire. L'échantillon que j'ai sous les yeux a été recueilli à Mowara et se trouve dans un fragment roulé de dolomie, associé au *Favosites fibrosa*, Goldfuss.

DIVISION : MOLUSCOÏDEA.

CLASSE : BRACHIOPODA.

GENRE **DISCINA**, *Lamarck.*

—

DISCINA ALLEGHANIA, *J. Hall.*

(Pl. IV, fig. 1.)

DISCINA ALLEGHANIA. J. Hall, 1861, *Thirtenth. rep. of the state cabinet*, p. 77.
— — Idem, 1867, *Pal. of N.-Y.*, t. IV, p. 25, pl. 1, fig. 17.

Coquille à pourtour presque complétement circulaire, à côté postérieur un peu moins développé que le côté antérieur. La valve inférieure ou ventrale, qui est la seule qui me soit connue, est ondulée et tandis que sa partie antérieure est creuse, la partie opposée est légèrement bombée, de sorte que sa section antéro-postérieure est représentée par une ligne sigmoïdale alors que sa section transversale offre une ligne faiblement, mais uniformé-

ment courbe. La fente dont l'extrémité antérieure a son origine presque au point central, est ovale, allongée et assez étroite. Toute la surface extérieure est couverte de fines lamelles verticales, concentriques, séparées les unes des autres par des sillons qui sont un peu plus larges que les lamelles et au nombre d'environ cinquante.

Dimensions. — Diamètre antéro-postérieur 40 millimètres; diamètre transversal 34 millimètres; largeur de la fente 2 mill.

Rapports et différences. — Par sa taille et ses ornements cette espèce se rapproche de la *Discina glebosa*, de Ryckholt, que cet auteur a classé parmi les *Helcion* avec lesquels elle n'a aucun rapport. Elle en diffère par sa forme plus arrondie et par le nombre plus considérable de ses lamelles concentriques.

Gisement et localités. — Un seul échantillon de cette espèce a été recueilli dans le calcaire dévonien noir des environs de Yass. Le même fragment de roche porte un exemplaire assez bien isolé du *Murchisonia angulata*, d'Archiac et de Verneuil. M. J. Hall l'a découverte dans le Chemung group à Hobbieville, comté d'Alleghany, État de N.-Y.

Genre **STROPHALOSIA**, *King.*

—

STROPHALOSIA PRODUCTOÏDES, *Murchison.*

Orthis productoïdes.	Murchison, 1840, *Bullet. de la Soc. géol. de France*; 1re sér., t. XI, p. 254, pl. 2, fig. 7.
Leptæna caperata.	J. de C. Sowerby, 1840, *Trans. of the geol. Soc. of London*, 2nd ser., t. V, p. 704, pl. 53, fig. 4 et pl. 54, fig. 3.
— —	J. Phillips, 1841, *Palæoz. foss. of Cornw.*, p. 58, pl. 25, fig. 98.
Productus Murchisonianus (partim).	L.-G. de Koninck, 1847, *Recherches sur les anim. foss.*, t. I, p. 138, pl. 16, fig. 3, (fig. *cæt. excl.*).
Strophalosia productoïdes.	T. Davidson, 1864, *Monogr. of the Brit. Brachiopoda*, p. 97, pl. 19, fig. 13-25.

Coquille suborbiculaire ou subsemi-circulaire, à bord cardinal un peu plus court que le diamètre transverse. Valve ventrale modérement, mais régulièrement voûtée, non sinuée, à oreillettes obtuses, à crochet petit et peu proéminent. Area assez étroite,

faiblement triangulaire et munie d'un pseudo-deltidium très-peu apparent. Valve dorsale concave et peu distante de la valve opposée, dont elle suit la courbure. Son area est presque linéaire. La surface de la valve ventrale est ornée de stries concentriques d'accroissement un peu ondulées, souvent irrégulières ainsi que d'un grand nombre de tubercules allongés, assez généralement disposés en quinconce et servant de base à des tubes spiriformes très-minces. Une ligne de ces tubercules occupe ordinairement le voisinage du bord cardinal. La surface de la valve dorsale est garnie de stries d'accroissement semblables à celles qui ornent la valve opposée et de petites fossettes correspondant aux tubercules de cette dernière.

Dimensions. — Longueur 25 à 30 millimètres; largeur 27-33 millimètres; épaisseur 3 millimètres.

Observation. — Il me paraît très-probable que plusieurs des espèces décrites par M. J. Hall, sous le nom générique de *Productella* ne sont en réalité que des variétés de celle-ci dont les ornements se modifient tellement qu'il est très-difficile de trouver deux échantillons parfaitement identiques l'un à l'autre. Mais comme je n'ai pas à ma disposition les matériaux nécessaires pour me prononcer définitivement, je préfère laisser à d'autres l'examen de cette question.

Gisement et localités. — Cette espèce est assez abondante dans les assises dévoniennes supérieures de l'Angleterre et de la Belgique. M. W. Clarke ne m'en a communiqué qu'un seul échantillon, recueilli dans un phtanite d'un blanc jaunâtre, à Kempsey. Elle y est associée au *Chonetes Hardrensis*, Phillips.

Genre **CHONETES**, *Fischer de Waldheim.*

1. CHONETES HARDRENSIS, *J. Phillips.*

Orthis Hardrensis.	J. Phillips, 1841, *Palæoz. foss. of Cornw.*, p. 138, pl. 58. fig. 104 et pl. 60, fig. 104.
Leptæna (chonetes) Hardrensis.	Mc Coy, 1855, *Brit. palæoz. foss.*, p. 454.
Chonetes Hardrensis.	T. Davidson, 1864, *Mon. of the Brit. devon. Brach.*, p. 14, pl. 19, fig. 6, 7 and 8 (fig. *cæt. excl.*), non Idem, *Mon. of the Brit. carbon. Brach.*, p. 186, pl. 47, fig. 12-16.

Coquille transverse, subsemi-circulaire, à bord cardinal droit, anguleux ou légèrement arrondi à ses extrémités. Chacune des deux valves possède une area étroite de forme triangulaire, très-surbaissée; l'area de la valve dorsale est un peu plus élevée et par conséquent un peu plus sensiblement triangulaire que celle de la valve opposée. La valve ventrale est modérément mais assez régulièrement bombée dans sa partie médiane et déprimée vers ses extrémités latérales. Le crochet, très-peu développé et faiblement recourbé, ne dépasse pas le bord cardinal, lequel est garni de chaque côté du crochet, de quatre ou cinq tubes assez courts et un peu arqués. La valve dorsale est faiblement concave et suit à une petite distance les contours de la valve opposée. La surface externe des deux valves est ornée de fines côtes rayonnantes, dont le nombre s'accroît modérément vers les bords, soit par simple bifurcation, soit par interposition, de manière à conserver à peu près leur même épaisseur au moins sur la moitié de leur étendue; ces côtes ne sont pas anguleuses, mais très-légèrement granuleuses; sur les échantillons bien conservés, elles sont au nombre de soixante à soixante-dix.

La valve ventrale est garnie intérieurement d'un septum médian très-peu prononcé, mais s'étendant depuis le crochet jusqu'au tiers inférieur de la coquille; sur ses côtés on observe les empreintes, souvent très-oblitérées des muscles adducteurs et cardinaux; presque toute la surface interne est couverte de petites aspérités très-serrées les unes contre les autres et disposées en séries rayonnantes correspondant exactement à la direction des côtes externes. Je n'ai pas eu l'occasion d'examiner la structure interne de la valve dorsale.

Dimensions. — La largeur des plus grands échantillons que j'aie eus sous les yeux ne dépasse pas 20 millimètres; leur longueur est de 12 millimètres et leur épaisseur de 1 1/2 millimètres.

Rapports et différences. — Il n'y a pas d'espèce de ce genre sur la limite et les caractères de laquelle on soit moins d'accord que celle-ci. Mon savant ami, M. Davidson, est persuadé que l'espèce carbonifère qu'il a décrite sous le nom de *Chonetes*

Hardrensis, est identique avec celle que J. Phillips a désignée sous ce même nom et qui provenait des assises dévoniennes supérieures des environs de Barnstaple, et cette persuasion est si profonde, qu'il croit qu'aucun doute ne peut exister à cet égard (1). Malgré toute l'admiration que j'ai pour ses travaux et l'estime que je lui porte, je ne puis me rallier à son opinion. J'ai l'intime conviction que les deux *Chonetes* auxquels je viens de faire allusion, constituent des espèces différentes et cette conviction est basée sur l'étude d'un grand nombre d'échantillons, provenant de diverses localités et même de divers pays. J'ai tenu surtout à pouvoir me servir, comme point de comparaison, d'échantillons provenant de la localité même où J. Phillips a recueilli ceux qu'il a décrits et figurés et je dois à l'obligeance de M. Townshend W. Hall, de Barnstaple, d'avoir pu les obtenir. Que mon savant confrère de la Société géologique de Londres veuille bien me permettre de lui en exprimer publiquement toute ma reconnaissance.

Quoique dans la description que j'ai donnée dernièrement du *Chonetes Laguessiana*, de Kon. (2), j'aie déjà fait ressortir les principales différences qui existent entre cette espèce carbonifère et le *Chonetes Hardrensis* dévonien, je crois utile de les indiquer de nouveau :

L'espèce dévonienne n'atteint presque jamais la taille de l'espèce carbonifère; son contour est plus régulièrement semi-circulaire; le nombre de ses côtes rayonnantes est toujours inférieur à celui d'un échantillon carbonifère de même taille; ces côtes sont moins saillantes et moins anguleuses et les sillons qui les séparent sont moins profonds; leurs bifurcations sont moins nombreuses; elles sont beaucoup plus apparentes sur son bord cardinal que sur celui du *Chonetes* carbonifère; sa valve ventrale est moins convexe et par conséquent sa valve dorsale moins concave; les empreintes musculaires de sa valve dorsale sont moins développées, mais en revanche son septum médian est relativement plus

(1) *Monogr. of brit. devon. Brach.*, p. 95.

(2) L. G. de Koninck, *Recherches sur les anim. foss.*, t. II, p. 40.

long, quoique moins saillant : les granulations qui ornent la surface interne de cette même valve sont moins apparentes, mais plus nombreuses; ainsi que je l'ai déjà fait remarquer, elles sont disposées en lignes rayonnantes correspondant aux côtes de la surface externe, tandis que cette régularité n'existe pas dans l'espèce carbonifère, chez laquelle elles sont en outre beaucoup plus développées, principalement vers les bords libres de la coquille; enfin le nombre des tubes spiniformes du bord cardinal est plus considérable chez le *C. Laguessiana* que chez le *C. Hardrensis* sur lequel je n'ai pu en compter que cinq de chaque côté du crochet, tandis que j'en ai observé jusqu'à huit sur l'espèce carbonifère.

Gisement et localités. — Selon M. Davidson, cette espèce est très-abondante dans les schistes et les grès du nord du Devonshire et n'est pas rare aux environs de Barnstaple. Elle est moins commune dans les assises dévoniennes à *Receptaculites Neptuni*, Def. de Charlemont près Givet et de la Belgique. En Australie M. Clarke en a recueilli quelques beaux exemplaires dans un calcaire d'un gris très-foncé des environs de Yass. Ils y sont associés au *Spirifer Glinkanus*, de Verneuil. Un échantillon assez mal conservé et se trouvant dans un psammite jaunâtre de Kempsey, appartient peut-être à cette espèce.

2. CHONETES CORONATA, *Conrad.*

CHONETES SORDIDA?	Sowerby, 1840, *Trans. of the geol. Soc. of London*, 2nd ser., t. V, pl. 53, fig. 5 and 16.
STROPHOMENA CARINATA (pour CORONATA).	Conrad, 1842, *Journal of the Acad. of nat. sc. of Philad.*, t. VIII, p. 257.
— SYRTALIS.	Idem, 1842, *ibid.*, p. 254, pl. 14, fig. 1.
CHONETES CORONATA.	J. Hall, 1867, *Palæont. of New-York*, t. IV, p. 133, pl. 21, fig. 9-12.

Coquille transverse, subelliptique, à bord cardinal de même longueur ou quelquefois un peu plus court que le diamètre transverse. Valve ventrale généralement convexe, légèrement sinueuse dans sa partie médiane, à oreillettes déprimées. Valve dorsale plus

ou moins concave, et suivant à une petite distance le contour de la valve opposée. Toute la surface est ornée d'un très-grand nombre de fines côtes rayonnantes, subégales, se multipliant soit par bifurcation, soit par interposition. Chez les individus bien conservés, ces petites côtes sont traversées par des stries concentriques d'accroissement, principalement vers les bords.

Le bord cardinal de la valve ventrale est muni de chaque côté du crochet de cinq à sept tubes spiniformes, dont ordinairement deux ou trois seulement sont perceptibles. L'area est triangulaire, mais très-surbaissée.

L'intérieur de la valve ventrale, dont je n'ai pu observer que l'empreinte, montre deux lamelles dentales assez fortes et très-divergentes et une mince lame médiane très-courte; de chaque côté de celle-ci, on constate l'existence d'une petite empreinte, allongée et de forme ovale, produite par les muscles adducteurs, tandis que celles des muscles cardinaux est à peine visible; en dehors de ces empreintes et jusqu'à une certaine distance des bords libres limités par un léger renflement parallèle à ceux-ci, toute la surface interne est couverte de petites pointes, dont les traces produisent sur le moule des petites fossettes semblables à des piqûres d'épingle. Le renflement même du bord ne porte qu'un petit nombre de ces fossettes sur sa moitié interne, tandis que la partie marginale est ornée de très-fines stries rayonnantes qui lui donnent l'apparence d'une frange.

Je n'ai pas eu l'occasion d'observer la structure interne de la valve dorsale.

Observation. — Je ne suis pas éloigné de croire que cette espèce, qui est parfaitement distincte du *C. Hardrensis,* par sa forme, sa taille et le nombre considérable de ses côtes, est identique avec le *C. sordida,* Sowerby; mais les éléments pour décider cette question me faisant défaut, je préfère m'abstenir.

Gisement et localité. — Selon M. J. Hall cette espèce n'est pas rare dans les schistes calcareux de l'Hamilton group des contrées voisines des lacs de Cayuga, de Seneca et de Canandaigua et de plusieurs autres localités. Les échantillons recueillis par M. Clarke se trouvent dans un phtanite bigarré de Kempsey.

Genre **ORTHIS**, *Dalman*.

1. ORTHIS INTERLINEATA, *Sowerby*.

Orthis	interlineata.	Sowerby, 1840, *Trans. of the geol. Soc. of London*, 2nd ser., t. V, pl. 53, fig. 11 et pl. 54, fig. 14.
—	—	J. Phillips, 1841, *Pal. foss. of Cornw.*, p. 63, pl. 26, fig. 106.
—	parallela.	Idem, 1841, *ibid.*, p. 64, pl. 26, fig. 109.
—	interlineata.	Mc Coy, 1855, *Brit. palæoz. foss.*, p. 384.
—	—	T. Davidson, 1865, *Mon. of the Brit. devon. Brach.*, p. 91, pl. 17, fig. 18-23.

Coquille faiblement transverse, subelliptique, peu épaisse; bord cardinal moins étendu que le diamètre transverse de la coquille; valve ventrale faiblement convexe, ne possédant qu'une area étroite, un crochet peu marqué et un très-petit deltidium; valve dorsale moins profonde que la valve opposée, légèrement sinuée dans sa partie médiane et garnie d'une area linéaire.

La surface extérieure des deux valves est ornée d'un certain nombre de petites côtes rayonnantes, un peu anguleuses, ayant leur origine au crochet et se dirigeant en ligne droite vers les bords; entre ces côtes qui sont les plus épaisses, il s'en produit quelques autres plus minces, qui, à des distances variables du crochet, viennent ainsi augmenter considérablement le nombre de celles qui atteignent les bords. Elles sont quelquefois traversées de faibles stries concentriques d'accroissement.

Dimensions. — Longueur environ 11 millimètres; largeur 12 millimètres.

Gisement et localité. — Un assez gros bloc de calcaire compacte et noir provenant de Yarradong, contient un certain nombre d'échantillons de cette espèce, qui ne paraît pas être rare aux environs de Petherwin en Angleterre, et de Charlemont près Givet, en France.

2. ORTHIS STRIATULA, *Schlotheim.*

Hysterolithes.	Linnæus, 1755, *Museum Tessinianum*, p. 90, pl. 5, fig. 2.
Terebratulites striatula.	Schlotheim, 1813, *In Leonhard's Taschenbuch*, t. VIII, pl. 1, fig. 6.
Atrypa striatula.	Sowerby, 1840, *Trans. of the geol. Soc. of London*, 2nd ser., t. V, pl. 54, fig. 10.
Orthis resupinata.	J. Phillips, 1841, *Palæoz. foss. of Cornwall*, p. 67, pl. 27, fig. 115.
— striatula.	J.-G. de Koninck, 1842, *Descr. des anim. foss. du terr. carb*, p. 224, pl. 12bis, fig. 6.
— —	Woodward, 1854, *Man. of the Mollusca*, pl. 229, fig. 147.
— —	T. Davidson, 1855, *Monogr. of the Bristish foss. Brach. Introduction*, t. I, pl. 7, fig. 128-135.
— —	G. Sandberger, 1855, *Die Verstein. des Rh. Schichtens. im Nassau*, p. 39, pl. 34, fig. 4.
— —	T. Davidson, 1865, *Monogr. of the Brit. devon. Brachiop.*, p. 87, pl. 17, fig. 4-7.

Cette espèce, si universellement répandue dans les assises supérieures et moyennes du terrain dévonien, a été si bien décrite et figurée par différents auteurs et notamment par S. P. Woodward, G. Sandberger et par M. Davidson, que je crois pouvoir me dispenser d'en indiquer ici les caractères. Je me bornerai à faire observer que l'unique échantillon d'Australie qui m'en ait été communiqué est d'une taille au-dessus de la moyenne, puisqu'il a une longueur de 4 centimètres et une largeur de 4 1/2 centimètres; qu'il a perdu une grande partie de son têt, et qu'il laisse voir les empreintes musculaires et vasculaires de sa valve dorsale, qui sont en tout semblables à celles que S. P. Woodward et M. Davidson ont si bien reproduites d'après un échantillon recueilli dans le calcaire dévonien moyen de l'Eifel et offert par moi-même au British Museum; il ne peut donc y avoir le moindre doute sur la détermination spécifique de cet échantillon.

Gisement et localités. — Partout ou l'existence du terrain dévonien a été signalée, on a pu constater la présence de l'*Orthis striatula*. C'est ainsi qu'il a été trouvé en Belgique, en France, en Angleterre, en Espagne, en Russie, aux États-Unis et même en Perse.

L'échantillon australien a été découvert par le révérend W. Clarke, dans un fragment de grès rougeâtre sur les bords de la rivière Allyn (Allyn River).

Genre **LEPTAENA**, *Dalman.*

—

1. LEPTAENA? INTERSTRIALIS, *J. Phillips.*

Orthis interstrialis. J. Phillips, 1841, *Palæoz. foss. of Cornw.*, p. 61, pl. 25 fig. 103.
Leptaena interstrialis? Schnur, 1853, *Beschreib. sämmtl. in der Eifel verkomenden Brachiopoden*, p. 54, pl. 20, fig. 2.
— interstrialis. T. Davidson, 1865, *Monogr. of the Brit. devon. Brach.*, p. 85, pl. 18, fig. 15-18.

Coquille ordinairement transverse, semi-circulaire, ayant sa plus grande largeur à son bord cardinal, dont les extrémités sont anguleuses et s'étendent un peu au delà des bords latéraux. La valve ventrale est assez régulièrement convexe, tandis que la valve ventrale est concave et suit à une faible distance la courbure de la première. Son caractère principal consiste dans les ornements de sa surface qui se composent d'un certain nombre de fines côtes (20-24) ayant leur origine au crochet et se dirigeant en rayonnant vers les bords. A une certaine distance du crochet et au milieu de l'espace libre existant entre deux côtes primaires contiguës, s'en produit d'autres un peu plus minces qu'elles, s'étendant également jusqu'aux bords, tandis que tout le reste de la surface porte des côtes filiformes parallèles aux premières et au nombre de cinq à sept entre chaque paire de côtes secondaires.

Observation. — Je ne suis pas tout à fait certain que le *Leptæna* décrit et figuré par Schnur sous le nom de *L. interstrialis*, soit identique à celui que J. Phillips a désigné sous le même nom; mais n'ayant pas en ce moment, à ma disposition, les matériaux nécessaires pour trancher la question, j'ai préféré ne pas me prononcer définitivement à cet égard.

Gisement et localités. — S'il était prouvé que la détermination de Schnur est exacte, cette espèce se trouverait à la fois dans les assises inférieures du terrain dévonien, à Daleiden, dans les assises moyennes de Blankenheim, de Gérolstein et d'un grand nombre de localités du Devonshire, ainsi que dans le schiste gris à *Receptaculites Neptuni*, Defr., des environs de Givet. Un seul échantillon en a été recueilli sur les bords du Murrumbidgee, aux environs de Yass, dans un fragment de grès rougeâtre, associé à des fragments de *Fenestella* indéterminables.

2. LEPTAENA? NOBILIS, *Mc Coy.*

LEPTAENA (STROPHOMENA) NOBILIS. Mc Coy, 1852, *Brit palæoz. foss.*, p. 316, pl. 2A, fig. 2.
— NOBILIS. T. Davidson, 1865, *Mon. of the Brit. devon. Brach.*, p. 86, pl. 18, fig. 19-21.

Coquille subsemi-elliptique, ordinairement un peu plus large que longue, ayant sa plus grande largeur à son bord cardinal. Valve ventrale assez fortement et régulièrement bombée, à oreillettes un peu déprimées, dépassant légèrement le bord latéral, lequel forme avec le bord cardinal un angle aigu un peu plus petit qu'un angle droit. Le crochet est petit et ne dépasse guère la ligne cardinale. L'area ne paraît pas être fort développée. La surface extérieure est ornée d'un grand nombre de côtes rayonnantes, dont 20-24 ont leur origine au crochet et s'étendent plus ou moins régulièrement jusqu'aux bords sans subir une grande modification dans leur épaisseur; entre ces côtes et à diverses distances du crochet, il en surgit d'autres de même forme, en nombre suffisant pour maintenir entre toutes une distance à peu près égale, distance qui est d'environ un millimètre en moyenne; l'espace libre est ondulé, mais les côtes n'en sont nullement affectées; ces ondulations sont plus prononcées sur la moitié supérieure que sur la moitie inférieure de la valve; elles sont couvertes de fines stries parallèles aux côtes et au nombre de sept à neuf pour chaque division. La valve dorsale est concave, suit les contours de la valve opposée et porte des ornements identiques à ceux qui couvrent la surface de cette dernière.

Dimensions. — Longueur 36 millimètres, largeur 42 millimètres.

Rapports et différences. — Cette espèce a quelque analogie avec la précédente dont elle ne diffère que par sa plus grande taille, les ondulations de sa surface et une plus grande convexité de sa valve ventrale.

Gisement et localités. — M. M^c^ Coy a découvert cette belle espèce dans le calcaire dévonien de Teignmouth, et M. Davidson l'a signalée dans celui de Woolborough, près Newton Abbot. Des deux échantillons qui m'ont été communiqués par le révérend W. Clarke, l'un provient de Yarradong, et l'autre des environs de Yass; ils sont renfermés dans un calcaire compacte noirâtre qui me paraît appartenir au dévonien moyen, l'un des échantillons ayant conservé, outre le *Leptæna*, un fragment de tige de crinoïde en tout semblable à celle du *Rhodocrinus crenatus*, Goldfuss, qui appartient à cette formation.

3. LEPTAENA SUBAEQUICOSTATA, *L.-G. de Koninck.*

(Pl. III, fig. 2.)

Coquille presque aussi longue que large, de forme subsemi-elliptique, à oreillettes faiblement recourbées sur elles-mêmes et terminées par un angle se rapprochant d'un angle droit. Valve ventrale assez régulièrement voûtée; crochet petit faiblement recourbé, non proéminent; area étroite; fissure de la forme d'un triangle à base très-large entièrement fermée par la dent cardinale de la valve dorsale. Celle-ci est concave et suit la courbure de la valve ventrale en ne laissant exister qu'un faible espace libre entre les deux. La surface extérieure de chacune des deux valves est ornée de petites côtes rayonnantes et à peu près lisses, qui ne sont séparées les unes des autres que par un faible sillon; arrivées vers le milieu de la longueur de la coquille, elles se multiplient par bifurcation et conservent ainsi une épaisseur à peu près égale sur toute leur étendue. La structure interne des valves m'est inconnue.

Dimensions. — Longueur 26 millimètres, largeur 30 millimètres; épaisseur environ 2 millimètres; nombre des côtes environ 70 sur les bords.

Rapports et différences. — Par la forme générale, cette espèce se rapproche de certaines variétés du *S. compressa*, Sow. (1) et de celle du *S.* (*Leptæna*) *obscura*, J. Hall (2), dont elle diffère par sa plus grande convexité et par le nombre et la structure de ses côtes.

Gisement et localité. — Un seul échantillon de cette espèce à été trouvé dans le calcaire dévonien noir des environs de Yass.

Genre **PENTAMERUS**, *Sowerby.*

PENTAMERUS PUMILUS, *L.-G. de Koninck.*

(Pl. III, fig. 3.)

Cette petite coquille est légèrement transverse, subglobuleuse. La valve ventrale est assez régulièrement bombée; son crochet petit, quoique assez fortement recourbé, dépasse un peu la ligne cardinale; sa surface extérieure est ornée de quinze plis peu anguleux, quoique nettement séparés les uns des autres par des sillons profonds; tous ces plis ont leur origine au crochet et atteignent les bords sans se bifurquer; de ces plis, le médian est un peu plus épais que les autres; c'est aussi le seul qui soit parfaitement droit; les plis latéraux, au nombre de sept pour chaque côté, sont plus ou moins arqués suivant la position qu'ils occupent et leur épaisseur diminue progressivement avec leur éloignement du pli médian. La valve dorsale est à peu près aussi profonde que la valve opposée, quoique légèrement sinuée dans sa partie médiane; elle possède les mêmes ornements que cette

(1) Davidson, *Silur. Brach.*, pl. 16, fig. 11.

(2) J. Hall, *Palæont. of New York*, t. II, pl. 31, fig. 2.

dernière et son bord antérieur se prolonge un peu, de manière à rendre sinueuse la commissure du front.

Dimensions. — Longueur 6 millimètres; largeur 7 millimètres; épaisseur 5 millimètres.

Rapports et différences. — Par sa petite taille, la forme et le nombre de ses plis, cette espèce se distingue de toutes ses congénères dévoniennes.

Gisement et localité. — Un seul exemplaire d'assez bonne conservation par suite de la nature siliceuse de son test, a été découvert dans un calcaire compacte noirâtre des environs de Yass. Il est accompagné d'un fragment de *Spirifer* voisin du *Spirifer Paillettei*, de Verneuil.

Genre **RHYNCHONELLA**, *Fischer de Waldheim.*

—

1. RHYNCHONELLA PLEURODON, *Phillips.*

Terebratula pleurodon.	J. Phillips, 1836, *Geol. of Yorksh.*, t. II, p. 222, pl. 12, fig. 25-30, (fig. 16, *excl.*).
— —	Idem, 1841, *Pal. foss. of Cornwall*, etc., p. 86, pl. 35, fig. 155.
Atrypa multidens.	A. d'Orbigny, 1850, *Prodr. de paléont.*, t. I, p. 94.
Rhynchonella pleurodon.	J. Morris, 1854, *Cat. of Brit. foss.*, p. 147.
— —	T. Davidson, 1865, *Mon. of the Brit. devon. Brach.*, p. 62, pl. 13, fig. 12, 13..
— (stenocisma) Tethys?	J. Hall, 1867, *Palæont. of New-York*, t. IV, p. 335, pl. 54, fig. 1-8.
— — Sappho?	Idem, 1867, *ibid.*, p. 340, pl. 54, fig. 33-43.
— — dotis?	Idem, 1867, *Palæont. of New-York*, t. IV, p. 344, pl. 54, fig. 11-20.
— pleurodon.	L.-G. de Koninck, 1873, *Recherches sur les anim. foss.*, t. II, p. 50, pl. 2, fig. 15.

Coquille de médiocre grandeur, ordinairement transverse, de forme ovale, à valves plus ou moins gibbeuses, garnies d'un nombre assez variable de plis rayonnants et anguleux, ayant leur origine aux crochets; ces plis sont séparés les uns des autres dans une grande partie de leur étendue par des sillons assez

profonds, dont le fond est également anguleux; les plis médians sont à peu près droits, tandis que les plis latéraux sont plus ou moins arqués suivant la place qu'ils occupent. Le crochet de la valve ventrale est petit, faiblement recourbé et peu saillant, quoique pointu; son sinus est ordinairement assez large et généralement composé de quatre plis médians, séparés des plis latéraux par un des côtés beaucoup plus développé de chacun des plis adjacents; chez les individus adultes, ce sinus se relève brusquement vers le front après avoir atteint la moitié de sa longueur. La valve dorsale est assez régulièrement bombée; son lobe médian n'est pas toujours très-fortement prononcé; le nombre des plis qui concourent à la formation de ce lobe, est toujours supérieur d'une unité à celui qui sert à produire le sinus.

Rapports et différences. — Après avoir comparé un grand nombre d'échantillons dévoniens avec des échantillons carbonifères de cette forme, je n'ai pu saisir une différence assez sensible et assez constante entre eux, pour oser affirmer qu'ils appartiennent à des espèces différentes, ainsi que cela a été admis par A. d'Orbigny : jusqu'à preuve du contraire, je me range à l'avis de J. Phillips et de M. T. Davidson qui considèrent les uns et les autres comme spécifiquement identiques. En partant de cette idée, il faut admettre comme conséquence que les échantillons dévoniens varient dans leur forme autant que les carbonifères; dès lors il me paraît difficile de croire que les *R. Tethys*, *Sappho* et *Dotis* de M. Hall, soient autre chose que des variétés de la *R. pleurodon*. Je ne veux cependant pas me prononcer définitivement à cet égard, parce que les matériaux de comparaison me font complétement défaut.

Gisement et localités. — En Belgique et en Angleterre cette espèce se trouve dans les assises dévoniennes supérieures et aux États-Unis dans le Chemung group. En Australie elle est associée au *Sp. disjunctus*, Sow., dans un grès jaune à Sofala; elle se trouve en grande abondance dans un grès grisâtre du Mont-Lambie près de Yass.

2. RHYNCHONELLA PUGNUS? *Martin.*

CONCHYLIOLITHES ANOMITES PUGNUS?	Martin, 1809, *Petrif. Derb.*, p. 13, pl. 22, fig. 4, 5.
ATRYPA PUGNUS.	Sowerby, 1840, *Trans. of the geol. Soc. of London*, 2nd ser., t. V, pl. 56, fig. 15-18.
TEREBRATULA PUGNUS.	J. Phillips, 1841, *Palæoz. foss. of Cornw. Devons.*, p. 87, pl. 35, fig. 156.
— ANISODONTA.	Idem, 1841, *ibid.*, p. 85, pl. 34, fig. 154.
RHYNCHONELLA PUGNUS.	T. Davidson, 1865, *Mon. of the Brit. devon. Brach.*, p. 63, pl. 12, fig. 12-14 and pl. 13, fig. 8-10.

La forme et les caractères de cette espèce sont suffisamment bien connus pour me dispenser de les répéter ici. Je me bornerai à faire observer que M. Davidson la considère comme susceptible de se modifier facilement suivant les conditions dans lesquelles son développement a eu lieu et d'affecter un grand nombre de variations. Cette facilité de transformation ne permet pas de décider si, comme certains auteurs l'admettent, les formes carbonifères voisines des formes dévoniennes sont spécifiquement différentes de celles-ci, ou si elles ne constituent qu'un groupe récurrent dont l'origine date de l'époque dévonienne moyenne.

Gisement et localités. — Je n'ai rencontré que quelques échantillons assez mal conservés de cette espèce dans un bloc de calcaire noir et compacte de Yarradong, associés à un certain nombre d'*Orthis interlineata*, Sowerby. En Angleterre, elle n'est pas rare dans le calcaire dévonien de Woolborough, de Barton et de Lummaton près Torquay, et en Belgique dans le schiste à *Receptaculites Neptuni* des environs de Chimay.

GENRE **ATRYPA**, *Dalman.*

1. ATRYPA RETICULARIS, *Linnæus.*

ANOMIA RETICULARIS.	Linnæus, 1767, *Syst. Nat.*, Ed. XII, p. 113.
ATRYPA —	T. Davidson, 1865, *Mon. of the Brit. devon. Brach.*, p. 53, pl. 10, fig. 3 et 4 (1).
— —	J. Hall, 1867, *Palæont. of New-York*, t. IV, p. 106, pl. 51-53.

(1) On trouvera dans les travaux de MM. Davidson et J. Hall une synonymie complète de cette espèce.

Il m'a semblé parfaitement inutile de m'arrêter longuement à la synonymie et aux caractères de cette espèce si bien connue des paléontologistes et si universellement répandue dans les diverses assises du terrain dévonien et dans les couches supérieures du terrain silurien. Je me bornerai à constater que parmi les échantillons qui m'ont été communiqués, plusieurs étaient garnis de leurs spires bien conservées et parfaitement identiques à celles des échantillons européens. D'autres sont garnis de leurs expansions marginales, atteignant pour quelques-uns une étendue de près d'un centimètre. J'ajouterai que deux des échantillons possèdent les caractères principaux de l'*Atrypa prisca*, Schlotheim, considérée par mon savant ami M. Davidson dont je partage l'avis, comme ne constituant qu'une variété assez constante de l'*A. reticularis*.

Dimensions. — Les échantillons d'Australie sont généralement de taille moyenne. Je n'en ai rencontré aucun qui sous ce rapport puisse être comparé à certains individus gigantesques qui ne sont pas rares dans l'Eifel et aux environs de Chimay et de Couvin.

Gisement et localités. — A l'exception d'un seul provenant de Kempsie, tous les individus de cette espèce ont été trouvés aux environs de Yass, sur les bords du Murrumbidgee. La plupart sont renfermés dans un calcaire compacte d'un gris noirâtre; un seul est contenu dans un grès jaunâtre assez dur, dont la surface, en s'oxydant à l'air, se couvre d'une mince couche d'oxyde de fer qui lui donne une coloration rouge. Je suis porté à croire que tous appartiennent au dévonien moyen.

2. ATRYPA DESQUAMATA, *Sowerby*.

ATRYPA DESQUAMATA. Sowerby, 1840, *Trans. of the geol. Soc. of London*, 2nd ser., t. V, pl. 66, fig. 19, 20.
— DESQUAMATA, *var.* CAMPANA. Idem, 1840. *ibid.*, pl. 56, fig. 21, 22.
SPIRIGERINA DESQUAMATA. Mc Coy, 1852, *Brit. pal. foss.*, p. 378.
ATRYPA — T. Davidson, 1865, *Mon. of the Brit. devon. Brach.*, p. 58, pl. 10, fig. 9-13 and pl. 11, fig. 1-9.

Les caractères de cet *Atrypa* sont si voisins de ceux de l'*Atrypa reticularis*, qu'il est très-souvent fort difficile de distinguer les

coquilles appartenant à l'un, de celles qui se rapportent à l'autre. Mon savant ami M. Davidson émet également le doute que l'*A. desquamata*, soit autre chose qu'une variété de l'*A. reticularis*. Il fait observer que les principales différences entre les deux formes consistent en ce que la première possède une area bien marquée et une ouverture très-apparente, tandis que cette ouverture est ordinairement cachée dans la seconde, par suite de la forte courbure de son crochet; elle est en outre moins globuleuse et ses lamelles d'accroissement sont plus petites et moins bien marquées. Mais ce ne sont pas là des caractères bien saillants et qui ne puissent être facilement modifiés, suivant les circonstances dans lesquelles l'animal a vécu.

3. ATRYPA PLICATELLA, *L.-G. de Koninck*.

(Pl. III, fig. 4.)

Coquille de forme ovale, allongée, assez petite. Valve dorsale assez régulièrement bombée, sans bourrelet apparent; surface garnie de onze ou treize plis rayonnants, arrondis, séparés les uns des autres par des sillons de même largeur que celle des plis, dont le médian est un peu plus saillant que les autres et fait fonction de bourrelet. Valve ventrale un peu moins convexe que la valve opposée, légèrement sinuée dans sa partie médiane; sinus occupé par trois plis adjacents dont les deux latéraux sont un peu plus saillants que celui du milieu. La surface est couverte de plis semblables à ceux de la valve dorsale et au nombre de douze ou quatorze.

Le crochet qu'il m'a été impossible de dégager complétement de la roche m'a paru petit. Les bords marginaux des deux valves produisent sur le front une sinuosité très-bien marquée.

Dimensions. — Longueur 12 millimètres; largeur 9 millimètres; épaisseur 4 millimètres.

Rapports et différences. — Cette espèce a beaucoup de ressemblance avec l'*Atrypa prominula*, Roemer, dont elle possède à peu près le contour; elle en diffère par sa petite taille, par la forme

beaucoup moins convexe de ses valves, par la sinuosité plus grande de sa ligne frontale et par le nombre de ses plis qui n'est au maximum que de quatorze, tandis qu'il est de vingt pour l'espèce eifelienne. Elle diffère de l'*A. Adrienni*, de Verneuil, par sa forme plus allongée et par le petit nombre de ses plis, ainsi que par la sinuosité de sa ligne frontale.

Gisement et localité. — Un très-petit nombre d'individus de cette espèce a été recueilli dans un calcaire noir des environs de Yass.

Genre **SPIRIFER**, *Sowerby.*

—

1. SPIRIFER DISJUNCTUS, *Sowerby.*

Spirifera disjuncta.	Sowerby, 1840, *Trans. of the geol. Soc. of London*, 2nd ser., t. V, pl. 53, fig. 8 and pl. 54, fig. 12, 13.
— calcarata.	Idem, 1840, *ibid.*, pl. 55, fig. 7.
— extensa.	Idem, 1840, *ibid.*, pl. 54, fig. 11.
— gigantea.	Idem, 1840, *ibid.*, pl. 55, fig. 1-4.
Spirifer Verneuilii.	Murchison, 1840, *Bullet. de la Soc. géol. de France*, 1re sér., t. IX, p. 252, pl. 2, fig. 3.
— Archiaci.	Idem, 1840, *ibid.*, pl. 2, fig. 4.
— Lonsdalii.	Idem, 1840, *ibid.*, pl. 2, fig. 2.
Spirifera disjuncta.	J. Phillips, 1841, *Pal. foss. of Cornwall*, etc., p. 74, pl. 29, fig. 128, *f, g, h*; fig. 129 and pl. 30, fig. 129.
— protensa	Idem, 1841, *ibid.*, p. 69, pl. 28, fig. 118.
Spirifer Murchisonianus.	L.-G. de Koninck, 1843, *Précis élém. de géol. par d'Omalius d'Halloy*, p. 523.
— —	De Verneuil, 1845, *Russia and the Ural Mount.*, t. II, p, 160, pl. 4, fig. 1.
— disjunctus.	Idem, 1845, *ibid.*, p. 157, pl. 4, fig. 4.
— Archiaci.	Idem, 1845, *ibid.*, p. 155, pl. 4, fig. 6.
— Barumensis.	Sowerby, MS. 1863, Salter, *Quart. journ. of the geol. Soc. of London*, t. XIX, p. 480.
Spirifera disjuncta.	T. Davidson, 1865, *Monogr. of the Brit. devon. Brach.*, p. 23, pl. 5, fig. 1-12 and pl. 6, fig. 1-5.
— —	J. Hall, 1867, *Palæont. of New-York*, t. IV, p. 243, pl. 41, 42 and pl. 63, fig. 14.

La coquille de cette espèce est très-sujette à varier; quoiqu'elle soit généralement plus large que longue, il arrive néanmoins

que le contraire ait lieu et qu'alors elle affecte la forme à laquelle, il y a 30 ans, j'ai donné le nom de *S. Murchisonianus*. Dans tous les cas, les valves sont convexes, quelquefois même gibbeuses et à peu près également profondes. Le crochet de la valve ventrale est ordinairement proéminent, peu recourbée; area plus ou moins élevée, concave et creusée en gouttière; fente triangulaire, partiellement recouverte d'un pseudo-deltidium composé de deux pièces; sinus assez profond et nettement limité. Le bourrelet de la valve dorsale est élevé en proportion de la profondeur du sinus de la valve opposée et séparé du reste de la coquille par deux sillons un peu mieux marqués que ceux qui séparent les autres plis de la surface. Chacune des deux valves est ornée de chaque côté de 20-40 plis simples arrondis et rayonnants, dont l'épaisseur diminue proportionnellement à leur éloignement du sinus ou du bourrelet; les plis qui couvrent la surface de ces deux dernières parties sont plus minces que ceux des parties latérales; leur nombre augmente par bifurcation ou par intercalation du nouveau pli, à des distances variables des crochets. Chez les individus de bonne conservation, les plis sont traversés par de petites stries concentriques d'accroissement.

Le têt de la valve ventrale est ordinairement plus épais que celui de la valve dorsale; les impressions musculaires y sont assez profondément creusées, tandis que celles de l'autre valve sont presque superficielles.

Dimensions. — Très-variables; certaines variétés peuvent atteindre une largeur d'environ 10 centimètres, pour une longueur de 3-4 centimètres. La largeur moyenne des échantillons d'Australie est de 3 1/2 centimètres pour une longueur de 2 centimètres.

Observation. — Il y a longtemps que j'ai émis l'opinion que tous les *Spirifer* dont les noms se trouvent indiqués à la synonymie, ne sont en réalité que des variétés d'une seule et même espèce, et j'ai été heureux de constater que MM. Davidson et J. Hall adoptent cette manière de voir et partagent le même avis. Je ne connais, en effet, aucun caractère bien constant qui permette de séparer les *Spirifer Archiaci*, et *Lonsdalei* de Murchison et le

Spirifer calcaratus de Sowerby, du véritable *S. disjunctus* ou *Verneuilii*. En réunissant un grand nombre d'échantillons de cette espèce, on arrive insensiblement et par transition successive, du *Spirifer Murchisonianus* allongé et à côtés arrondis, au *Spirifer calcaratus* transverse et à extrémités latérales très-étendues et très-pointues.

Gisement et localités. — Cette espèce est très-abondante dans les assises dévoniennes supérieures aux couches à *Calceola Sandalina*, et à *Strigocephalus Burtini*, et peut servir à les caractériser.

On la rencontre dans un grand nombre de localités en Belgique, en Allemagne, en Angleterre, en Irlande, en France, en Russie, aux États-Unis et même en Chine. Dans la Nouvelle-Galles du Sud, des moules internes de cette espèce remplissent presque exclusivement à eux seuls, un grès blanc grisâtre très-dur et très-siliceux à Bowenfels, un autre jaunâtre et beaucoup plus tendre, à Sofala, et un troisième d'un rouge brunâtre à Colocolo. A Collin's Flat, près Bungonia, ce *Spirifer* existe dans un calcaire magnésien grisâtre et très-compacte.

2. SPIRIFER MULTIPLICATUS, *L.-G. de Koninck.*

(Pl. III. fig. 3.)

Coquille transverse, ayant sa plus grande largeur au bord cardinal; valves médiocrement bombées; le bourrelet de la valve dorsale qui est la seule bien connue, est peu élevé, anguleux dans sa partie médiane et séparé des parties latérales par un pli dont l'un des côtés est plus développé que l'autre; sa surface est ornée de quelques autres plis qui paraissent être plus minces que ceux qui se trouvent à la surface des parties latérales; ces derniers, au nombre de quinze pour chaque côté, sont remarquables par leur régularité et la profondeur des sillons qui les séparent les uns des autres. En les examinant à la loupe, on remarque qu'ils sont traversés par de fines stries d'accroissement produisant de très-minces et courtes lamelles imbriquées. Les arêtes cardinales forment avec les arêtes latérales un angle très-

aigu. L'area dont je n'ai pu découvrir qu'une faible partie, m'a paru être bien développée, ce qui me fait supposer que le crochet est assez proéminent. Les ornements extérieurs de la valve ventrale sont identiques à ceux de la valve opposée.

Dimensions. — Largeur 35 millimètres; longueur environ 15 millimètres; épaisseur 12 à 14 millimètres.

Rapports et différences. — Par sa forme générale, cette espèce se rapproche de certaines variétés de *Sp. disjunctus* Sowerby; mais elle s'en distingue assez facilement par son épaisseur relativement moins forte par rapport à sa largeur; par le nombre moins élevé et la disposition de ses plis rayonnants et la plus grande profondeur des sillons qui les séparent entre eux, et surtout par la différence de structure très-marquée que l'on remarque dans les deux plis latéraux du bourrelet et par conséquent aussi du sinus, lorsqu'on les compare aux plis dont le restant de la surface est ornée. Chez le *Spirifer disjunctus* ce dernier caractère manque presque complétement. Il y aurait à examiner si le *Spirifer calcaratus* de G. Sandberger (1) qui me paraît différent de l'espèce désignée sous le même nom par M. Sowerby, l'est également de celui-ci. Je ne possède pas en ce moment les moyens nécessaires pour trancher cette question.

Gisement et localités. — Un seul échantillon assez mal conservé a été recueilli aux environs de Yass, dans un calcaire gris très-compacte.

3. SPIRIFER CABEDANUS, *de Verneuil.*

SPIRIFER CABEDANUS. De Verneuil, 1845, *Bullet. de la Soc. géol. de France*, 2me sér, t. II, p. 473, pl. 15, fig. 3.

Coquille subglobuleuse et un peu transverse, ayant sa plus grande largeur au bord cardinal. Valve ventrale régulièrement courbée, plus profonde que la valve opposée. Crochet renflé, proéminent, recourbé et pointu au sommet; area triangulaire,

(1) Voir : *Die Versteinerungen des Rheinischen Schichten System's im Nassau*, pl. 31, fig. 10 u. 11.

assez élevée à ouverture deltoïde libre; arêtes cardinales formant avec les arêtes latérales un angle un peu plus petit qu'un angle droit; sinus profond, garni d'un pli médian très-prononcé, ayant son origine à l'extrémité du crochet.

De chaque côté du sinus on compte douze plis rayonnants, arrondis, dont l'épaisseur est variable et d'autant plus faible qu'ils se trouvent plus éloignés du sinus; ils sont séparés par des sillons profonds dont la largeur égale celle des plis adjacents. Valve dorsale de forme semi-circulaire, à crochet très-petit et à bourrelet divisé en deux par un sillon profond, correspondant au pli médian du sinus de la valve ventrale; plis latéraux semblables à ceux de la valve opposée. Des stries d'accroissement donnant lieu à la formation de petites lamelles imbriquées s'observent sur les bons échantillons, principalement vers les bords.

Dimensions. — Longueur 23 millimètres, largeur 34 millimètres, épaisseur 18 millimètres.

Gisement et localités. — Je n'ai pu trouver aucune différence sensible entre les échantillons espagnols de cette espèce provenant du calcaire des environs de Feronès et celui qui a été recueilli par M. Clarke dans le calcaire noir des environs de Yass. Il est probable que tous appartiennent à la même époque géologique, c'est-à-dire à l'époque dévonienne moyenne.

4. SPIRIFER YASSENSIS, *W.-B. Clarke.*

(Pl. III, fig. 6.)

Coquille subglobuleuse, à peu près aussi large que longue. Valve ventrale régulièrement courbée sur elle-même; deux fois plus profonde que la valve opposée; crochet assez fortement recourbé sur lui-même et pointu; area assez élevée, creusée en gouttière, à extrémités faiblement arrondis; sinus profond, très-large eu égard à la taille de la coquille et anguleux au fond. Valve dorsale munie d'un bourrelet saillant correspondant au sinus de la valve opposée; surface des deux valves ornée de chaque côté de quatorze ou quinze plis rayonnants, dont les derniers sont

très-minces et quelquefois très-bien séparés par des sillons de même largeur que les plis adjacents. Sur les bons échantillons on observe quelques stries d'accroissement vers les bords.

Dimension. — Un échantillon très-bien conservé m'a donné les dimensions suivantes : longueur 19 millimètres ; largeur 20 millimètres; épaisseur 15 millimètres; largeur du sinus 7 millimètres.

Rapports et différences. — Ce n'est qu'après de longues hésitations, de minutieuses recherches et de nombreuses comparaisons, que je me suis décidé à séparer cette espéce des *Spirifer hystericus*, Schlotheim, *subspeciosus* et *Glincanus*, de Verneuil, avec lesquels elle a les plus grands rapports. Elle diffère des deux premiers par sa forme moins transverse et par le nombre et la moindre épaisseur de ses plis, ainsi que par la plus forte courbure de son crochet. On peut encore moins le confondre avec le dernier dont le plus grand diamètre transverse est vers le milieu de sa longueur, et dont les plis très-aplatis possèdent un diamètre double de celui des sillons qui les séparent.

Gisement et localités. — Cette espèce m'a été communiquée par M Clarke sous le nom sous lequel je viens de la décrire et a été recueillie par lui dans un calcaire compacte et noirâtre des environs de Yass, ainsi qu'à Duntroon, dans un calcaire argileux jaune brunâtre, beaucoup plus tendre que le premier dans lequel elle est plus abondante.

5. SPIRIFER LATISINUATUS, *L.-G. de Koninck.*

(Pl. III, fig. 7.)

SPIRIFER CURVATUS, *var.* UNDULATA? F. Roemer, 1844, *Das rheinische Uebergangsgebirge*, p. 70, pl. 4, fig. 5, non Schl.

Coquille gibbeuse, transverse, ayant son plus grand diamètre au bord cardinal. Valve ventrale garnie d'un large sinus occupant au bord presque la moitié de la valve, assez profond et creusé en forme de canal à fond arrondi. Le crochet qui ne m'est qu'imparfaitement connu, m'a paru bien développé et un peu

recourbé sur lui-même ; l'area est assez élevée et triangulaire. La valve dorsale est subsemi-circulaire, légèrement sinuée à sa partie frontale et garnie d'un bourrelet obtus assez saillant. Les côtés de chacune des deux valves sont ornés de sept ou huit plis rayonnants d'épaisseur à peu près égale et qui ne sont séparés les uns des autres que par des sillons assez peu marqués. Les parties bien conservées du têt sont couvertes de fines lamelles concentriques, principalement vers les bords.

Dimensions. — Longueur 22 millimètres, largeur 30 millimètres, épaisseur 18 millimètres ; largeur du sinus 14 millimètres.

Rapports et différences. — Je suis très-porté à croire que le *Spirifer* que je viens de décrire est identique avec celui que M. Ferd. Roemer a figuré sous le nom de *Sp. curvatus* de Schlotheim, mais qui n'a aucune analogie avec cette espèce. Il se rapproche davantage par la forme de ses plis du *S. Cabanillas,* de Verneuil, dont cependant on le distingue aisément par sa forme transverse, tandis que celle de l'espèce espagnole est allongée et àpeuprès ovale.

Gisement et localités. — Le *Spirifer latesinuatus* se trouve sur les bords du Murrumbidgee, aux environs de Yass, dans un calcaire noirâtre, très-compacte et dans le calcaire dévonien moyen de Gérolstein, dans l'Eifel.

6. SPIRIFER NUDUS, *Sowerby.*

SPIRIFERA NUDA.	Sowerby, 1840, *Trans. of the geol. Soc. of London,* 2nd ser., t. V, pl. 57, fig. 8.
— PULCHELLA.	Idem, 1840, *ibid.,* pl. 57, fig. 9.
— NUDA.	J. Phillips, 1841, *Palæoz. foss. of Cornw.,* p. 78, pl. 31, fig. 138.
SPIRIFER NUDUS.	Ferd. Roemer, 1855, *In Dunker's Palæont.,* t. V, pl. 4, fig. 20.
SPIRIFERA NUDA.	T. Davidson, 1865, *Monogr. of the Brit. devon. Brach.,* p. 38, pl. 4. fig. 17-22.

Petite coquille subovale, un peu plus large que longue, ayant son plus grand diamètre transverse vers le milieu de sa longueur. Valve ventrale convexe, plus profonde que la valve opposée;

crochet petit, recourbé, assez proéminent. Area d'une forme triangulaire bien prononcée, ayant sa fente partiellement fermée par un pseudo-deltidium; sinus assez profond et relativement large, ayant son origine à l'extrémité du crochet; une ou deux fortes côtes se remarquent de chaque côté du sinus. Valve dorsale moins convexe que la valve ventrale et ornée d'un bourrelet assez saillant et d'une ou de deux côtes latérales, correspondant à celles qui viennent d'être indiquées.

Dimensions. — Longueur 5 millimètres, largeur 6 1/2 millimètres, épaisseur 3 millimètres.

Observation. — La description et les dimensions qui précèdent, sont parfaitement applicables au seul échantillon de l'espèce que j'ai sous les yeux. Mais M. Davidson fait observer avec raison que cette espèce est très-variable en ce qui concerne l'étendue de son area et le nombre des côtes latérales dont sa surface est ornée et qui dans certains échantillons font complétement défaut.

Gisement et localités. — Sowerby est le premier qui ait signalé la présence de cette espèce dans le calcaire dévonien moyen de Dockyard, près Plymouth. Après lui, elle a été découverte dans plusieurs autres localités du Devonshire. M. Clarke l'a recueillie aux environs de Yass dans le calcaire noir qui renferme l'*Atrypa plicatella*, L.-G. de Koninck.

Division : MOLLUSCA.

Classe : LAMELLIBRANCHIATA.

Genre PARACYCLAS, *J. Hall.*

Quoiqu'il soit assez difficile de bien définir ce genre, par suite de l'impossibilité dans laquelle on se trouve de se procurer des charnières complètes des coquilles pour lesquelles il a été créé, je ne doute pas que l'on ne parvienne a y grouper aisément les diverses espèces qui y appartiennent et qui, jusqu'ici, ont été classées soit parmi les *Lucina*, soit parmi les *Pullastra*, soit parmi les *Ungulina* et même les *Posidonomya*. On peut y réunir, en effet, un certain nombre de coquilles paléozoïques dépourvues de ligament externe et de lunule, ayant une forme orbiculaire ou légèrement ovalaire, faiblement convexes, à bords complétement clos, assez tranchants, à crochets petits submédians et peu recourbés et à surface ordinairement ornée de stries concentriques d'accroissement, plus ou moins prononcées. La structure interne est très-semblable à celle des *Lucina*; les moules, étant pourvus d'une forte rainure à leur bord cardinal, démontrent que la charnière a dû avoir un assez grand développement.

Rapports et différences. — Les espèces de ce genre ont une grande ressemblance avec les *Lucina*, dont ils se distinguent principalement par l'absence complète de ligament externe et de lunule.

Gisement. — Toutes les espèces que je crois devoir rapporter au genre *Paracyclas*, appartiennent, soit au terrain dévonien, soit au terrain carbonifère. Telles sont les *Paracyclas* (Lucina) *proavia*, Goldfuss, que je prends pour type; *Dufrenoyi*, d'Achiac et de Verneuil; *Ohioensis*, Meek, *antiqua* et *lineata*, Goldfuss; *Paracyclas* (Pullastra) *elliptica*, Phillips et P. (Venulites) *con-*

centrica, F. Roemer, qui sont dévoniennes et les *Paracyclas Coyana*, A. d'Orbigny (Lucina antiqua, Mc Coy, non Goldfuss) et *Hibernicensis*, A. d'Orbigny (Ungulina antiqua, Mc Coy) qui sont carbonifères.

PARACYCLAS ELLIPTICA, *J. Phillips.*

PULLASTRA ELLIPTICA. J. Phillips, 1840, *Palæoz. foss. of Cornw.*, p. 35, pl. 17, fig. 54.
CARDINIA — A. d'Orbigny, 1850, *Prodr. de paléont.*, t. I, p. 76.
PULLASTRA — J. Morris, 1854, *Catal. of Brit. foss.*, p. 222.

Coquille inéquilatérale, subelliptique, à valves assez régulièrement, quoique faiblement bombées dans leurs parties médianes, et déprimées vers les bords cardinal et antérieur qui sont assez tranchants. Les crochets, extrêmement petits, sont contigus et recourbés en arrière. Toute la surface est couverte de stries concentriques d'accroissement dont la profondeur, quoique faible, est assez variable dans la distance qui les sépare les unes des autres et produisent ainsi un dessin peu régulier.

Dimensions. — Longueur 14 millimètres; largeur 16 millimètres; épaisseur 6 millimètres.

Gisement et localités. — Le professeur Phillips a découvert cette jolie espèce à South Petherwin, en Cornouailles; M. Clarke l'a recueillie sur les bords du Murrumbidgee, aux environs de Yass, dans un calcaire argileux compacte et noirâtre.

GENRE **CONOCARDIUM**, *Bronn.*

CONOCARDIUM SOWERBYI, *L.-G. de Koninck.*

CARDIUM ALIFORME (var.). Sowerby, 1840, *Trans. of the geol. Soc. of London*, 2nd ser., t. V, pl. 56, fig. 2.
PLEUROCYNCHUS ALIFORMIS. J. Phillips, 1840, *Palæoz. foss. of Cornwall*, etc., p. 34, pl. 17, fig. 51.

Coquille à contour subtriangulaire, gibbeuse, tronquée et limitée antérieurement par une carène arquée bien prononcée : surface

antérieure cordiforme, légèrement convexe et atteignant presque le bord ventral par son extrémité inférieure; cette surface est ornée d'un grand nombre de petites côtes concentriques et qui, contrairement à ce qui existe chez la plupart des autres espèces et surtout chez le *Conocardium aliforme* type, ont toutes leur origine vers les crochets et sont parallèles aux côtes du restant de la surface, comme l'a très-bien constaté le professeur J. Phillips. Celles-ci sont assez régulières et presque toutes de même épaisseur; les dernières seulement, c'est-à-dire celles qui couvrent la partie postérieure et légèrement bâillante des coquilles, sont un peu moins épaisses et un peu plus planes que les autres. Entre ces côtes qui sont au nombre de vingt, on observe aisément la structure celluleuse du têt. Le tube probosciforme antérieur paraît être très-court et subconique.

Dimensions. — Longueur 13 millimètres; largeur 15 millimètres; épaisseur 11 millimètres (1).

Rapports et différences. — Plusieurs paléontologistes ont confondu cette espèce avec le *Conocardium aliforme* de Sowerby, qui est une espèce exclusivement carbonifère et qui s'en distingue facilement par plusieurs caractères, dont les plus saillants consistent : 1° dans la différence de la largeur qui est beaucoup plus grande proportionnellement à la longueur dans l'espèce carbonifère; 2° dans la forme moins régulière et le nombre plus considérable des côtes qui ornent la surface ventrale et postérieure des valves de cette dernière espèce, et 3° dans la brièveté et la forme conique du tube antérieur et le moindre développement de la partie cordiforme qui lui donne naissance chez l'espèce dévonienne.

Observations. — La plupart des auteurs ont envisagé la partie tronquée et munie d'un prolongement tubiforme des *Conocardium* comme constituant la partie antérieure de ces coquilles. Le

(1) J'appelle longueur la distance qui existe entre l'extrémité des crochets et la partie la plus saillante du bord ventral; par largeur, j'entends le diamètre antéro-postérieur et par épaisseur, la ligne qui réunit entre eux les deux points les plus élevés de chacune des deux valves supposées en place et vues de profil.

docteur S. P. Woodward a été le premier à émettre une opinion contraire, opinion qui a trouvé un nouveau défenseur dans M. R. Etheridge, junior. Malgré toute la déférence que j'ai pour les travaux de ces savants et l'estime que je leur porte, je ne puis me rallier à leur avis. Comptant avoir bientôt une occasion plus favorable que celle du moment pour développer les raisons qui m'engagent à me séparer d'eux, je me bornerai à faire remarquer qu'en général la partie antérieure des coquilles des lamellibranches est moins développée que la partie opposée; que les crochets sont tournés vers cette partie plus rarement bâillante et plus souvent tronquée; lorsque la surface est ornée de côtes ou de plis rayonnants, que ces ornements sont les plus larges ou les plus épais du côté postérieur de la coquille, comme cela s'observe facilement chez les *Cardiadæ*, et notamment chez le *Lithocardium aviculare*, Lamarck; le *Cardium hemicardium*, Linnæus; l'*Adacna edentulum*, Pallas, etc., et enfin, que la charnière se développe et se prolonge davantage du côté postérieur que du côté antérieur. Or tous ces caractères se retrouvant chez les *Conocardium*, il sera facile d'en tirer les conclusions auxquelles je suis arrivé moi-même.

Gisement et localités. — Sowerby et J. Phillips ont constaté la présence de cette espèce dans le terrain dévonien de Stonehose Hill et de Barton. M. Clarke m'en a communiqué deux échantillons découverts dans le calcaire argileux noir des environs de Yass.

Genre **TELLINOMYA**, *J. Hall.*

—

TELLINOMYA CLARKEI, *L.-G. de Koninck.*

(Pl. III, fig. 8.)

Coquille de taille médiocre, transverse, subovale, assez régulièrement bombée; crochets petits peu contournés; côté postérieur plus court et à bord plus régulièrement semi-circulaire que le côté antérieur dont le contour se rapproche de la forme ellip-

tique. Surface entièrement couverte d'un grand nombre de fines côtes concentriques un peu plus minces vers les sommets de la coquille que vers les bords auxquels elles sont parallèles. Elles sont séparées les unes des autres par des sillons étroits mais bien marqués; leur surface est rugueuse. La charnière est composée de dix dents postérieures, dont les cinq dernières sont beaucoup plus développées que les premières et d'environ vingt dents antérieures, dont les plus éloignées des crochets sont aussi un peu plus fortes que les autres. Aucune interruption ne se fait remarquer dans la série dentaire et l'on n'y constate pas la moindre trace de cuilleron, ce qui constitue l'un des principaux caractère du genre auquel l'espèce appartient. Le bord ventral est tranchant et lisse.

Dimensions. — Longueur 11 millimètres; largeur 18 millimètres; épaisseur 7 $^1/_2$ millimètres.

Rapports et différences. — Cette espèce a quelque ressemblance avec la *T.* (*Pullastra ?*) *antiqua*, Sowerby, dont elle se rapproche surtout par les ornements de sa surface. Néanmoins elle s'en distingue facilement par sa forme plus ovale et le nombre plus considérable des côtes concentriques dont sa surface est couverte et par son épaisseur relativement plus forte.

Gisement et localité. — Un seul échantillon bien conservé de cette espèce a été découvert dans le calcaire argileux noirâtre des environs de Yass.

Genre **AVICULOPECTEN**, *Mc Coy.*

—

1. AVICULOPECTEN ETHERIDGEI, *L.-G. de Koninck.*

(Pl. III, fig. 9.)

Je ne connais que la valve gauche de cette belle espèce. Abstraction faite des oreillettes, elle est presque régulièrement circulaire et à peu près aussi longue que large; elle est assez uniformément, mais très-faiblement bombée; le têt est très-

mince; sa surface est ornée d'environ quarante côtes rayonnantes très-étroites et dont la largeur est peu différente d'une extrémité à l'autre; toutes ont leur origine au sommet et ne subissent aucune bifurcation; la distance de l'une à l'autre n'a rien de régulier; l'espace resté libre est plane et presque complétement lisse; on n'y observe que quelques légères ondulations concentriques, produites par l'accroissement successif de la coquille. L'oreillette antérieure est subtriangulaire et séparée du restant de la valve par un sillon bien marqué; son bord ligamentaire est perpendiculaire à l'axe principal de la coquille; sa surface est ornée de trois ou quatre petites côtes rayonnantes dont la principale sert à produire le sillon que je viens d'indiquer; des stries sinueuses parallèles à son bord latéral et produites par l'accroissement successif, traversent obliquement ces côtes. L'oreillette postérieure paraît avoir un peu plus d'étendue que l'antérieure et n'est séparée du restant de la valve que par une faible dépression oblique; sa surface est ornée de petites stries courbes, assez denses.

Rapports et différences. — Je ne connais aucune espèce dévonienne de ce genre qui puisse être confondue avec celle que je viens de décrire. Par ses ornements elle se rapproche des *A. leiotis* et *micropterus*, M^c^ Coy, qui sont des espèces carbonifères, mais qui en diffèrent par leur taille et par leur forme générale.

Dimensions. — Longueur environ 4 centimètres; largeur 43 millimètres.

Gisement et localité. — Cette belle espèce que j'ai dédiée à M. R. Etheridge dont j'ai déjà eu l'occasion de citer le travail sur les fossiles de Queensland, a été recueillie par M. Clarke dans le calcaire argileux noir des environs de Yass. Son tèt est silicifié, comme l'est aussi celui de la plupart des autres espèces provenant de la même localité.

2. AVICULOPECTEN CLARKEI, *L.-G. de Koninck.*

(Pl. III, fig. 10.)

De même que de l'espèce précédente, je ne connais qu'une seule valve de celle-ci : c'est la gauche, qui est de taille médiocre, un peu plus longue que large et dont le crochet est assez pointu, son angle ne mesurant que 85°. Son bord ventral est assez uniformément arrondi et se confond avec les bords latéraux par une courbe régulière. Sa surface est ornée de dix à douze côtes rayonnantes d'environ un millimètre d'épaisseur vers les bords et interrompues de distance en distance par de légers renflements qui me paraissent avoir servi de base à des lamelles imbriquées. A une certaine distance du sommet, des côtes tranchantes plus minces naissent par interposition entre les premières et comme celles-ci, se dirigent vers les bords. Les oreillettes qui probablement ont été assez petites me sont tout à fait inconnues.

Dimensions. — Longueur 22 millimètres; largeur 20 millimètres.

Rapports et différences. — Par les ornements qui couvrent sa surface, par sa taille et par sa forme générale, cette espèce a beaucoup de rapports avec l'*Aviculopecten ovatus*, M^c^ Coy, dont elle se distingue néanmoins facilement par le nombre de ses côtes rayonnantes qui est beaucoup plus considérable sur l'espèce carbonifère que sur celle-ci.

Gisement et localité. — Un seul échantillon a été trouvé à Kempsey, dans un phtanite rougeâtre, accompagné d'un fragment d'une autre espèce de même genre et de l'*Atrypa reticularis*, Linné.

3. AVICULOPECTEN M'LEAYI, *L.-G. de Koninck.*

(Pl. III, fig. 11.

Quoique je ne connaisse de cette belle espèce qu'un fragment de la valve gauche, ce fragment suffit néanmoins pour me per-

mettre d'affirmer sans la moindre hésitation, qu'elle est différente de toutes celles qui ont été décrites jusqu'ici. C'est la partie antérieure de la valve, munie de son oreillette qui a été la mieux conservée; la partie moyenne ayant été brisée est confuse et la partie postérieure a complétement disparu.

Voici les caractères qu'il m'a été possible de constater et qui serviront à reconnaître l'espèce dans le cas où de meilleurs échantillons en seraient découverts par la suite.

La forme en est probablement suborbiculaire, peut-être un peu ovale et allongée. La valve gauche est assez profonde et régulièrement bombée à l'extérieur; sa surface est ornée de vingt-cinq à trente côtes rayonnantes assez épaisses, simples, arrondies et d'un diamètre sensiblement égal entre elles dans la partie médiane de la valve; les cinq ou six côtes les plus rapprochées du bord antérieur sont moins régulières, un peu plus minces que les autres et quelques-unes même sont bifurquées; toutes ces côtes sont traversées concentriquement par de nombreuses et fines lamelles imbriquées, produites par l'accroissement successif et un peu irrégulier du têt. L'oreillette est grande et arrondie antérieurement. Elle est garnie de quelques côtes (cinq à six) rayonnantes semblables à celles du restant de la surface, mais traversées par des lamelles plus fortes et plus épaisses et parallèles au bord.

Dimensions. — Longueur environ 7 centimètres; épaisseur de la valve gauche, 6 à 7 millimètres.

Rapports et différences. — Par sa taille elle se rapproche de l'*Aviculopecten Hasbachii*, d'Archiac et de Verneuil, mais elle s'en éloigne par la forme et le nombre de ses côtes et surtout par la présence des lamelles bien accentuées d'accroissement sur sa surface extérieure.

Gisement et localité. — Le seul fragment dont j'ai pu disposer a été recueilli sur les bords de la rivière de M'Leay; il est renfermé dans un calcaire gréseux de nuance grise ou brunâtre. Quoique j'introduise l'espèce que je viens de décrire parmi les espèces dévoniennes, je dois néanmoins faire observer que je ne possède aucun élément bien certain pour affirmer positivement

qu'elle appartient réellement à cette époque paléozoïque. Je n'ai pour guide que l'apparence et la nature de la roche et la présence dans le voisinage de la même localité, mais dans une roche un peu différente, du *Favosites polymorpha,* Goldfuss. De nouvelles observations seront donc nécessaires pour donner une solution définitive au problème que je viens de poser.

Genre **PTERINEA**, *Goldfuss.*

—

PTERINEA LAMINOSA, *L.-G. de Koninck.*

(Pl. III, fig. 12.)

Coquille faiblement transverse et légèrement oblique, à contour suborbiculaire; crochet petit et situé au tiers antérieur du bord cardinal; valve droite peu et assez inégalement bombée, faiblement déprimée vers la partie postérieure de son bord ventral; l'aile postérieure assez développée et triangulaire se rattache à la partie médiane de la valve par une sinuosité peu prononcée; la surface extérieure est couverte d'une dizaine de lamelles concentriques, assez minces, un peu irrégulièrement distantes les unes des autres et ne faisant que peu de saillie. Le têt est assez épais eu égard à la petite taille de la coquille. La valve gauche dont je n'ai pu observer qu'une minime partie m'a paru être plane. La charnière m'est inconnue.

Dimensions. — Longueur 10 millimètres; largeur 21 millimètres; épaisseur environ 5 millimètres.

Rapports et différences. — Je ne connais aucune espèce qui soit comparable à celle-ci et avec laquelle on pourrait la confondre.

Gisement et localité. — Un seul échantillon a été trouvé dans le calcaire argileux noir des environs de Yass.

Classe : GASTÉROPODES.

Genre **DENTALIUM**, *Linnæus.*

1. DENTALIUM ANTIQUUM, *Goldfuss.*

Dentalium antiquum? Goldfuss, 1841, *Petref. Germ.*, t. III, p. 2. pl. 163, fig. 2.

Parmi les échantillons qui m'ont été confiés par M. Clarke, j'ai rencontré deux fragments de calcaire noirâtre dont le premier porte à l'une de ses surfaces les marques d'une coupe transversale et le second celles d'une coupe longitudinale de *Dentalium*, parfaitement caractérisé par l'absence complète de cloisons intérieures et de siphon. Comme la forme de ces coupes correspond exactement à celle que Goldfuss a donnée de son *Dentalium antiquum*, je suis porté à croire que les échantillons d'Australie appartiennent à la même espèce. L'existence d'un troisième échantillon mieux dégagé de sa gangue me confirme dans cette opinion. En effet sa surface est couverte de stries transverses d'accroissement tout à fait semblables à celles qui ornent la surface des échantillons recueillis dans l'Eifel.

Dimensions. — Longueur 55 millimètres; diamètre de l'ouverture antérieure 6 millimètres.

Gisement et localités. — L'un des deux échantillons observés provient des environs de Yass et l'autre de Yarradong. Ce dernier renferme outre le *Dentalium* plusieurs spécimens de *Spirifer Yassensis* et ne laisse aucun doute sur son gisement dévonien.

2. DENTALIUM TENUISSIMUM, *L.-G. de Koninck.*

(Pl. IV, fig. 3.)

Coquille en forme de cône très-allongé, droite, presque cylindrique, à section tranverse circulaire; têt extrêmement mince; surface lisse.

Dimensions. — Ne connaissant qu'un échantillon incomplet de cette espèce, il m'est impossible d'en donner les dimensions exactes. Cet échantillon a 35 millimètres de long; le diamètre de son extrémité antérieure est de 5 millimètres et celui de l'extrémité opposée brisée de 4 millimètres.

Rapports et différences. — Par sa forme droite, cette espèce se rapproche des *D. annulatum*, G. Sandberger, et *priscum Münster*. Elle se distingue du premier par la ténuité de son tèt et par l'absence totale d'ornements à sa surface et du second, par sa forme relativement moins conique et plus allongée.

Gisements et localité. — Se trouve dans le calcaire argileux noir des environs de Yass.

Genre **BELLEROPHON**, *Montfort.*

—

BELLEROPHON CONVOLUTUS, *L.-G. de Koninck.*

(Pl. IV, fig. 4.)

Bellerophon Wenlockensis? Phillips, 1841, *Palæoz. foss. of Cornwall*, etc., p. 108, pl. 40, fig. 203 (non Sowerby).

Petite coquille composée de cinq ou six tours de spire assez rapprochés, fortement embrassants, à tèt mince et à surface lisse. La largeur de son dernier tour est à peu près égal à la hauteur totale de la coquille. L'ombilic est étroit et profond. Dos arrondi. Bouche en forme de croissant, beaucoup plus large que haute.

Dimensions. — Diamètre 5 millimètres; largeur de la bouche 4 1/2 millimètres; épaisseur du dernier tour 1 1/2 millimètre.

Rapports et différences. — Cette petite espèce que J. Phillips a assimilée avec doute au jeune âge du *Bellerophon Wenlockensis*, Sowerby, diffère de celui-ci, non-seulement par sa taille, mais encore par sa forme moins globuleuse et surtout par le nombre et le rapprochement de ses tours de spire.

Gisement et localités. — En Angleterre dans le calcaire dévonien de Newton-Bushel et en Australie, dans le calcaire noir de Yass.

Genre **MURCHISONIA**, *d'Archiac* et *de Verneuil.*

—

1. MURCHISONIA VERNEUILIANA, *L.-G. de Koninck.*

Murchisonia angulata.	D'Archiac et de Verneuil, 1842, *Trans. of the geol. Soc. of London*, 2nd ser., t. V, p. 356, pl. 32, fig. 6 and 7 (non *R. angulata*, Phillips).
— Verneuiliana.	L.-G. de Koninck, 1843, Ap. d'Omalius d'Halloy, *Précis élém. de géologie*, p. 516.
— —	Idem, 1843, *Descr. des anim. foss. des terr. carb.*, p. 411. pl. 38, fig. 5.
— angulata.	Goldfuss, 1844, *Petref. Germ.*, t. III, p. 26, pl. 172, fig. 5,
Pleurotomaria —	G. Sandberger, 1850, *Die Verstein. des Rheinis. Schichten-Syst. in Nassau*, p. 204, pl. 24, fig. 19.

Coquille allongée, turriculée, dont l'angle spiral est d'environ 38°; elle est composée de huit à dix tours de spire, séparés par une suture profonde et divisés en deux parties à peu près égales par deux carènes bien marquées servant de limite à la bande creuse du sinus; les côtés adjacents à cette carène, dont chacune est aussi saillante l'une que l'autre, sont à peine bombés et leur surface est ornée de légères stries d'accroissement obliques et plus ou moins régulières. La partie antérieure du dernier tour de spire est concave. La columelle est simple et un peu sinueuse. La bouche est allongée et subrhomboïdale.

Dimensions. — Cette espèce peut atteindre une longueur de trois à quatre centimètres. Le diamètre transverse de son dernier tour de spire correspond à environ les $^{6}/_{10}$ de cette dimension.

Rapports et différences. — Cette espèce a été confondue par d'Archiac et de Verneuil avec celle que Phillips a décrite sous le nom de *Rostellaria angulata*, bien qu'elle s'en distinguât facilement par son angle spiral et par sa double carène, ainsi que j'ai déjà eu occasion de le faire remarquer dès 1843. L'espèce dévonienne que le savant professeur d'Oxford a considérée comme identique à l'espèce carbonifère que je viens de citer et qu'il a décrite et figurée sous le nom de *Murchisonia angulata* (1),

(1) *Palæoz foss. of Cornwall*, etc., p. 101, pl. 30, fig. 189.

est également différente de celle dont il est ici question. En effet, au lieu de deux carènes dont le dernier tour de spire de celle-ci est ornée, celui de la *M. angulata* de Phillips, en porte trois bien prononcés, ainsi que la description et la figure en font foi.

Gisements et localités. — Un seul échantillon de cette espèce a été découvert dans le calcaire noir des environs de Yass, associé à la *Discina Alleghania*, J. Hall. En Allemagne elle est assez abondante dans le calcaire dévonien moyen des environs de Paffrath. En Belgique, je l'ai rencontrée dans le calcaire de même formation à Visé et à Nimy, où elle est rare.

2. MURCHISONIA TURRIS, *L.-G. de Koninck.*

(Pl. IV, fig. 5.)

Coquille allongée, ayant l'apparence d'un cône creusé en forme de vis, composée de 12-15 tours de spire anguleux et dont l'angle spiral ne mesure que 13°. La spire est divisée en deux parties inégales par la bande du sinus, qui, bien qu'assez étroite, est limitée par deux carènes dont la postérieure plus forte, a un bord plus saillant que l'antérieure et correspond à la partie la plus large de la spire; cette partie est aussi un peu plus convexe, mais la surface de chacune des deux est ornée de légères stries d'accroissement un peu obliques. L'ouverture de la bouche est subsemi-circulaire. La columelle est dépourvue d'ombilic.

Dimensions. — Longueur environ 9 centimètres; diamètre de la base 27 millimètres.

Rapports et différences. — Cette espèce à quelques rapports avec la précédente, dont elle se distingue facilement par sa taille, par son angle spiral et surtout par la forme et la disposition de sa double carène.

Observation. — Ce n'est que par l'étude de divers fragments appartenant à la même espèce que je suis parvenu à en saisir les divers caractères. Le hasard a fait que ces divers fragments, se complétant assez bien l'un l'autre, ont permis de m'en servir

avec autant de sécurité que si j'avais eu sous les yeux un exemplaire complet.

Gisement et localités. — Tous les échantillons proviennent des environs de Yass.

3. MURCHISONIA GRANIFERA, *L.-G. de Koninck.*

(Pl. IV. fig. 6.)

Très-petite coquille allongée, régulièrement conique, composée de huit tours de spire légèrement voûtés et dont l'accroissement successif est très-régulier. La suture est indiquée par une saillie bien marquée. L'angle spiral est de 16°. La surface est ornée de cinq rangées de petites granulations parallèles entre elles, de même qu'à la suture. Les deux rangées les plus rapprochées de la suture antérieure sont un peu plus distinctes l'une de l'autre que ne le sont celles qui les suivent; c'est entre ces deux rangées que se trouve située la bande du sinus, représentée par un petit sillon. La base est faiblement déprimée. L'ouverture est ovale et la columelle est droite et un peu calleuse.

Dimensions. — Longueur 6 millimètres; diamètre tranverse de la base 2 millimètres.

Rapports et différences. — Je ne connais aucune espèce du même genre qui puisse lui être comparée et avec laquelle elle puisse être confondue.

Gisements et localité. — Cette jolie petite espèce a été recueillie dans un fragment de calcaire argileux grisâtre des environs de Yass.

Genre **PLEUROTOMARIA**, *Defrance.*

—

PLEUROTOMARIA SUBCONICA, *L.-G. de Koninck.*

(Pl. IV, fig. 7.)

Petite coquille de forme conique, dont l'angle spiral est de 45°. Elle est composée de 6-7 tours de spire anguleux à leur bord antérieur et dont la suture linéaire est assez profonde. Tous

les tours de spire sont garnis antérieurement de deux petites carènes parallèles, assez rapprochées l'une de l'autre et servant de limite à la bande du sinus; la distance qui sépare la carène antérieure de cette bande de la suture du tour de spire qui la suit, est égale à celle qui existe entre elle et la carène postérieure. La base de la coquille est légèrement convexe, tandis que la partie visible des premiers tours de spire est aplatie. La surface est ornée de petites stries d'accroissement assez confuses et qui n'ont rien de bien régulier. L'ouverture est subrhomboïdale. L'ombilic me paraît être libre et très-petit.

Dimensions. — Longueur 6 millimètres; diamètre de la base $3^1/_2$.

Rapports et différences. — Cette espèce a la plus grande analogie avec la *P. conica,* Phillips, dont elle ne diffère que par une plus faible ouverture de son angle spiral, par sa petite taille et par la forme et le peu d'intensité de ses stries d'accroissement.

Gisements et localité. — Un seul échantillon a été observé dans un bloc de calcaire des environs de Yass.

Genre **EUOMPHALUS**, *Sowerby.*

—

1. EUOMPHALUS NODULOSUS, *L.-G. de Koninck.*

(Pl. I, fig. 12.)

Petite coquille sublenticulaire, fortement déprimée, composée de 6-7 tours de spire, prenant rapidement un assez grand développement transverse; ces tours sont embrassants et ne sont séparés les uns des autres que par un faible sillon. Leur surface est ornée d'une série de petits tubercules transverses quelquefois un peu sinueux, qui sont au nombre de vingt environ pour le dernier tour; celui-ci étant fortement engagé dans une roche calcaire très-dure et très-cassante, il m'a été impossible de m'assurer de la forme de la bouche, et de l'existence de l'ombilic. L'angle spiral est d'environ 150°.

Dimensions. — Diamètre transverse de la base 15 millimètres.

Rapports et différences. — L'*Euomphalus tuberculatus*, de Koninck, est, à ma connaissance, l'espèce qui se rapproche le plus de celle-ci; elle diffère par sa taille, la coupe bien plus arrondie de sa spire, la forme et la saillie de ses tubercules.

Gisement et localité. — Un seul échantillon a été recueilli dans un calcaire noir et compacte, à Yarradong.

2. EUOMPHALUS BIGSBYI, *L.-G. de Koninck.*

(Pl. IV, fig. 8.)

Coquille d'assez grande taille à spire conique déprimée à sa base, composée de 6-7 tours de spire, très-faiblement bombés, à suture peu marquée et carénés en dehors. Leur surface est ornée de nombreuses stries obliques d'accroissement, laissant présumer l'existence d'une sinuosité assez bien marquée au bord extérieur de l'ouverture; celle-ci a dû être assez grande et subrhomboïdale. L'ombilic est large et permet d'apercevoir les divers tours dont la spire est composée. L'angle spiral est de 110° environ.

Dimensions. — Hauteur environ 3 centimètres : diamètre de la base environ 6 centimètres (1).

Rapports et différences. — Cette belle espèce que je me fais un vrai plaisir de dédier à mon vénérable et savant confrère, M. le docteur Bigsby, a quelque ressemblance avec le *Trochus oxystomus*, Rœmer, et le *Platyschisma applanatum*, G. Sandberger. Elle se distingue de l'une et de l'autre par une moindre dépression de sa base par suite de la convexité plus grande de la partie antérieure de son dernier tour de spire; elle diffère encore du dernier par la largeur de son ombilic.

Gisement et localité. — Je ne connais que deux échantillons de cette espèce. Ils proviennent l'un et l'autre du calcaire noir argileux des environs de Yass.

(1) L'échantillon que j'ai eu à ma disposition était trop défectueux pour me permettre de donner des mesures exactes.

Genre **LOXONEMA**, *J. Phillips.*

—

1. LOXONEMA ANGLICUM, *A. d'Orbigny.*

(Pl. IV, fig. 9.)

Loxonema rugifera. J. Phillips, 1841, *Palæoz. foss. of Cornwall*, etc., p. 101, pl. 38, fig. 188 (non idem, *G. of Yorks.*, t. II, pl. 14, fig. 24.)
— anglica. A. d'Orbigny, 1850, *Prodr. de paléont.*, t. I, p. 62.

Coquille conique, très-allongée, composée d'environ vingt tours de spire, dont l'accroissement se fait régulièrement et graduellement. Angle spiral 12°. Chaque tour de spire est orné de 13 ou 14 côtes ou tubercules allongés, un peu arqués ayant leur origine à la suture antérieure, mais n'atteignant que rarement la suture opposée, le long de laquelle il subsiste ainsi une bande lisse et déprimée, surtout sur les derniers tours. La suture est linéaire. La surface est lisse. L'ouverture de la bouche est ovale. La columelle légèrement calleuse est spiraloïde.

Dimensions. — Longueur environ 8 centimètres; diamètre de la base 15 millimètres.

Rapports et différences. — Cette espèce a la plus grande ressemblance avec le *Loxonema rugiferum*, de Phillips, et il n'est pas étonnant que le savant professeur d'Oxford ait confondu cette espèce carbonifère avec l'espèce dévonienne dont il est ici question. En effet, l'une ne diffère essentiellement de l'autre que par sa forme relativement plus allongée et par la faiblesse de son angle spiral qui n'est que de 12° pour l'espèce dévonienne, tandis qu'il est de 18-20° pour l'espèce carbonifère.

Gisement et localités. Phillips a observé cette espèce dans les assises dévoniennes de Brushford et M. d'Eichwald dans celles de Bouregi et du lac Ilmen en Russie. Plusieurs échantillons en ont été recueillis par M. Clarke, dans le calcaire noir des environs de Yass.

2. LOXONEMA ANTIQUUM, *Münster.*

(Pl. IV, fig. 10.)

TURRITELLA ANTIQUA.	Münster, 1840, *Beitr. z. Petrefactenkunde*, t. III, p. 88, pl. 15, fig. 17.
LOXONEMA SUBULATA.	F.-A. Roemer, 1843, *Die Versteinerungen des Harzgebirges*, p. 31, pl. 8, fig. 12.
TURRITELLA MONILIFORMIS.	Goldfuss, 1844, *Petref. Germ.*, t. III, p. 103, pl. 106, fig. 1.
HOLOPELLA SUBULATA.	G. Sandberger, 1850, *Die Versteiner. des Rhein. Schichten-Syst. in Nassau*, p. 229, pl. 26, fig. 10.

Coquille ayant la forme d'un cône très-allongé, composé d'environ vingt tours de spire, dont l'accroissement est régulièrement progressif; ils sont légèrement voûtés et garnis vers leur suture antérieure d'un petit rebord presque linéaire et peu sensible à l'œil nu. Leur surface est garnie de très-fines stries obliques d'accroissement. L'ouverture est ovale et un peu plus longue que large. L'angle spiral ne mesure que 5°.

Dimensions. — Longueur environ 30 millimètres; diamètre de la base 4 millimètres.

Gisement et localités. — Le comte de Münster a été le premier a signaler cette espèce dans le calcaire dévonien d'Elbersreuth. Plus tard elle a été rencontrée par F. A. Rœmer dans les assises dévoniennes de Terbach, dans le Harz et par G. Sandberger dans le Nassau. M. Clarke en a trouvé deux échantillons dans le calcaire noir des environs de Yass.

3. LOXONEMA HENNAHII, *Sowerby.*

TEREBRA HENNAHII.	Sowerby, 1840, *Trans. of the geol. Soc. of London*, 2nd ser. t. V, pl. 57, fig. 22.
LOXONEMA HENNAHIANA.	J. Phillips, 1841, *Pal. foss. of Cornw.*, etc., p. 99, pl. 38, fig. 184.

Petite coquille allongée, fusiforme, composée de 6-7 tours de spire, peu convexes, à suture linéaire. Angle spiral environ 30°; surface ornée d'un grand nombre de fines côtes longitudinales, un peu sinueuses, produites par l'accroissement successif de la coquille; l'ouverture ovale est plus large que longue.

Dimensions. — Longueur environ 10 millimètres; diamètre de la base 4 millimètres.

Gisement et localités. — Signalée en premier lieu par Sowerby dans les assises dévoniennes des environs de Plymouth; associée à l'espèce précédente dans le calcaire noir des environs de Yass.

4. LOXONEMA DEPERDITUM, *Goldfuss.*

MELANIA DEPERDITA. Goldfuss, 1844, *Petref. Germ.*, t. III, p. 119, pl. 197, fig. 12.
LOXONEMA — A. d'Orbigny, 1850, *Prodr. de paléont.*, t. I, p. 63.

Coquille d'assez grande taille, allongée, conique, composée d'un grand nombre de tours de spire peu embrassants, et faiblement convexes, à suture oblique et à surface parfaitement lisse. Ouverture ovale allongée. Angle spiral environ 20° degrés.

Observation. — Le fragment de cette espèce qui m'a été communiqué est si imparfait, qu'il m'a été impossible de constater d'autres caractères que ceux que je viens d'indiquer, mais en revanche il se rapporte avec une telle exactitude à la figure publiée par Goldfuss et citée plus haut, que je n'hésite pas à l'identifier avec l'espèce que celle-ci représente. Le seul doute qui me reste, est relatif au genre dans lequel elle doit être rangée. L'absence d'ornements à sa surface me fait supposer qu'il ne serait pas impossible qu'elle dût être classée parmi les *Macrocheilus.*

Gisement et localités. — Goldfuss a découvert cette espèce dans le calcaire dévonien de l'Eifel. L'échantillon recueilli par M. Clarke, se trouve dans un calcaire gris jaunâtre, assez friable des environs de Yass.

GENRE **NISO?** *Risso.*

—

NISO DARWINII, *L.-G. de Koninck.*

(Pl. IV, fig. 11.)

Coquille de taille moyenne, de forme conique allongée assez régulière, composée de 16-20 tours de spire peu convexes, à surface lisse, à suture linéaire; ces tours peu épais et nullement embrassants se soudent directement les uns aux autres par leur base au fur et à mesure de l'accroissement successif du têt. Cette base est presque plane antérieurement et anguleuse vers le bord extérieur. Un ombilic assez large relativement au diamètre transverse de la coquille, occupe toute la longueur de l'axe. L'ouverture est de forme subrhomboïdale, et muni d'un petit canal antérieur, faisant légèrement saillie; son bord externe est tranchant, non sinué. Angle spiral 30°.

Dimensions. — Longueur 40 millimètres; diamètre transverse de la base 20 millimètres; hauteur du dernier tour de spire 8 millimètres.

Rapports et différences. — J'ai hésité pendant longtemps avant de me décider sur le genre dans lequel cette espèce devait être introduite; mais après bien des recherches, je n'en ai pas trouvé dont les caractères généraux coïncidassent mieux avec ceux qui m'étaient offerts par les divers échantillons soumis à mon examen, que le genre *Niso*. Un des principaux motifs de mon hésitation consistait en ce que jusqu'ici aucun représentant de ce genre n'a encore été signalé dans des assises inférieures à celles du terrain tertiaire. Après de longues et inutiles recherches pour trouver une espèce paléozoïque qui eût quelque analogie avec celle-ci, je me suis trouvé dans l'obligation de me rendre à l'évidence et d'inscrire parmi les *Niso* une espèce dévonienne que j'ai dédiée à mon savant confrère M. Darwin, qui a été un des premiers à explorer les côtes d'Australie.

Gisement et localité. — Les trois échantillons que j'ai eus à ma

disposition et dont l'un présente une coupe longitudinale presque complète, qui m'a été fort utile pour reconnaître les caractères génériques, ont été recueillis par M. Clarke aux environs de Yass, dans un calcaire argileux noir et compacte.

Genre **MITCHELLIA**, *L.-G. de Koninck.*

—

Coquille allongée cylindrico-conique, composée d'un assez grand nombre de tours de spire; ouverture longue et fortement rétrécie, à bord externe non sinué, doublement arqué sur sa hauteur, épaissi et étalé au dehors; surface striée en travers de l'axe de la coquille.

Observation. — Après avoir vainement cherché à introduire dans un groupe déjà connu l'unique spécimen qui possède les caractères que je viens d'indiquer, je me suis trouvé dans la nécessité de proposer un nouveau genre à la création duquel il a servi de type. J'ai dédié ce genre à l'intrépide voyageur, M. le colonel Mitchell, qui a été le premier à faire connaître un certain nombre de fossiles paléozoïques de l'Australie. Mais avec l'établissement de ce genre toutes les difficultés de classification n'ont pas disparu et il reste à rechercher ses affinités avec les groupes déjà connus. En examinant les principales familles de Gastéropodes dont l'ouverture est allongée et étroite, dont le bord externe de cette ouverture n'est pas fendu, mais souvent replié en dehors et calleux et dont, en outre, la surface est généralement ornée de stries ou de sillons parallèles aux sutures, on conclura aisément que c'est la famille des *Buccinidæ* qui comprend le plus grand nombre de coquilles offrant ces divers caractères. C'est donc dans cette famille et dans le voisinage du genre *Columbella* que je propose de classer le genre *Mitchellia*. Dans la description de la seule espèce actuellement connue, je serai obligé de répéter une grande partie des caractères que je viens d'indiquer.

MITCHELLIA STRIATULA, *L:-G. de Koninck.*

(Pl. IV, fig. 12.)

Coquille de taille médiocre, composée de plusieurs tours de spire, peu convexes, à suture linéaire et dont la surface est ornée d'un très-grand nombre de fines stries, bien marquées quoique peu profondes et parallèles entre elles et à la direction du bord sutural. Le dernier tour se termine par une ouverture assez étroite dont le canal et la lèvre antérieurs se prolongent au delà de la base de la coquille. Le bord extérieur de cette ouverture est courbe et se replie en dedans en rapprochant sa partie médiane du bord intérieur qui n'est que faiblement arqué en sens inverse, ce qui fait que les deux lèvres se trouvent placées à une petite distance à peu près parallèlement l'une par rapport à l'autre. La lèvre extérieure est assez fortement repliée en dehors, mais elle est lisse et dépourvue de dents; la lèvre intérieure est mince et dépourvue de saillie.

Gisement et localité. — Le seul fragment de cette espèce qui ait été trouvé jusqu'ici provient des environs de Yass, où il a été recueilli dans un calcaire noir argileux par le Rév. M. Clarke.

GENRE **NATICA**, *Lamarck.*

—

NATICA CIRRIFORMIS, *Sowerby.*

TURBO CIRRIFORMIS Sowerby, 1840, *Trans. of the geol. Soc. of London*, 2nd ser., t. V, pl. 57, fig. 20.

Je ne crois pas me tromper en transférant dans le genre *Natica* cette petite coquille que Sowerby a placée parmi les *Turbo*, dont elle ne me paraît point posséder les caractères. En effet elle est subglobuleuse, composée de cinq à six tours de spire dont le dernier prend un grand développement, tandis que les premiers

ne sont visibles que par une faible partie de leur surface. La spire est conique et son angle spiral est d'environ 100°. Les tours de spire sont assez convexes et nettement séparés les uns des autres par une suture linéaire bien prononcée. L'ouverture est subsemi-circulaire. La surface est entièrement lisse.

Dimensions. — Longueur 10 millimètres; diamètre environ 8 millimètres.

Rapports et différences. — Il n'est pas toujours très-aisé de distinguer entre elles les petites espèces paléozoïques de ce genre. Celle-ci diffère néanmoins des *Natica Ponti, antiqua* et *effossa*, Goldfuss, par l'absence complète des stries dont la surface de ces espèces est ornée et en outre par l'angle et l'élévation de sa spire.

Gisement et localités. — En Angleterre elle existe dans les assises dévoniennes de Plymouth et en Australie dans celles des environs de Yass.

Classe : CEPHALOPODA.

Ordre : TETRABRANCHIATA.

Genre **GONIATITES**, *de Haan.*

—

GONIATITES WOODSII, *L.-G. de Koninck.*
(Pl. IV, fig. 13.)

Coquille assez petite, légèrement comprimée sur les côtés, arrondie sur le dos et à contour ellipsoïdal vue de face. Surface complétement lisse. Spire entièrement embrassante et ne laissant aucune trace d'ombilic; une petite élévation produite par la saillie de la dernière selle latérale la remplace. Bouche comprimée, plus large que haute, en forme de croissant assez étroit. Les cloisons dont je n'ai pu constater l'existence que par une faible partie des selles latérales, me sont inconnues.

Dimensions. — Diamètre 13 millimètres; épaisseur 10 millimètres; hauteur de la bouche 6 millimètres.

Rapports et différences. — La *Goniatites sulcatus*, Münster, est de toutes les espèces dévoniennes qui me sont connues, celle qui se rapproche le plus de celle-ci. Elle en diffère par sa forme plus comprimée et par la dépression sensible qui existe dans la région de son ombilic.

Gisement et localité. — Cette espèce provient d'une roche argileuse et probablement schistoïde, de couleur brunâtre des environs de Yaralumla. Je l'ai dédiée au Révérend William Woods, auteur d'un travail sur l'Australie.

Genre CYRTOCERAS, *Goldfuss.*

CYRTOCERAS TEXTILE, *L. G. de Koninck.*

(Pl. IV, fig. 13.)

Coquille de taille médiocre, en forme de cornet faiblement recourbé sur lui-même, à section circulaire. Surface ornée de dix-huit côtes longitudinales, équidistantes, anguleuses, quoique peu saillantes, qu'un grand nombre de stries transverses d'accroissement transforment en les coupant à angle droit, en des séries de petites dentifications bien marquées. Cloisons assez rapprochées les unes des autres et peu convexes. Siphon en forme de chapelet, situé du côté dorsal de la coquille, à environ du quart du diamètre total des cloisons.

Rapports et différences. — Par la forme de ses ornements elle ressemble beaucoup aux *C. quindecimale*, Phillips, et *acuticostatum*, G. Sandberger. Elle se distingue de la première par la forme circulaire de ses cloisons, de la seconde par le nombre restreint de ses côtes longitudinales et des deux à la fois, par la disposition en chapelet de son siphon.

Gisement et localité. — Il est regrettable qu'il n'ait été rencontré qu'un échantillon assez incomplet de cette belle espèce, dans le calcaire noir des environs de Yass.

Genre **ORTHOCERAS**, *Bruguière.*

—

ORTHOCERAS SUBDIMIDIATUM, *L.-G. de Koninck.*

(Pl. IV, fig. 14.)

Coquille en forme de cône allongé; l'angle produit au sommet par la section médiane et verticale de ce cône est de 10°. Cloisons subhémisphériques à bords droits; la distance qui les sépare est en moyenne de 3 millimètres sur une coquille qui a de 15 à 20 millimètres de diamètre; la dernière loge ne paraît pas avoir été bien grande. Siphon grêle, central, non continu faisant une légère saillie dans chaque loge. Têt très-mince.

Dimensions. — Longueur environ 13 centimètres; diamètre de la base 22 millimètres.

Rapports et différences. — Cette espèce se distingue de l'*O. dimidiatum*, Münster, par sa petite taille et le moindre espacement de ses cloisons, ainsi que par l'angle de son sommet, qui n'est que de 6° dans l'espèce décrite par le comte de Münster.

Gisement et localité. — Calcaire argileux noir des environs de Yass.

Observation. — Outre l'espèce d'*Orthoceras* que je viens de décrire, j'ai rencontré parmi les fossiles qui m'ont été confiés, quelques fragments d'autres espèces du même genre, mais dont l'état de conservation était trop défectueux pour me permettre de les déterminer avec exactitude. L'une de ces espèces m'a paru être voisine de l'*O. lineare*, Münster, et se trouve dans un conglomérat argiloso-ferrugineux, composé d'un grand nombre de moules intérieurs et extérieurs de divers fossiles; les exemplaires des autres sont roulés et déformés; j'ajouterai que bien qu'ils aient été recueillis aux environs de Yass, je n'oserais pas affirmer qu'ils proviennent du terrain dévonien.

RÉSUMÉ GÉOLOGIQUE.

—

L'étude des fossiles dont la description précède m'a offert de très-grandes difficultés; aussi ne suis-je parvenu à les vaincre que par de patientes recherches et de comparaisons nombreuses avec des échantillons européens ou américains, sur la détermination desquels il n'existait pas le moindre doute. Je ne voudrais néanmoins pas assurer que malgré tous mes efforts pour arriver à un résultat irréprochable, il ne se soit pas glissé quelques erreurs dans la liste des espèces que je considère comme dévoniennes. Quoiqu'il en soit, je crois pouvoir affirmer en toute sécurité que le nombre en sera si petit, qu'il ne pourra exercer aucune influence sur les conclusions qui vont suivre, et ne pourra en rien les modifier.

Des quatre-vingt-une espèces observées en y comprenant un spongiaire nouveau, mais non décrit à cause de l'impossibilité d'en définir le genre, ainsi qu'une tige de *Rhodocrinus*, il n'y en a que cinq qui puissent être considérées avec certitude, comme provenant des assises dévoniennes supérieures.

Ce sont :

Strophalosia productoïdes, Murchison,
Chonetes coronata, Conrad,
Rhynchonella pleurodon, Phillips,
Spirifer disjunctus, Sowerby,
Aviculopecten Clarkei, L.-G. de Koninck.

Toutes les autres, ou du moins le plus grand nombre et principalement celles qui se trouvent dans le calcaire noir des environs de Yass, appartiennent à un horizon géologique un peu inférieur à celui qui a fourni les espèces que je viens de signaler, mais cependant plus récent que celui qui est si bien caractérisé par la présence de la *Calceola sandalina*, Lamarck, dont je n'ai pas rencontré de traces, pas plus que des *Trilobites* qui l'accompagnent ordinairement. Parmi ces quatre-vingt-une espèces, trente sont nouvelles pour la science et ne sont connues qu'en Australie, mais il est à remarquer qu'à l'exception de quatre d'entre elles, toutes ont leurs analogues en Europe et en Amérique. Ces quatre espèces sont :

Archaeocyathus? Clarkei.
Billingsia alveolaris . .
Niso? Darwinii . . .
Mitchellia striatula . .
} L.-G. de Koninck.

Deux d'entre elles ont, comme l'on voit, nécessité la création de genres nouveaux et il n'est pas impossible que dans la suite, lorsque l'on aura pu se procurer de meilleurs exemplaires que ceux qui m'ont été confiés, on se décide à proposer de nouvelles coupes génériques pour recevoir les deux autres.

La première (*Archaeocyathus Clarkei*) semble tenir en Australie la place qu'occupe dans certaines assises dévoniennes en Europe et tout particulièrement en Belgique, le *Receptaculites Neptuni*, Defrance, qui, comme elle, appartient à l'ordre des Spongiaires. C'est pour la première fois que la présence du *Niso* est signalée dans les terrains paléozoïques, et il faut remonter jusqu'au terrain tertiaire pour en retrouver de nouveau les traces; cependant mon savant et excellent ami M. Nyst, sans contredit un des meilleurs conchyliologistes de l'époque, que j'ai consulté à cet égard, croit pouvoir déclarer avec moi qu'il n'existe pas une différence suffisante entre les caractères généraux de l'espèce dévonienne et ceux de l'espèce tertiaire pour ne pas considérer l'une et l'autre comme génériquement identiques.

L'existence de ce genre, jointe à celle du genre *Mitchellia*, que j'aurais volontiers rapproché de la famille des Auriculidées, s'il ne s'était pas trouvé au milieu de coquilles marines, est la seule anomalie marquante à signaler relativement à la composition de la faune dévonienne d'Australie, comparée à celle de l'Europe. Elle n'est certes pas suffisante pour empêcher de considérer l'une et l'autre comme contemporaines et produites dans des circonstances sinon tout à fait identiques, au moins très-analogues.

TABLE DES MATIÈRES.

Pages

INTRODUCTION 3

PREMIÈRE PARTIE. — ESPÈCES SILURIENNES. 9

Stromatopora striatella. 10
Strombodes diffluens. . . . . . *ib.*
Ptychophyllum patellatum 11
Cystiphyllum siluriense. 12
Omphyma Murchisoni? . . . . . *ib.*
Cyathophyllum articulatum 13
Aulopora fasciculata 14
Syringopora serpens? 15
Halysites escharoïdes 16
Monticulipora? Bowerbanki . . . . . *ib.*
Monticulipora pulchella 17
Alveolites repens. . . . . . *ib.*
Alveolites rapa 18
Striatopora australica 19
Favosites cristata. 20
Favosites Forbesi. . . . . . *ib.*
Favosites aspera 21
Favosites multipora? . . . . . *ib.*
Favosites fibrosa 22
Favosites gothlandica . . . . . *ib.*
Propora tabulata. 23
Plasmopora petaliformis 24

Pages.

Heliolites megastoma . . . . . *ib.*
Heliolites Murchisoni 25
Chonetes striatella 26
Leptaena quinquecostata . . . . . *ib.*
Leptaena compressa. 27
Strophomenes pecten 28
Strophomenes rhomboïdalis . . . . . *ib.*
Strophomenes filosa? 29
Pentamerus Knightii 30
Pentamerus oblongus 31
Orthis canaliculata 32
Atrypa reticularis 33
Atrypa? hemisphaerica . . . . . *ib.*
Retzia Salteri 34
Spirifer crispus 35
Meristella tumida? 36
Pterinea ampliata 37
Pterinea pumila 38
Euomphalus solarioïdes 39
Euomphalus? pleurophorus 40
Euomphalus (*Omphalotrochus*) *Clarkei*. 41
Bellerophon Jukesii 42
Conularia Sowerbyi? 43
Orthoceras ibex 44
Entomis pelagica. 45
Illaenus Wahlenbergi? 46
Staurocephalus Clarkei 47
Cheirurus insignis 48
Encrinurus punctatus 49
Encrinurus Barrandei 51
Cromus bohemicus? 53
Cromus Murchisoni 54
Calymene Blumenbachii 55
Proetus Stokesii 56
Bronteus Partschi 57
Bronteus goniopeltis. 58
Harpes ungula. 59

APPENDICE AUX ESPÉCES SILURIENNES 61

RÉSUMÉ GÉOLOGIQUE 63

Pages.

DEUXIÈME PARTIE. — ESPÈCES DÉVONIENNES 67

Archæocyathus? Clarkei 68
Phillipsastrea Verneuilii 69
Campophyllum flexuosum. 70
Cyathophyllum vermiculare . . . . . *ib.*
Cyathophyllum obtortum 71
Cyathophyllum damnoniense 72
Cyathophyllum helianthoïdes . . . . . *ib.*
Amplexus Selwyni 73
Coenites expansus 74
Billingsia alveolaris. 75
Syringopora auloporoïdes. 76
Alveolites obscurus 77
Alveolites subaequalis . . . . . *ib.*
Favosites Goldfussi 78
Fovosites basaltica . . . . . *ib.*
Favosites alveolaris 79
Favosites polymorpha . . . . . *ib.*
Favosites reticulata 80
Favosites fibrosa 81
Heliolites porosa . . . . . *ib.*
Discina alleghania 82
Strophalosia productoïdes. 83
Chonetes hardrensis. 84
Chonetes coronata 87
Orthis interlineata 89
Orthis striatula 90
Leptaena interstrialis 91
Leptaena nobilis 92
Leptaena subaequicostata. 93
Pentamerus pumilus. 94
Rhynchonella pleurodon 95
Rhynchonella pugnus? 97
Atrypa reticularis . . . . . *ib.*
Atrypa desquamata 98
Atrypa plicatella. 99
Spirifer disjunctus 100
Spirifer multiplicatus 102
Spirifer cabedanus 103

Pages.

Spirifer yassensis. 104
Spirifer latisinuatus 105
Spirifer nudus 106
Paracyclas elliptica. 109
Conocardium Sowerbyi. . . . . . *ib.*
Tellinomia Clarkei 111
Aviculopecten Etheridgei 112
Aviculopecten Clarkei 113
Aviculopecten M'Leayi 114
Pterinea laminosa 115
Dentalium antiquum. 116
Dentalium tenuissimum 117
Bellerophon convolutus. . . . . . *ib.*
Murchisonia Verneuiliana 118
Murchisonia turris 119
Murchisonia granifera 120
Pleurotomaria subconica 121
Euomphalus nodulosus 122
Euomphalus Bigsbyi. . . . . . *ib.*
Loxonema anglicum. 123
Loxonema antiquum. 124
Loxonema Hennahii. 125
Loxonema deperditum . . . . . *ib.*
Niso Darwinii 126
Mitchellia striatula 128
Natica cirriformis 129
Goniatites Woodsii 130
Cyrtoceras textile. 131
Orthoceras subdimidiatum . . . . . *ib.*

RÉSUMÉ GÉOLOGIQUE 133

EXPLICATION DES PLANCHES.

EXPLICATION DE LA PLANCHE I.

Pages.

Fig. 1. AULOPORA FASCICULATA, *L.-G. de Koninck* 14
Individu de grandeur naturelle.

— 2. ALVEOLITES RAPA, *L.-G. de Koninck* 18
Échantillon de grandeur naturelle, vu de face.

— 3. STRIATOPORA AUSTRALICA, *L.-G. de Koninck*. 19
Échantillon de grandeur naturelle.
a. Le même grossi.

— 4. PTERINEA PUMILA, *L.-G. de Koninck*. 38
Valve gauche, de grandeur naturelle, vue en dessus.

— 5. EUOMPHALUS SOLARIOÏDES, *L.-G. de Koninck*. 39
Échantillon de grandeur naturelle, vu du côté de la spire.
a. Le même vu de profil.

— 6. EUOMPHALUS PLEUROPHORUS, *L.-G. de Koninck* 40
Échantillon de grandeur naturelle, vu du côté de la spire.
a. Le même vu de profil.

— 7. EUOMPHALUS CLARKEI, *L.-G. de Koninck* 41
Échantillon de grandeur naturelle, vu de profil.
a. Le même vu du côté de la spire.
b. Le même vu du côté de la base.

— 8. ENCRINURUS BARRANDEI, *L.-G. de Koninck* 51
Tête de grandeur naturelle.

— 9. CROMUS MURCHISONI, *L.-G. de Koninck*. 54
Tête de grandeur naturelle, un peu restaurée.
a. Tête d'un autre individu un peu plus grand, de grandeur naturelle.
b. Pygidium, de grandeur naturelle, vu en dessus.

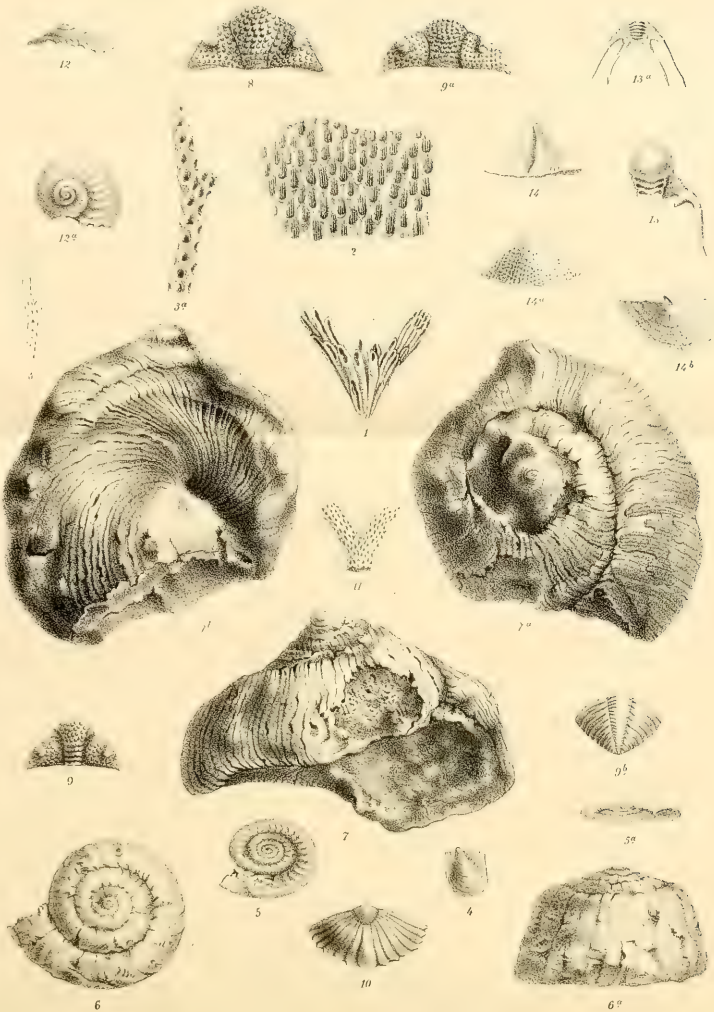
— 10. BRONTEUS GONIOPELTIS, *L.-G. de Koninck* 58
Pygidium de grandeur naturelle, vu en dessus.

— 11. ALVEOLITES OBSCURUS. *L.-G. de Koninck* 77
Échantillon de grandeur naturelle.

— 12. EUOMPHALUS NODULOSUS, *L.-G. de Koninck* 122
Échantillon de grandeur naturelle, vu de profil.
a. Le même vu du côté de la spire.

— 13. STAUROCEPHALUS CLARKEI, *L.-G. de Koninck* 47
Fragment de la tête dépouillée de son têt, de grandeur naturelle.
a. Pygidium de grandeur naturelle, dessiné d'après une contre empreinte en gutta-percha.

— 14. RHYZOPHYLLUM? INTERPUNCTATUM, *L.-G. de Koninck*. 61
Moule intérieur, vu du côté plane.
a. Le même vu du côté opposé.
b. Le même vu par la base.



Lith. par G. Severeyns Bruxelles

EXPLICATION DE LA PLANCHE II.

Pages.

Fig. 1. Archæocyathus? Clarkei, *L.-G. de Koninck* 68

Échantillon de grandeur naturelle.

a. Le même vu du côté opposé, afin de démontrer les plissements du tissu spongiaire et les cavités auxquelles ils donnent lieu. La partie lisse représente le calcaire dans lequel le spongiaire est en grande partie renfermé.

b. Échantillon qui par l'enlèvement de la muraille extérieure laisse voir la disposition intérieure du tissu; de grandeur naturelle.

— 2. Amplexus Selwyni, *L.-G. de Koninck* 73

Échantillon de grandeur naturelle, vu de profil.

a. Le même vu du côté du calice.

b. Échantillon plus petit de grandeur naturelle, montrant la disposition des planchers.

— 3. Cœnites expansus, *L.-G. de Koninck.* 74

Échantillon de grandeur naturelle, en grande partie renfermé dans un fragment de calcaire.

— 4. Billingsia alveolaris, *L.-G. de Koninck.* 75

Échantillon branchu de grandeur naturelle, dont la section longitudinale montre la structure intérieure des polypiérites et la disposition des canaux latéraux par lesquels ils communiquent entre eux.

a. Autre échantillon de grandeur naturelle, montrant la disposition concentrique qu'affectent quelquefois les polypiérites.

b. Troisième échantillon de grandeur naturelle, à plissements nombreux et rapprochés.

Lith par J. Swerts ... Bruxelles

EXPLICATION DE LA PLANCHE III.

Pages

Fig. 1. Syringopora auloporoïdes, *L.-G. de Koninck*. 76
Échantillon de grandeur naturelle.

— 2. Leptæna subæquicostata, *L.-G. de Koninck* 93
Valve ventrale de grandeur naturelle.

— 3. Pentamerus pumilus, *L.-G. de Koninck* 94
Échantillon grossi au double de sa grandeur naturelle, vu du côté de la valve dorsale.
a. Le même vu du côté du front.

— 4. Atrypa plicatella, *L.-G. de Koninck* 98
Échantillon de grandeur naturelle, vu du côté de la valve ventrale.
a. Le même vu du côté frontal.

— 5. Spirifer multiplicatus, *L.-G. de Koninck* 102
Valve dorsale de grandeur naturelle.

— 6. Spirifer Yassensis, *W. B. Clarke* 104
Échantillon de grandeur naturelle, vu du côté de la valve dorsale.
a. Le même vu de profil
b. Le même vu du côté frontal.

— 7. Spirifer latisinuatus, *L.-G. de Koninck* 105
Échantillon vu du côté de la valve dorsale.
a. Le même vu du côté frontal.
b. Le même vu de profil.

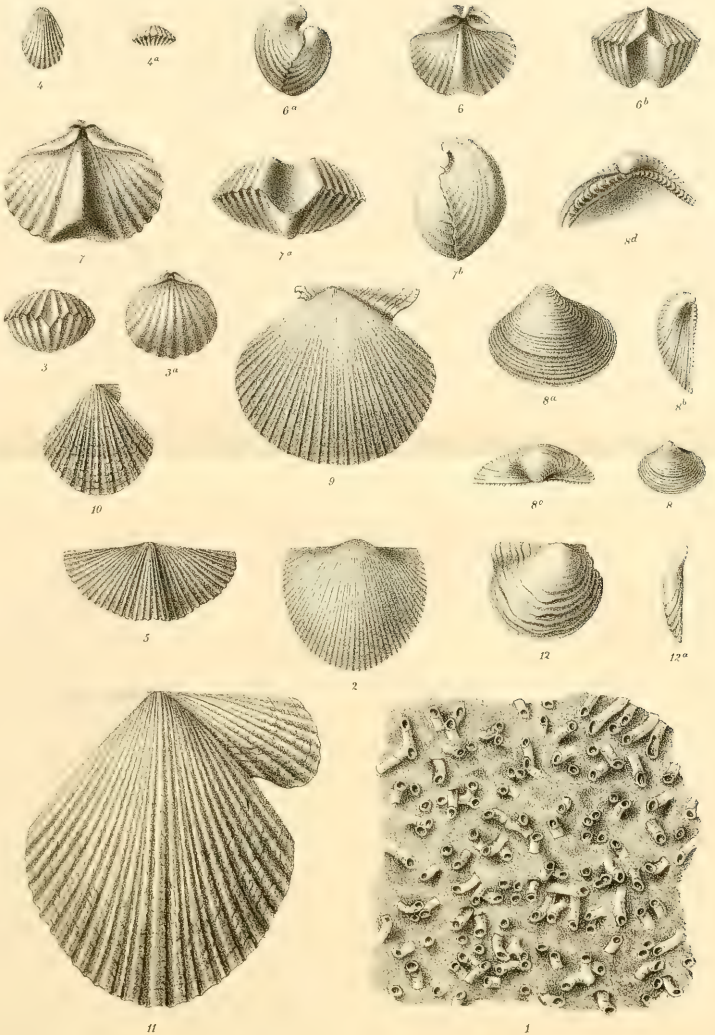
— 8. Tellinomya Clarkei, *L. G. de Koninck* 111
Valve gauche de grandeur naturelle, vue en dessus.
a. La même grossie, vue du même côté.
b. La même vue latéralement.
c. La même vue du côté dorsal.
d. Charnière grossie de la même.

— 9. Aviculopecten Etheridgei, *L.-G. de Koninck*. 112
Valve gauche de grandeur naturelle, vue en dessus.

— 10. Aviculopecten Clarkei, *L.-G. de Koninck*. 114
Valve gauche de grandeur naturelle, vue en dessus.

— 11. Aviculopecten M' Leayi, *L.-G. de Koninck*. 114
Valve gauche de grandeur naturelle.
Cette valve dont un peu plus de la moitié postérieure est connue, a été complétée dans sa partie antérieure d'après quelques indices observées sur le fragment de roche qui la renferme. Elle a, en outre, été dessinée d'après une contre empreinte en gutta-percha.

— 12. Pteriṇea laminosa, *L.-G. de Koninck*. 116
Valve droite de grandeur naturelle, vue en dessus.
a. La même vue de profil.


4
4a
6a
6
6b
7
7a
7b
8d
3
3a
9
8a
8b
10
8c
8
5
2
12
12a
11
1

EXPLICATION DE LA PLANCHE IV.

Pages.

Fig. 1. SPIROPHYTON? CAUDA PHASIANI, *L.-G. de Koninck*. 62
Échantillon de grandeur naturelle.

— 2. BELLEROPHON JUKESII, *L.-G. de Koninck* 42
Écnantillon de grandeur naturelle, vu de profil.
a. Le même vu du côté de la bouche.

— 3. DENTALIUM TENUISSIMUM, *L.-G. de Koninck* 117
Échantillon de grandeur naturelle.

— 4. BELLEROPHON CONVOLUTUS, *L.-G. de Koninck*. 118
Échaniillon de grandeur naturelle, vu du côté de l'ouverture.
a. Le même vu de profil.

— 5. MURCHISONIA TURRIS, *L.-G. de Koninck* 120
Échantillon de grandeur naturelle, restauré d'après plusieurs fragments se complétant mutuellement.

— 6. MURCHISONIA GRANIFERA, *L.-G. de Koninck* 121
Échantillon de grandeur naturelle.
a. Le même grossi.

— 7. PLEUROTOMARIA SUBCONICA, *L.-G. de Koninck* 124
Échantillon de grandeur naturelle.
a. Le même grossi.

— 8. EUOMPHALUS BIGSBYI, *L.-G. de Koninck* 123
Échantillon de grandeur naturelle, vu de face.
a. Autre échantillon plus petit, vu du côté de la spire.

— 9. LOXONEMA ANGLICUM, *A. d'Orbigny* 124
Échantillon de grandeur naturelle, complété à l'alde de plusieurs fragments.

— 10. LOXONEMA ANTIQUUM, *zu Münster* 125
Échantillon de grandeur naturelle.
a. Fragment grossi du même.

— 11. NISO? DARWINII, *L.-G. de Koninck* 127
Petit échantillon de grandeur naturelle, vu de face.
a. Le même vu du côté de l'ombilic.
b. Fragment d'un échantillon adulte, vu de face.
c. Section longitudinale d'un individu adulte, montrant le prolongement de l'ombilic.

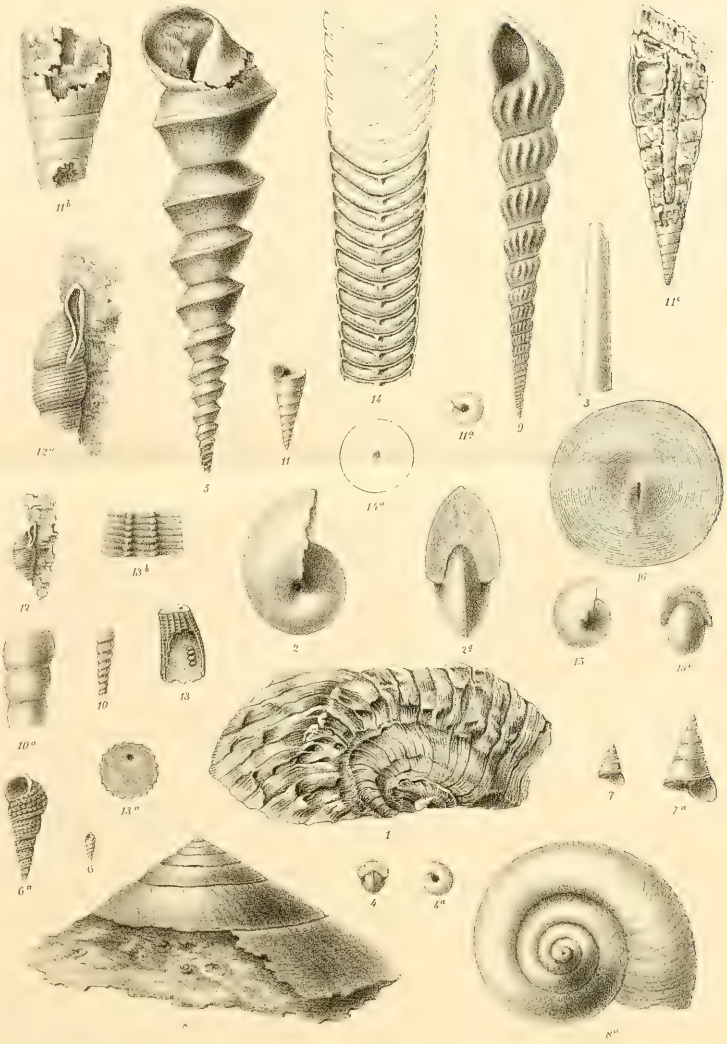
— 12. MITCHELLIA STRIATULA, *L.-G. de Koninck* 129
Échantillon de grandeur naturelle, vu du côté de la bouche.
a. Le même grossi.

— 13. CYRTOCERAS TEXTILE, *L.-G. de Koninck* 131
Fragment vu de côté et laissant voir la structure du siphon.
a. Le même vu par la base.
b. Partie des ornements grossis du même.

— 14. ORTHOCERAS SUBDIMIDIATUM, *L.-G. de Koninck*. . . . . *ib*.
Section longitudinale, de grandeur naturelle.
a. Section transversale du même.

— 15. GONIATITES WOODSII, *L.-G. de Koninck* 130
Échantillon de grandeur naturelle, vu de profil.
a. Le même vu du côté de l'ouverture.

— 16. DISCINA ALLEGHANIA, *J. Hall* 82
Échantillon de grandeur naturelle, vu du côté de la valve ventrale, dont la moitié de gauche a été complétée d'après la moitié de droite qui est la seule qui ait été recueillie par M. W. B. Clarke.



Lith par . . . , rue des Bruxelles

THÉORIE ANALYTIQUE

DES

LIGNES A DOUBLE COURBURE;

PAR

EUGÈNE CATALAN,

PROFESSEUR A L'UNIVERSITÉ DE LIÉGE.

THÉORIE ANALYTIQUE

DES

LIGNES A DOUBLE COURBURE.

I. Formules préliminaires.

1. Théorème. *Si neuf quantités* a, b, c, a′, b′, c′, a″, b″, c″ *satisfont aux six équations*

$$\left.\begin{aligned} a^2 + a'^2 + a''^2 &= 1, \\ b^2 + b'^2 + b''^2 &= 1, \\ c^2 + c'^2 + c''^2 &= 1, \end{aligned}\right\} \quad (1) \qquad \left.\begin{aligned} ab + a'b' + a''b'' &= 0, \\ bc + b'c' + b''c'' &= 0, \\ ca + c'a' + c''a'' &= 0; \end{aligned}\right\} \quad (2)$$

elles satisfont également :

1° *Aux six équations*

$$\left.\begin{aligned} a^2 + b^2 + c^2 &= 1, \\ a'^2 + b'^2 + c'^2 &= 1, \\ a''^2 + b''^2 + c''^2 &= 1, \end{aligned}\right\} \quad (3) \qquad \left.\begin{aligned} aa' + bb' + cc' &= 0, \\ a'a'' + b'b'' + c'c'' &= 0, \\ a''a + b''b + c''c &= 0; \end{aligned}\right\} \quad (4)$$

2° *Aux neuf équations*

$$\left.\begin{aligned} b'c'' - c'b'' &= \pm a, \quad c'a'' - a'c'' = \pm b, \quad a'b'' - b'a'' = \pm c, \\ b''c - c''b &= \pm a', \quad c''a - a''c = \pm b', \quad a''b - b''a = \pm c', \\ bc' - cb' &= \pm a'', \quad ca' - ac' = \pm b'', \quad ab' - ba' = \pm c''; \end{aligned}\right\} \quad (5)$$

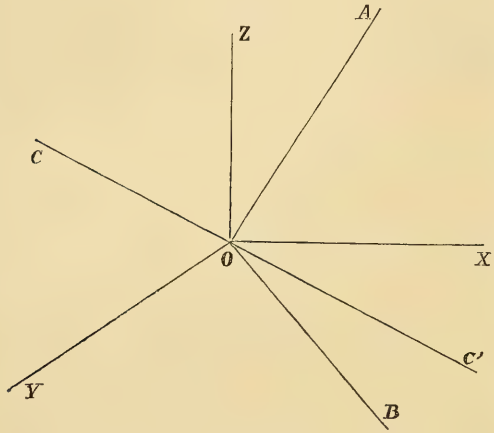
3° *A l'équation*

$$a(b'c'' - c'b'') + a'(b''c - c''b) + a''(bc' - cb') = \pm 1 \text{ (*)}. \quad (6)$$

2. Remarque. Si l'on prend *un système* de valeurs de a, a', a'', b, b', b'' satisfaisant aux équations

$$a^2 + a'^2 + a''^2 = 1, \quad b^2 + b'^2 + b''^2 = 1, \quad ab + a'b' + a''b'' = 0;$$

Fig. 1.



ces six quantités déterminent complétement deux directions OA, OB (fig. 1), perpendiculaires entre elles : en effet, a, a', a'' sont les *cosinus directifs* de OA; et b, b', b'' les cosinus directifs de OB (**).

Cela posé, les équations

$$c^2 + c'^2 + c''^2 = 1, \quad bc + b'c' + b''c'' = 0, \quad ca + c'a' + c''a'' = 0;$$

ou, ce qui est équivalent, les formules

$$c = \pm(a'b'' - b'a''), \quad c' = \pm(a''b - b''a), \quad c'' = \pm(ab' - ba')$$

déterminent une droite COC', perpendiculaire aux lignes OA,

(*) Voir, par exemple, les *Leçons de Géométrie analytique*, par Lefébure de Fourcy.

(**) Supposons : $a = \frac{1}{2}$, $a' = \frac{1}{4}$, $b = \frac{1}{3}$. On trouve, pour a'', b', b'', divers systèmes de valeurs, parmi lesquels on peut *choisir* celui-ci :

$$a'' = +\frac{1}{4}\sqrt{11}, \quad b' = -\frac{1}{18}(1 + \sqrt{253}), \quad b'' = \frac{1}{18}(\sqrt{23} - \sqrt{11}).$$

Les directions OA, OB sont donc connues.

OB, et composée de deux *segments* OC, OC′ : si les valeurs précédentes, prises avec les signes supérieurs, sont les cosinus directifs de OC, ces mêmes expressions, prises avec des signes contraires, sont les cosinus directifs de OC′. En outre, comme le premier membre de l'égalité (6) change de signe avec les quantités c, c', c'', il est égal à $+1$ pour l'une des *directions* OC, OC′, et égal à -1 pour la direction opposée. Enfin, ce premier membre étant le déterminant Δ des quantités

$$\begin{matrix} a, & a', & a'', \\ b, & b', & b'', \\ c, & c', & c''; \end{matrix}$$

nous convenons, une fois pour toutes, *de choisir la direction* OC *pour laquelle* $\Delta = +1$. Cette direction est alors déterminée, *sans ambiguïté*, par les formules

$$c = a'b'' - b'a'', \quad c' = a''b - b''a, \quad c'' = ab' - ba',$$

comprises dans les relations

$$\left.\begin{array}{lll} b'c'' - c'b'' = a, & c'a'' - a'c'' = b, & a'b'' - b'a'' = c, \\ b''c - c''b = a', & c''a - a''c = b', & a''b - b''a = c', \\ bc' - cb' = a'', & ca' - ac' = b'', & ab' - ba' = c''. \end{array}\right\} (7)$$

De plus,

$$\Delta = \sum a\,(b'c'' - c'b'') = \sum (bc' - cb')\,a'' = +1 \text{ (*)} \quad . . \quad (8)$$

(*) On trouve ainsi, en partant des valeurs ci-dessus :

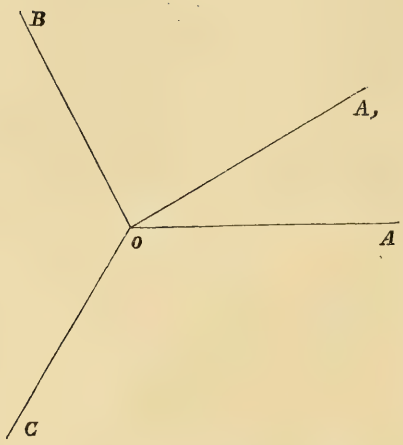
$$c = \frac{1}{6}\sqrt{23}, \quad c' = \frac{1}{36}(4\sqrt{11} - \sqrt{23}), \quad c'' = -\frac{1}{36}(4 + \sqrt{253});$$

puis

$$b'c'' - c'b'' = \frac{1}{2} = a, \quad b''c - c''b = \frac{1}{4} = a', \quad bc' - cb' = \frac{1}{4}\sqrt{11} = a'';$$

etc.

Fig. 2.



3. Théorème. *Soient deux droites* OA, OA_1 (fig. 2) *faisant, avec trois axes rectangulaires, des angles ayant pour cosinus :* a, b, c; a_1, b_1, c_1. *Soient* OB *la commune perpendiculaire à ces droites, et* OC *la commune perpendiculaire à* OA, OB. *Si* V *est l'angle des droites données, les cosinus directifs de* OB *sont*

$$\pm\frac{bc_1 - cb_1}{\sin V},\quad \pm\frac{ca_1 - ac_1}{\sin V},\quad \pm\frac{ab_1 - ba_1}{\sin V};$$

et les cosinus directifs de OC :

$$\pm\frac{a\cos V - a_1}{\sin V},\quad \pm\frac{b\cos V - b_1}{\sin V},\quad \frac{c\cos V - c_1}{\sin V}.$$

En effet :

$$1^\circ\ \sin^2 V = (bc_1 - cb_1)^2 + (ca_1 - ac_1)^2 + (ab_1 - ba_1)^2;$$

$$2^\circ\ \sin^2 V = (a\cos V - a_1)^2 + (b\cos V - b_1)^2 + (c\cos V - c_1)^2;$$

$$3^\circ\ \sum(bc_1 - cb_1)a = 0;\quad 4^\circ\ \sum(bc_1 - cb_1)a_1 = 0;\quad 5^\circ\ \sum(a\cos V - a_1)a = 0.$$

4. Supposons que les quantités a, b, c, a_1, b_1, c_1 soient fonctions d'une variable indépendante t, et que les droites OA, OA_1 forment entre elles un angle ε, infiniment petit. Alors, si l, m, n sont les cosinus directifs de OB, et f, g, h les cosinus directifs de OC :

$$f = \pm\frac{da}{\varepsilon},\quad g = \pm\frac{db}{\varepsilon},\quad h = \pm\frac{dc}{\varepsilon},$$

$$l = \pm\frac{bdc - cdb}{\varepsilon},\quad m = \pm\frac{cda - adc}{\varepsilon},\quad n = \pm\frac{adb - bda}{\varepsilon}.$$

5. Remarque. La droite OC est contenue dans un plan parallèle aux lignes OA, OA_1 : l'intervention de OB est donc inutile. En outre, le cosinus de l'angle BOA_1 est infiniment petit, et égal à ε.

6. Dorénavant, nous représenterons par $a', b', c', a'', b'', c'', \ldots$ les dérivées successives de a, b, c. Au moyen de cette notation, les dernières formules deviennent

$$f = \pm a' \frac{dt}{\varepsilon}, \quad g = \pm b' \frac{dt}{\varepsilon}, \quad h = \pm c' \frac{dt}{\varepsilon},$$

$$l = \pm (bc' - cb') \frac{dt}{\varepsilon}, \quad m = \pm (ca' - ac') \frac{dt}{\varepsilon}, \quad n = \pm (ab' - ba') \frac{dt}{\varepsilon};$$

ou, sous une forme plus simple :

$$\frac{f}{a'} = \frac{g}{b'} = \frac{h}{c'} = \pm \frac{dt}{\varepsilon}, \quad \ldots\ldots \quad (9)$$

$$\frac{l}{bc' - cb'} = \frac{m}{ca' - ac'} = \frac{n}{ab' - ba'} = \pm \frac{dt}{\varepsilon} \quad \ldots \quad (10)$$

7. Remarque. La propriété exprimée par les proportions (9) peut être énoncée ainsi :

Soient deux droites consécutives A, A_1, *faisant entre elles un angle infiniment petit* ε. *Soit* D *une perpendiculaire à* A, *située dans un plan parallèle à* A, A_1. *Soient enfin* a, b, c *les cosinus directifs de* A, *et* f, g, h *les cosinus directifs de* D. *On a*

$$\frac{f}{a'} = \frac{g}{b'} = \frac{h}{c'} = \pm \frac{dt}{\varepsilon}, \quad \ldots\ldots \quad (11)$$

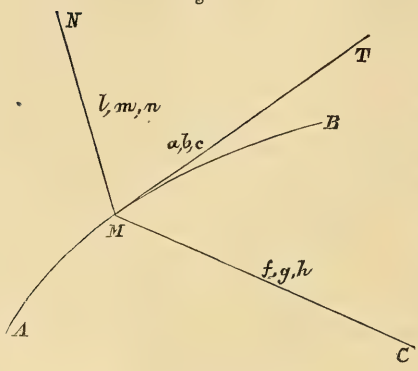
a', b', c' *étant les dérivées de* a, b, c, *relativement à la variable indépendante* t (*).

(*) Si les cosinus directifs de A, au lieu d'être a, b, c, sont simplement *proportionnels* à ces quantités, l'on a toujours

$$\frac{f}{a'} = \frac{g}{b'} = \frac{h}{c'}.$$

II. Tangente, normale principale, binormale, etc.

Fig. 3.



8. Soient, en un point quelconque M d'une courbe AMB (fig. 3) : MT la *tangente;* MC le *rayon de courbure,* ou la *normale principale;* MN la perpendiculaire à MT et MC, ou la *binormale* (*).

On peut convenir que : 1° MT est la *direction de la vitesse* dont est animé le *point décrivant* M; 2° MC *est dirigée du point* M *vers le centre* C *de courbure;* 3° le *rayon de courbure,* ρ, *est positif;* 4° MN *est le segment de la binormale pour lequel* $\Delta = +1$ (**2**).

En vertu de ces conventions et des notations ci-dessus, les égalités (7) deviennent

$$\left.\begin{array}{lll} a = gn - hm, & f = cm - bn, & l = bh - cg, \\ b = hl - fn, & g = an - cl, & m = cf - ah, \\ c = fm - gl, & h = bl - am, & n = ag - bf. \end{array}\right\} \quad (12)$$

9. Le *plan normal* NMC, le *plan osculateur* TMC et le *plan rectifiant* (**) ont pour équations, respectivement :

$$a(X - x) + b(Y - y) + c(Z - z) = 0, \quad . \quad . \quad . \quad (13)$$
$$l(X - x) + m(Y - y) + n(Z - z) = 0, \quad . \quad . \quad . \quad (14)$$
$$f(X - x) + g(Y - y) + h(Z - z) = 0. \quad . \quad . \quad . \quad (15)$$

10. Désignons par ε l'*angle de contingence;* par γ l'*angle de torsion;* enfin par ω l'*angle de deux normales principales consécutives;* de manière que

$$\varepsilon^2 = da^2 + db^2 + dc^2, \quad \gamma^2 = dl^2 + dm^2 + dn^2, \quad \omega^2 = df^2 + dg^2 + dh^2. \quad (16)$$

(*) Saint-Venant (*Journal de l'École polytechnique,* 30e Cahier).

(**) On verra, plus loin, la raison de cette dénomination, due à Lancret.

Soient encore : ρ *le rayon de courbure;* r *le rayon de torsion;* s *l'arc* AM, A étant un point fixe. On a

$$\varepsilon = \frac{ds}{\rho}, \quad \eta = \frac{ds}{r}. \quad \ldots\ldots\ldots \quad (17)$$

De même, on peut faire

$$\omega = \frac{ds}{\mathrm{L}}, \quad \ldots\ldots\ldots \quad (18)$$

L étant une certaine longueur, *affectée d'un signe convenable.*

11. On tire, des équations (16), (17), (18) :

$$\frac{1}{\rho} = +\sqrt{a'^2 + b'^2 + c'^2}, \quad \ldots\ldots \quad (19)$$

$$\frac{1}{r} = \pm\sqrt{l'^2 + m'^2 + n'^2}, \quad \ldots\ldots \quad (20)$$

$$\frac{1}{\mathrm{L}} = \pm\sqrt{f'^2 + g'^2 + h'^2}; \quad \ldots\ldots \quad (21)$$

s *étant la variable indépendante.*

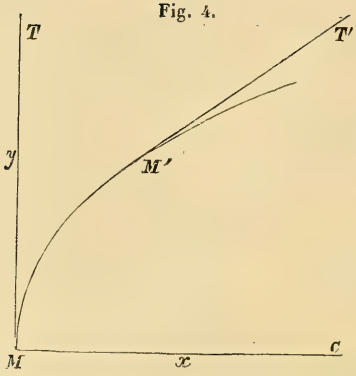
12. Au moyen de la valeur de ε (17), les proportions (9) et (10) deviennent

$$\frac{f}{a'} = \frac{g}{b'} = \frac{h}{c'} = \pm\rho,$$

$$\frac{l}{bc' - cb'} = \frac{m}{ca' - ac'} = \frac{n}{ab' - ba'} = \pm\rho.$$

13. Remarques. I. On doit prendre les signes supérieurs ensemble, sans quoi, comme on le reconnaît facilement, ces proportions ne s'accorderaient pas avec les formules (12).

Fig. 4.



II. Considérons le cas particulier de $a = 0$, $b = 1$, $c = 0$. D'après la figure 4, *a augmente;* donc *a' est positif.* De plus, *f* est également *positif.* Par conséquent, les relations précédentes doivent être écrites ainsi :

$$\frac{f}{a'} = \frac{g}{b'} = \frac{h}{c'} = \rho, \quad . \quad (22)$$

$$\frac{l}{bc' - cb'} = \frac{m}{ca' - ac'} = \frac{n}{ab' - ba'} = \rho \quad . \quad . \quad . \quad (23)$$

III. De l'équation

$$al + bm + cn = \sum al = 0,$$

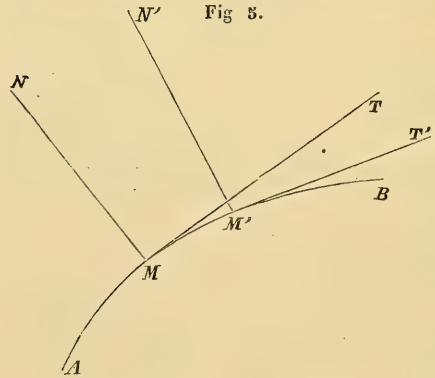
on conclut

$$\sum al' + \sum la' = 0.$$

La seconde somme est nulle, en vertu des proportions (22); donc

$$al' + bm' + cn' = 0. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (24)$$

Fig 5.



Cette relation prouve que *la tangente* MT (fig. 5) *est perpendiculaire à deux binormales consécutives*(*); ou, ce qui est équivalent : *la tangente* MT *est l'intersection de deux plans osculateurs consécutifs*(**).

IV. Conséquemment(4), les proportions (9) et (10)

(*) Cette propriété, assez évidente, est pour ainsi dire conjuguée de celle-ci : *la binormale* MN *est perpendiculaire à deux tangentes consécutives* MT, M'T'; laquelle définit la binormale.

(**) On vérifie cette proposition en prenant la dérivée de

$$l(X - x) + m(Y - y) + n(Z - z) = 0; \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (14)$$

sont applicables aux *droites* MN, M'N', à leur *perpendiculaire* MT, et à la *droite* MC, *perpendiculaire* à MN, MT. Ainsi (η remplaçant ε) :

$$\frac{f}{l'} = \frac{g}{m'} = \frac{h}{n'} = \pm r, \quad \ldots \quad (25)$$

$$\frac{a}{mn' - nm'} = \frac{b}{nl' - ln'} = \frac{c}{lm' - ml'} = \pm r \ldots \quad (26)$$

14. Théorème. *Si les tangentes d'une courbe* C_1 *sont parallèles aux binormales d'une courbe* C : 1° *réciproquement, les tangentes de* C *sont parallèles aux binormales de* C_1 ; 2° *les normales principales des deux courbes sont, respectivement, parallèles;* 3° *l'angle de torsion de chacune des courbes est égal à l'angle de contingence de l'autre.*

Ces diverses propriétés sont des conséquences immédiates de la Remarque III, et de la *symétrie* des équations (22), (25). En effet :

1° La binormale M_1N_1, au point M_1 *conjugué* de M, est perpendiculaire à deux tangentes consécutives de C_1 ; celles-ci sont parallèles, respectivement, à deux binormales consécutives de C; donc (Remarque III), M_1N_1 est parallèle à MT.

2° Les angles droits TMN, $N_1M_1T_1$ ayant leurs côtés respectivement parallèles, les perpendiculaires MC, M_1C_1 aux plans de ces angles, sont parallèles (*).

3° L'angle de contingence de C_1 a les côtés parallèles à deux binormales de C, consécutives; donc $\varepsilon_1 = \eta$. De même $\varepsilon = \eta_1$.

savoir

$$l'(X - x) + m'(Y - y) + n'(Z - z) = 0.$$

D'après la relation (24), le plan représenté par cette équation contient MT. De plus, à cause des égalités (25), *ce plan coïncide avec le plan rectifiant*, ou encore : *tout plan, tangent à une surface développable, est osculateur relativement à l'arête de rebroussement.*

(*) Ceci résulte aussi, nous venons de le dire, des équations (22), (25). Pour passer de la courbe C à la courbe C_1, il suffit de changer a, b, c en l, m, n, et *vice versa*. Mais, d'après les équations citées, *les cosinus* f, g, h *sont les mêmes fonctions, soit de* a', b', c', *soit de* l', m', n'; donc, etc.

15. Remarque. Les dernières égalités peuvent être écrites ainsi :

$$\frac{ds_1}{\rho_1} = \frac{ds}{r}, \quad \frac{ds}{\rho} = \frac{ds_1}{r_1}.$$

Par conséquent,

$$\rho\rho_1 = rr_1.$$

Ainsi, les courbes C, C_1 jouissent encore de cette propriété : *en deux points correspondants, le rectangle des rayons de courbure est équivalent au rectangle des rayons de torsion* (*).

III. Formules de Frenet (**).

16. Il résulte, des relations (22), (25) :

$$\frac{l'}{a'} = \frac{m'}{b'} = \frac{n'}{c'} = \pm\frac{\rho}{r}. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (27)$$

(*) On verra plus loin que *la courbe* C_1 *est, si l'on veut, l'enveloppe des droites polaires de* C. En attendant, nous croyons pouvoir faire remarquer l'importance des relations (22), (25), corollaires du théorème démontré dans le § I (3). Ces relations ne sont pas nouvelles; mais l'on n'y avait pas fait, croyons-nous, suffisamment attention.

Ajoutons que, pour les établir de la manière la plus directe et la plus simple, on peut procéder comme il suit :

1° D'après la définition de la binormale, les quantités a', b', c', qui satisfont à l'équation $\sum aa' = 0$, satisfont aussi à la condition $\sum la' = 0$.

D'un autre côté, les cosinus f, g, h sont déterminés (à un facteur près), par les égalités $\sum af = 0, \sum lf = 0$, qui ne diffèrent pas des premières; donc

$$\frac{f}{a'} = \frac{g}{b'} = \frac{h}{c'} = \pm\rho.$$

2° La condition $\sum la' = 0$ conduit, comme on l'a déjà vu, à celle-ci : $\sum al' = 0$. On a donc, simultanément

$$\sum al' = 0, \quad \sum ll' = 0; \quad \sum af = 0, \quad \sum lf = 0;$$

et, par conséquent, $$\frac{f}{l'} = \frac{g}{m'} = \frac{h}{n'} = \pm\frac{1}{r}.$$

(**) Ces remarquables formules, conséquences des égalités (21), (24) sont souvent, mais à tort, attribuées à M. Serret.

Ainsi : 1° *les dérivées* l', m', n' *sont dans un rapport constant avec les dérivées* a', b', c'; 2° *abstraction faite du signe, ce rapport commun est celui de la seconde courbure à la première.*

17. Pour un motif qui sera indiqué plus loin, nous prendrons le dernier rapport (27) égal à $-\frac{\rho}{r}$. Au moyen de cette convention, les égalités (26), (25), (27) deviennent

$$\frac{a}{mn' - nm'} = \frac{b}{nl' - ln'} = \frac{c}{lm' - ml'} = -r, \quad . \quad (28)$$

$$\frac{f}{l'} = \frac{g}{m'} = \frac{h}{n'} = -r, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (29)$$

$$\frac{l'}{a'} = \frac{m'}{b'} = \frac{n'}{c'} = -\frac{\rho}{r} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (30)$$

En outre (22), (29) :

$$f = a'\rho = -l'r, \quad g = b'\rho = -m'r, \quad h = c'\rho = -n'r. \quad (31)$$

18. Les dernières relations permettent de transformer utilement quelques-unes des égalités (12). Par exemple,

$$a = gn - hm = \rho(b'n - c'm) = -r(m'n - n'm).$$

Ainsi :

$$b'n - c'm = \frac{a}{\rho}, \quad c'l - a'n = \frac{b}{\rho}, \quad a'm - b'l = \frac{c}{\rho}; \quad . \quad (32)$$

$$mn' - nm' = \frac{a}{r}, \quad nl' - ln' = \frac{b}{r}, \quad lm' - nl' = \frac{c}{r}. \quad . \quad (33)$$

De même :

$$bc' - cb' = \frac{l}{\rho}, \quad ca' - ac' = \frac{m}{\rho}, \quad ab' - ba' = \frac{n}{\rho}; \quad . \quad (34)$$

$$bn' - cm' = -\frac{l}{r}, \quad cl' - an' = -\frac{m}{r}, \quad am' - bl' = -\frac{n}{r}. \quad (35)$$

19. Les valeurs de f, g, h (12) donnent encore lieu à des formules simples, trouvées aussi par M. Frenet. On a, en prenant la dérivée,

$$f' = (cm' - bn') + (mc' - nb).$$

D'après les relations (32), (35), le premier binôme égale $-\frac{a}{\rho}$, le second, $\frac{l}{r}$. Donc

$$f' = \frac{l}{r} - \frac{a}{\rho}, \quad g' = \frac{m}{r} - \frac{b}{\rho}, \quad h' = \frac{n}{r} - \frac{c}{\rho} \cdot \cdot \cdot \cdot \quad (36)$$

20. *Autres formules.* 1° A cause des valeurs de f, g, h (31), les dernières relations peuvent être écrites des deux manières suivantes :

$$\frac{l}{r} - \frac{a}{\rho} = a''\rho + a'\rho', \quad \frac{m}{r} - \frac{b}{\rho} = b''\rho + b'\rho', \quad \frac{n}{r} - \frac{c}{\rho} = c''\rho + c'\rho'; \quad (37)$$

$$\frac{a}{r} - \frac{l}{r} = l''r + l'r', \quad \frac{b}{\rho} - \frac{m}{r} = m'r + m'r', \quad \frac{c}{\rho} - \frac{n}{r} = n''r + n'r'. \quad (38)$$

2° Si l'on élimine ρ' entre les deux dernières des équations (37), on trouve

$$\rho(b'c'' - c'b'') = \frac{1}{r}(nb' - mc') + \frac{1}{\rho}(bc' - cb');$$

ou, par les formules (32), (34) :

$$b'c'' - c'b'' = \frac{1}{\rho^2}\left(\frac{a}{r} + \frac{l}{\rho}\right), \quad c'a'' - a'c'' = \frac{1}{\rho^2}\left(\frac{b}{r} + \frac{m}{\rho}\right), \quad a'b'' - b'a'' = \left(\frac{c}{r} + \frac{n}{\rho}\right). \quad (39)$$

3° Les équations (38) donnent, semblablement :

$$m'n'' - n'm'' = \frac{1}{r^2}\left(\frac{a}{r} + \frac{l}{\rho}\right), \quad n'l'' - l'n'' = \frac{1}{r^2}\left(\frac{b}{r} + \frac{m}{\rho}\right), \quad l'm'' - m'l'' = \frac{1}{r^2}\left(\frac{c}{r} + \frac{n}{\rho}\right). \quad (40)$$

4° Différenciant la première des formules (34), on a

$$bc'' - cb'' = \frac{\rho l' - l\rho'}{\rho^2};$$

c'est-à-dire (29) :

$$bc'' - cb'' = -\frac{\rho f + lr\rho'}{r\rho^2}.$$

Ainsi

$$bc'' - cb'' = -\frac{\rho f + lr\rho'}{r\rho^2}, \quad ca'' - ac'' = -\frac{\rho g + mr\rho'}{r\rho^2}, \quad ab'' - ba'' = -\frac{\rho h + nr\rho'}{r\rho^2}. \quad (41)$$

5° En vertu des valeurs (31), les relations (39), (40) sont comprises dans celles-ci :

$$gh' - hg' = \frac{a}{r} + \frac{l}{\rho},\quad hf' - fh' = \frac{b}{r} + \frac{m}{\rho},\quad fg' - gf' = \frac{c}{r} + \frac{n}{\rho}. \quad (42)$$

IV. Théorème de Lancret.

21. Des formules (36) on conclut, à cause de l'égalité (21) :

$$\frac{1}{L^2} = \frac{1}{r^2} + \frac{1}{\rho^2}; \quad \ldots\ldots\ldots \quad (43)$$

ou, ce qui est équivalent,

$$\omega^2 = \eta^2 + \varepsilon^2. \quad \ldots\ldots\ldots \quad (44)$$

Ainsi, *les trois angles infiniment petits* ω, η, ε *sont tels, que le carré de la mesure du premier est égal à la somme des carrés des mesures des deux autres.* Ce théorème est dû à Lancret (*).

22. Remarques. I. *Si les petits côtés d'un triangle rectangle sont* AB $= \rho$, AC $= r$, *la hauteur* AH, *perpendiculaire à l'hypoténuse* (fig. 7), *représente* L (abstraction faite du signe). En effet,

$$\overline{AH}^2 . \overline{BC}^2 = \overline{AB}^2 . \overline{AC}^2,$$

ou

$$\overline{AH}^2 (r^2 + \rho^2) = r^2 \rho^2;$$

etc.

II. Soit un angle trièdre, infiniment petit, dont les faces sont ω, η, ε. Soit A′B′C′ (fig. 6) le triangle sphérique correspondant : *ce triangle sphérique est semblable au triangle rectiligne* ABC (fig. 7).

Fig. 6.

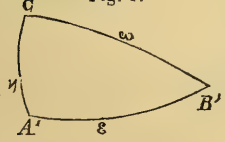
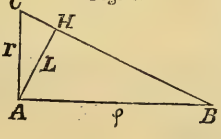


Fig. 7.



(*) *Mémoires des savants étrangers*, t. I, p. 430.

En premier lieu, l'égalité (44) prouve que l'angle A′ est droit De plus, on a simultanément :

$$\frac{\sin A}{\frac{1}{L}} = \frac{\sin B}{\frac{1}{r}} = \frac{\sin C}{\frac{1}{\rho}},$$

$$\frac{\sin A'}{\omega} = \frac{\sin B'}{\eta} = \frac{\sin C'}{\varepsilon};$$

donc

$$\sin A' = 1 = \sin A,\ \sin B' = \frac{L}{r} = \sin B,\ \sin C' = \frac{L}{\rho} = \sin C.$$

V. Valeur de r, ρ, L.

23. *Valeur du rayon de torsion.* D'après l'égalité $\sum la' = 0$ (24), on a :

$$\sum l'a' = -\sum la''; \quad \ldots\ldots \quad (45)$$

ou, par les formules (23) :

$$\sum l'a' = -\rho \sum (bc' - cb')\, a'' = -\rho\Delta. \quad \ldots \quad (46)$$

D'un autre côté (31), $l'a' = -\frac{f^2}{r\rho}$; donc

$$\sum l'a' = -\frac{1}{r\rho}. \quad \ldots\ldots \quad (47)$$

Conséquemment,

$$\frac{1}{r} = \rho^2\Delta = \frac{\sum (ab' - ba')\, c''}{\sum a'^2}. \quad \ldots \quad (48)\ (*)$$

24. Remarque. On voit que *le rayon de torsion a le signe du déterminant* Δ. C'est pour obtenir cette concordance de signes que nous avons supposé (**16**) $\frac{l'}{a'} = -\frac{\rho}{r}$.

(*) Cette démonstration est plus simple que celle dont j'ai fait usage dans le *Cours d'Analyse de l'Université de Liége.*

25. *Conditions pour qu'une courbe soit plane.* Elle est, tout simplement,

$$\Delta = \sum(ab' - ba')c'' = 0. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (49)$$

En effet, *si*, en chaque point de la ligne donnée, *l'angle de torsion est nul, la ligne est plane;* et réciproquement.

26. *Expression nouvelle du rayon de courbure.* Si l'on part de la relation $\sum al' = 0$ (23), on trouve, par un calcul semblable au précédent :

$$\sum a'l' = -\sum al'' = -r\sum(mn' - nm')l'' = -\frac{1}{\rho r};$$

puis, à cause de la formule (20) :

$$\frac{1}{\rho} = \frac{\sum(lm' - ml')n''}{\sum l'^2}. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (50)$$

Cette expression, comparée à la valeur de $\frac{1}{r}$ (48), achève de justifier nos remarques sur la *réciprocité* entre la tangente et la binormale.

27. Remarque. Si l'on écrit ainsi les formules (48), (50) :

$$\sum(ab' - ba')c'' = \frac{1}{r\rho^2}, \quad \sum(lm' - ml')n'' = \frac{1}{\rho r^2},$$

et que l'on ait égard à l'équation (47), on trouve cette *identité :*

$$\sum(ab' - ba')c'' \times \sum(lm' - ml')n'' = -\left[\sum a'l'\right]^3. \quad . \quad (51)$$

28. *Autres expressions de* $\frac{1}{\rho}, \frac{1}{r}$. Elles résultent, immédiatement, des égalités (32) à (36). En effet, il est visible que

$$\frac{1}{\rho} = \sum a(b'n - c'm) = \sum(ab' - ba')n, \quad . \quad . \quad . \quad (52)$$

$$\frac{1}{r} = \sum(mn' - nm')a, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (53)$$

$$\frac{1}{\rho} = -\sum af', \quad \frac{1}{r} = \sum lf'. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (54)$$

29. Remarque. Les relations (39), (40) donnent celles-ci :

$$\frac{1}{\rho^3}=\sum(b'c''-c'b'')l, \quad \frac{1}{r^3}=\sum(m'n''-n'm'')a; \quad . \quad (55)$$

d'où l'on conclut, par la comparaison avec (52), (53), ces nouvelles *identités :*

$$\left.\begin{aligned}\sum(a'b''-b'a'')n&=\left[\sum(ab'-ba')n\right]^3,\\ \sum(m'n''-n'm'')a&=\left[\sum(mn'-nm')a\right]^3.\end{aligned}\right\} \quad . \quad (56)$$

30. *Valeurs de* $\frac{1}{L^2}$. Des relations (39), (40), on conclut, en ayant égard au Théorème de Lancret :

$$\sum(a'b''-ba')^2=\frac{1}{\rho^4L^2}, \qquad \sum(l'm''-m'l'')^2=\frac{1}{r^4L^2}.$$

Conséquemment,

$$\frac{\sum(a'b''-ba'')^2}{(a'^2+b'^2+c'^2)^2}=\frac{\sum(l'm''-m'l'')^2}{(l'^2+m'^2+n'^2)^2}=\frac{1}{L^2}. \quad . \quad . \quad (57)$$

31. Remarque. D'après cette double égalité, *la longueur* L *est une même fonction, soit des quantités qui se rapportent à la tangente, soit de celles qui se rapportent à la binormale.* Cette proposition, à peu près évidente par la considération des courbes *conjuguées* C, C_1 (**14**) (*), est une confirmation nouvelle des Remarques précédentes (**13**, **14**, **26**).

VI. Quelques sommations (**).

32. A cause de $\sum a'^2=\frac{1}{\rho^2}$, $\sum aa'=0$, il est d'abord visible que

$$\sum aa''=-\frac{1}{\rho^2}, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (58)$$

$$\sum a'a''=-\frac{1}{5}\sum aa'''=-\frac{\rho'}{\rho^3}. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (59)$$

(*) Elle exprime que les angles ω, ω_1 sont égaux.

(**) La plupart sont tirées, soit du Mémoire de M. Saint-Venant, soit des *Recherches sur les surfaces gauches* (Mémoires de l'Académie de Belgique).

De même,

$$\sum ll'' = -\frac{1}{r^2}, \quad \ldots\ldots\ldots \quad (60)$$

$$\sum l'l'' = -\frac{1}{5}\sum ll''' = -\frac{r'}{r^5}. \quad \ldots\ldots \quad (61)$$

33. On vient de voir que

$$\sum (a'b'' - b'a'')^2 = \frac{1}{\rho^4 L^2}, \quad \sum (l'm'' - m'l'')^2 = \frac{1}{r^4 L^2}. \quad (62)$$

34. Les équations (37), (38), combinées avec (59), (61), donnent aisément :

$$\sum a''^2 = \frac{1}{r^2}\left(\frac{1}{L^2} + \frac{\rho'^2}{\rho^2}\right)^{(*)}, \quad \sum l''^2 = \frac{1}{r^2}\left(\frac{1}{L^2} + \frac{r'^2}{r^2}\right). \quad \ldots \quad (63)$$

35. D'après les formules (41) :

$$\sum (ab'' - ba'')^2 = \frac{1}{r^2\rho^4}(\rho^2 + r^2\rho'^2). \quad \ldots\ldots \quad (64)$$

De même,

$$\sum (lm'' - ml'')^2 = \frac{1}{\rho^2 r^4}(r^2 + \rho^2 r'^2). \quad \ldots\ldots \quad (65)$$

36. Si l'on écrit ainsi la première des égalités (39) :

$$\rho^2(b'c'' - c'b'') = \frac{a}{r} + (bc' - cb'),$$

on conclut

$$\rho^2 \sum (b'c'' - c'b'')a''' = \frac{1}{r}\sum aa''' + \sum (bc' - cb')a'''.$$

Mais (**23**, **32**) :

$$\sum (bc' - cb')a'' = \frac{1}{r\rho^2}, \quad \sum aa''' = 5\frac{\rho'}{\rho^3};$$

(*) Cette relation, attribuée à M. Hermite, par M. de Saint-Germain, se trouve déjà dans le *Mémoire sur les courbes non planes*.

donc, en négligeant des sommes nulles,

$$\sum(bc'-cb')a'''=\left(\frac{1}{r\rho^2}\right)'=-\left(\frac{r'}{r^2\rho^2}+2\frac{\rho'}{r\rho^3}\right); \quad . \quad . \quad (66)$$

puis

$$\sum(b'c''-c'b'')a'''=\frac{1}{\rho^5}\left(\frac{\rho}{r}\right)' \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (67)$$

Un simple changement de lettres donne ensuite :

$$\sum(mn'-nm')l'''=\left(\frac{1}{r^2\rho}\right)'=-\left(\frac{\rho'}{r^2\rho^2}+2\frac{r'}{r^3\rho}\right), \quad . \quad . \quad (68)$$

$$\sum(m'n''-n'm'')l'''=\frac{1}{r^3}\left(\frac{r}{\rho}\right)' \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (69)$$

37. Pour évaluer $\sum(gh'-hg')f''$, rappelons-nous que (**20**, **17**) :

$$gh'-hg'=\frac{a}{r}+\frac{l}{\rho}, \quad f''=a'\rho''+2a''\rho'+a'''\rho;$$

d'où résulte, si l'on néglige des quantités nulles,

$$\sum(gh'-hg')f''=2\frac{\rho'}{r}\sum aa''+\frac{\rho}{r}\sum aa'''+2\frac{\rho'}{\rho}\sum la''+\sum la'''.$$

Or (**32**, **12**) :

$$\sum aa''=-\frac{1}{\rho^2}, \quad \sum aa'''=3\frac{\rho'}{\rho^3}, \quad l=\rho(bc'-cb');$$

donc,

$$\sum(gh'-hg')f''=\frac{\rho'}{r\rho^2}+2\rho'\sum(bc'-cb')a''+\rho\sum(bc'-cb')a''';$$

et, par les formules (48), (66) :

$$\sum(gh'-hg')f''=\frac{1}{\rho^2}\left(\frac{\rho}{r}\right)' \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (70)$$

38. Remarques. I. Si, au lieu de la valeur précédente de f'', on emploie celle-ci :

$$f'' = -l'r'' - 2l''r' - l'''r,$$

on trouve, en opérant comme dans le dernier calcul,

$$\sum (gh' - hg')\, f'' = -\frac{1}{r^2}\left(\frac{r}{\rho}\right)'.$$

Conséquemment, l'équation

$$\frac{1}{\rho^2}\left(\frac{\rho}{r}\right)' + \frac{1}{r^2}\left(\frac{r}{\rho}\right)' = 0$$

doit être identique. C'est ce qui a lieu.

II. L'élimination de $\left(\frac{\rho}{r}\right)'$, entre les équations (67), (70), donne

$$\frac{\sum (b'c'' - c'b'')\, a'''}{\sum (gh' - hg')\, f''} = \frac{1}{\rho^3};$$

puis (55) :

$$\sum (hg' - gh')\, f'' = \frac{\sum (b'c'' - c'b'')\, a'''}{\sum (b'c'' - c'b'')\, l}. \quad . \quad . \quad (71)$$

On trouve de même, eu égard à la première Remarque,

$$\sum (hg' - gh')\, f'' = -\frac{\sum (m'n'' - n'm'')\, l'''}{\sum (m'n'' - n'm'')\, a}. \quad . \quad . \quad (72)$$

39. De

$$a'b'' - b'a'' = \frac{1}{\rho^2}\left(\frac{c}{r} + \frac{n}{\rho}\right), \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (39)$$

on déduit

$$a'b''' - b'a''' = -2\frac{\rho'}{\rho^3}\left(\frac{c}{r} + \frac{n}{\rho}\right) + \frac{1}{\rho^2}\left(\frac{rc' - cr'}{r^2} + \frac{\rho n' - n\rho'}{\rho^2}\right).$$

Mais $\frac{c'}{r} + \frac{n'}{\rho} = 0$ (30); donc

$$a'b''' - b'a''' = -\frac{c}{r\rho^2}\left(\frac{2\rho'}{\rho} + \frac{r'}{r}\right) - 3\frac{n\rho'}{\rho^4};$$

puis

$$\sum (a'b''' - b'a''')^2 = \frac{1}{r^2\rho^4}\left(\frac{2\rho'}{\rho} + \frac{r'}{r}\right)^2 + 9\frac{\rho'^2}{\rho^8},$$

ou

$$\sum (a'b''' - b'a''')^2 = \left[\left(\frac{1}{\rho^3}\right)'\right]^2 + \left[\left(\frac{1}{r\rho^2}\right)'\right]^2. \quad . \quad . \quad (73)$$

Les formules (40) donnent, semblablement,

$$\sum (l'm''' - m'l''')^2 = \left[\left(\frac{1}{r^3}\right)'\right]^2 + \left[\left(\frac{1}{r^2\rho}\right)'\right]^2. \quad . \quad . \quad (74)$$

40. On peut conclure, de chacune de ces relations, une identité assez remarquable.

Reprenons les formules

$$\frac{1}{\rho^3} = (a'^2 + b'^2 + c'^2)^{\frac{3}{2}}, \quad \frac{1}{r\rho^2} = \sum (bc' - cb')\, a''.$$

Il en résulte :

$$\left(\frac{1}{\rho^3}\right)' = 3\,(a'^2 + b'^2 + c'^2)^{\frac{1}{2}}(a'a'' + b'b'' + c'c''),$$

$$\left(\frac{1}{r\rho^2}\right)' = \sum (bc' - cb')\, a'''.$$

L'égalité (73) se transforme donc ainsi :

$$\sum (a'b''' - b'a''')^2 = 9\sum a'^2\left[\sum a'a''\right]^2 + \left[\sum (bc' - cb')\, a'''\right]^2. \quad (73)\,(*)$$

(*) 1° Si l'on substitue $3\Sigma a'a''$ à $-\Sigma aa'''$ (39), et qu'en même temps, pour l'homogénéité, on multiplie le premier membre par Σa^2, on trouve l'*identité*

$$\sum a^2 \sum (a'b''' - b'a''')^2 = \sum a'^2\left[\sum aa'''\right]^2 + \left[\sum (bc' - cb')\, a'''\right]^2, \quad . \quad (A)$$

On obtient, de même,

$$\sum(l'm''' - m'l''')^2 = 9\sum l'^2\left[\sum l'l''\right]^2 + \left[\sum(m'n'' - n'm'')\,l'''\right]^2. \quad (76)$$

41. Pour terminer ce Chapitre, nous chercherons encore $\sum a'''^2$.

On a trouvé

$$\sum(a'b''' - b'a''')^2 = \left[\left(\frac{1}{\rho^3}\right)'\right]^2 + \left[\left(\frac{1}{r\rho^2}\right)'\right]^2. \quad . \quad . \quad (73)$$

Mais, *identiquement*,

$$\sum(a'b''' - b'a''')^2 = \sum a'^2\sum a'''^2 - \left[\sum a'a'''\right]^2.$$

Ainsi déjà

$$\sum a'^2\sum a'''^2 = \left[\sum a'a'''\right]^2 + \left[\left(\frac{1}{\rho^3}\right)'\right]^2 + \left[\left(\frac{1}{r\rho^2}\right)'\right]^2.$$

dans laquelle *les neuf quantités a, b, c, a', b', c', a''', b''', c''' sont assujetties à la seule condition :* $aa' + bb' + cc' = 0$.

Soient, par exemple :

$$a=2,\ b=3,\ c=4;\quad a'=4,\ b'=4,\ c'=-5;\quad a'''=1,\ b'''=2,\ c'''=3.$$

On doit avoir

$$(2^2 + 3^2 + 4^2)(4^2 + 22^2 + 17^2) = (4^2 + 4^2 + 5^2)\,20^2 + 9^2,$$

ou

$$29.789 = 57.400 + 81 = 22\,881;$$

ce qui est exact.

2° Comme

$$\sum(a'b''' - b'a''')^2 = \sum a'^2.\sum a'''^2 - \left[\sum a'a'''\right]^2,$$

on peut écrire, au lieu de (A) :

$$\sum a^2\sum a'^2\sum a'''^2 = \sum a^2\left[\sum a'a'''\right]^2 + \sum a'^2\left[\sum aa'''\right]^2 + \left[\sum(bc' - cb')a'''\right]^2. \quad (B)$$

3° De la relation $aa' + bb' + cc' = 0$, on conclut :

$$\begin{aligned}\sum a^2\left[\sum a'a'''\right]^2 + \sum a'^2\left[\sum aa'''\right]^2 = &\left[a\sum a'a''' + a'\sum aa'''\right]^2\\ &+\left[b\sum a'a''' + b'\sum aa'''\right]^2\\ &+\left[c\sum a'a''' + c'\sum aa'''\right]^2;\end{aligned}$$

D'un autre côté, la formule

$$\sum a'a'' = -\frac{\rho'}{\rho^3} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (59)$$

donne

$$\sum a'a''' = -\sum a''^2 - \frac{\rho\rho'' - 3\rho'^2}{\rho^4},$$

ou (**34**)

$$\sum a'a''' = -\frac{\rho''}{\rho^5} - \frac{1}{\rho^2 L^2} + 2\frac{\rho'^2}{\rho^4}. \quad \ldots\ldots \quad (77)$$

A cause de $\sum a'^2 = \frac{1}{\rho^2}$, l'équation ci-dessus devient donc

$$\sum a'''^2 = \frac{1}{\rho^6}\left[\rho\rho'' + \frac{\rho^2}{L^2} - 2\rho'^2\right]^2 + \rho^2\left\{\left[\left(\frac{1}{\rho^3}\right)'\right]^2 + \left[\left(\frac{1}{r\rho^2}\right)'\right]^2\right\};$$

puis

$$\left.\begin{aligned} \sum a^2 \sum a'^2 \sum a'''^2 = &\left[a\sum a'a''' + a'\sum aa'''\right]^2 \\ &+ \left[b\sum a'a''' + b'\sum aa'''\right]^2 \\ &+ \left[c\sum a'a''' + c'\sum aa'''\right]^2 \\ &+ \left[\sum (bc' - cb')\, a'''\right]^2; \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots \quad (C)$$

4° Pour satisfaire à la condition donnée, il suffit de prendre

$$a' = b\gamma - c\beta, \quad b' = c\alpha - a\gamma, \quad c' = a\beta - b\alpha.$$

Au moyen de ces valeurs, l'égalité (C) devient, par un changement de notation,

$$\left.\begin{aligned} \sum a^2 \sum (b\gamma - c\beta)^2 \sum f^2 = &\left[a\sum f(b\gamma - c\beta) + (b\gamma - c\beta)\sum af\right]^2 \\ &+ \left[b\sum f(b\gamma - c\beta) + (c\alpha - a\gamma)\sum af\right]^2 \\ &+ \left[c\sum f(b\gamma - c\beta) + (a\beta - b\alpha)\sum af\right]^2 \\ &+ \left[\sum af\sum a\alpha - \sum \alpha f\sum a^2\right]^2 \end{aligned}\right\}. \quad (D)$$

5° Les identités (A), (B), (C), (D) peuvent être utiles dans l'Analyse indéterminée. Ainsi, les deux dernières permettent de *décomposer, en quatre carrés, le produit de trois facteurs égaux, chacun, à la somme de trois carrés.*

Par exemple, en conservant les valeurs ci-dessus :

$$(2^2 + 3^2 + 4^2)(4^2 + 4^2 + 5^2)(1^2 + 2^2 + 3^2) = 74^2 + 71^2 + 112^2 + 9^2.$$

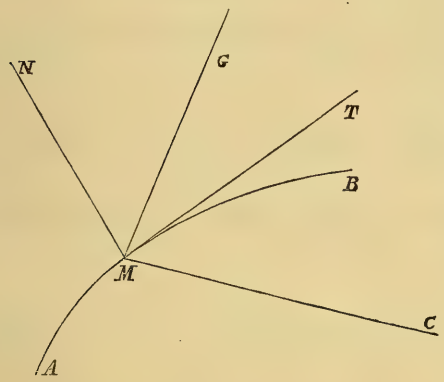
ou, plus simplement,

$$\sum a''^2 = \frac{1}{\rho^2}\left[\frac{1}{\mathrm{I}^2} - \rho\left(\frac{1}{\rho}\right)''\right]^2 + \rho^2\left\{\left[\left(\frac{1}{\rho^3}\right)'\right] + \left[\left(\frac{1}{r\rho^2}\right)'\right]^2\right\}. \quad (78)$$

VII. Plan rectifiant, surface rectifiante, etc.

42. Définitions. Quand le point mobile M (fig. 8) décrit la courbe AMB, le plan NMT enveloppe une développable S, sur laquelle AMB est située tout entière. D'après une propriété connue (*), cette courbe AMB est une *ligne géodésique* de S, c'est-à-dire que, *dans le développement de* S, *la transformée de* AMB *est rectiligne*. A raison de cette propriété, le plan NMT porte, depuis Lancret, le nom de *plan rectifiant* (**9**) : la *droite rectifiante* est la génératrice de la *surface rectifiante* S, ou *l'intersection de deux plans rectifiants consécutifs*.

Fig. 8.



43. Remarques. I. Supposons que la surface S soit développée sur le plan NMT. La *transformée* de AMB est une droite ayant, avec MT, un élément commun (**) : *cette transformée est* donc *la tangente* MT.

(*) Théorème. *Toute ligne géodésique a son plan osculateur normal à la surface; et réciproquement.*

Dans le cas des surfaces développables, ce théorème résulte, immédiatement, de la relation $\frac{\cos\theta}{\rho} = \frac{1}{\rho_1}$, que j'ai donnée il y a trente-deux ans (*Comptes-rendus*, tome XVII). Pour l'étendre à une surface quelconque Σ, il suffit de remplacer celle-ci par la développable circonscrite suivant la ligne considérée (*Mélanges mathématiques*, p. 55).

(**) *Traité élémentaire de Géométrie descriptive*, seconde partie, pp. 5 et suiv.

II. *La rectifiante* MG *est,* d'après la dernière définition, *perpendiculaire à deux rayons de courbure consécutifs.* On verra que *le lieu de ces rayons est une surface gauche.* Donc *la rectifiante est parallèle à la plus courte distance de deux rayons consécutifs.*

44. Équations de la rectifiante. D'après les relations (22), l'équation (15) du plan rectifiant est

$$a'(X-x)+b'(Y-y)+c'(Z-z)=0. \quad . \quad . \quad (79)$$

La rectifiante MG est représentée par le système de cette équation et de l'équation dérivée (*); savoir :

$$a''(X-x)+b''(Y-y)+c''(Z-z)=0 \quad . \quad . \quad (80)\,(**)$$

Au lieu de ces équations, on peut employer les proportions suivantes, qui en sont une conséquence :

$$\frac{X-x}{b'c''-c'b''}=\frac{Y-y}{c'a''-a'c''}=\frac{Z-z}{a'b''-b'c''}. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (81)$$

45. Direction de la rectifiante. Si p, q, r sont les cosinus directifs de cette ligne :

$$\frac{p}{b'c''-c'b''}=\frac{q}{c'a''-a'c''}=\frac{r}{a'b''-b'a''}=\pm\frac{1}{\sqrt{(b'c''-c'b'')^2}};$$

ou, par les formules (39), (62) :

$$\frac{p}{L}=\frac{a}{r}+\frac{l}{\rho}, \quad \frac{q}{L}=\frac{b}{r}+\frac{m}{\rho}, \quad \frac{r}{L}=\frac{c}{r}+\frac{n}{\rho}; \quad . \quad . \quad (82)$$

(*) *Cours d'Analyse de l'Université de Liége,* p. 502.

(**) On ne doit pas oublier que

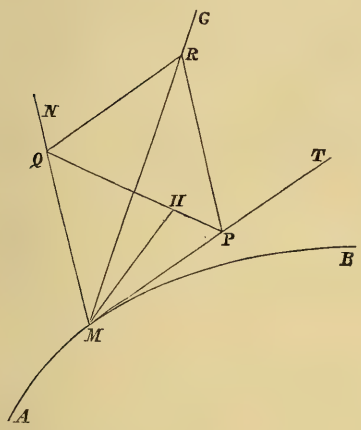
$$a'\frac{dx}{ds}+b'\frac{dy}{ds}+c'\frac{dz}{ds}=a'a+b'b+c'c=0.$$

ou encore

$$\frac{r\rho}{L}p = \rho a + rl, \quad \frac{r\rho}{L}q = \rho b + rm, \quad \frac{r\rho}{L}r = \rho c + rn. \qquad (83)$$

D'après ces formules, si l'on prend, sur la tangente MT et sur la binormale MN (fig. 9), $MP = \rho$, $MQ = r$ (*), et que l'on achève le rectangle MPRQ, on aura $MR = \frac{r\rho}{L}$. De plus, MR *est la direction de la rectifiante* MG. Enfin, H étant l'angle de MG avec MT :

Fig. 9.



$$\left.\begin{aligned} \cos H &= \frac{L}{r}, \\ \sin H &= \frac{L}{\rho}, \\ \operatorname{tg} H &= \frac{r}{\rho}. \end{aligned}\right\} \text{(**)}. \qquad (84)$$

46. Remarques. I. Si l'on convient de prendre L positivement, l'angle H est *aigu* ou *obtus*, selon que r est *positif* ou *négatif*.

(*) Quand le rayon r est négatif, la distance MQ doit être portée sur le prolongement de MN.

(**) La dernière formule et les propriétés de la surface rectifiante donnent lieu à la remarque suivante :

Soit, sur une surface S, AMB une ligne géodésique, ayant MT pour tangente. Soit MG une génératrice de la développable Σ, circonscrite à S suivant AMB; ou, ce qui est équivalent, une rectifiante de AMB. Soient enfin ρ, r les rayons de courbure et de torsion de AMB, au point M. On a

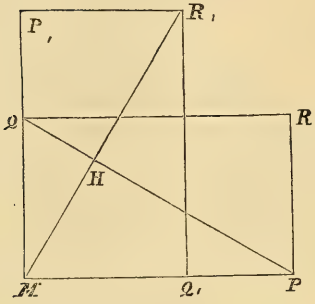
$$\operatorname{tg} TMG = \frac{r}{\rho}.$$

Si d'ailleurs, au moyen des données du problème, on évalue tg TMG, on aura, sous une nouvelle forme, l'*équation des lignes géodésiques*.

Ajoutons que, d'après la théorie de Charles Dupin, MT et MG sont deux *tangentes conjuguées*.

II. La droite MH, perpendiculaire à la diagonale PQ, représente L (**22**, I). En outre, les angles QMH, RMP sont égaux entre eux.

Fig. 10.



III. La hauteur MH (fig. 10) est située sur la diagonale MR_1 du rectangle $MP_1R_1Q_1$, égal à MPRQ, et, pour ainsi dire, *conjugué* de MPRQ. Si p_1, q_1, r_1 sont les cosinus directifs de MH ou MR_1, on a donc, sans nouveaux calculs, et par un simple échange de lettres :

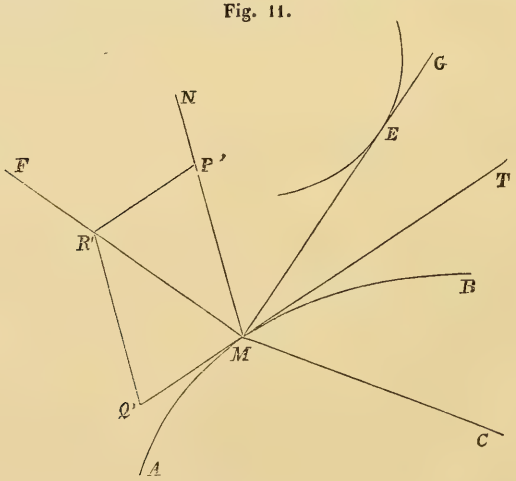
$$\frac{p_1}{L}=\frac{a}{\rho}+\frac{l}{r},\quad \frac{q_1}{L}=\frac{b}{\rho}+\frac{m}{r},\quad \frac{r_1}{L}=\frac{c}{\rho}+\frac{n}{r}. \quad . \quad . \quad (85)$$

IV. Au moyen des valeurs (84), on peut écrire ainsi les formules (82) et (85) :

$$p=a\cos H+l\sin H,\ q=b\cos H+m\sin H,\ r=c\cos H+n\sin H, \quad (86)$$
$$p_1=a\sin H+l\cos H,\ q_1=b\sin H+m\cos H,\ r_1=c\sin H+n\cos H. \quad (87)$$

V. Si, dans le plan rectifiant, on élève MF perpendiculaire à

Fig. 11.



MG (fig. 11), cette droite MF, *tangente à une trajectoire orthogo-*

nale des génératrices de la surface rectifiante, fait, avec les trois axes, des angles dont les cosinus sont proportionnels à f', g', h'. En effet, ces dérivées satisfont aux conditions

$$\sum ff' = 0, \quad \sum pf' = 0 \text{ (*)}.$$

Les cosinus dont il s'agit ont donc pour valeur Lf', Lg', Lh'.

VI. La même conclusion ressort des formules (36). En effet, en les écrivant ainsi :

$$\rho rf' = \rho l - ra, \quad \rho rg' = \rho m - rb, \quad \rho rh' = \rho n - rc;$$

on voit que, si l'on prend $MQ' = r$, $MP' = \rho$, la diagonale MR' du rectangle MP'Q'R' fait, avec les axes, des angles dont les cosinus sont proportionnels à f', g', h'; etc.

VII. D'après la Remarque II, la binormale MN est bissectrice de l'angle HMF.

47. Enveloppe de la rectifiante. Reprenons les équations

$$a'(X - x) + b'(Y - y) + c'(Z - z) = 0, \quad . \quad . \quad (79)$$
$$a''(X - x) + b''(Y - y) + c'(Z - z) = 0; \quad . \quad . \quad (80)$$

et joignons-y la dérivée de la seconde; savoir (58) :

$$a'''(X - x) + b'''(Y - y) + c'''(Z - z) = -\frac{1}{\rho^2}. \quad . \quad (88)$$

Le système de ces trois équations représente *le point d'intersection de deux rectifiantes consécutives* (**), ou *le point commun à la rectifiante* MG *et à l'enveloppe de celle-ci*, ou enfin *le point* E *de l'arête de rebroussement de la rectifiante, correspondant au point* M *de la courbe donnée.*

(*) Celle-ci résulte de ce que MG est perpendiculaire à deux rayons de courbure consécutifs (42, II).

(**) Si j'emploie cette expression, consacrée par l'usage, c'est afin d'abréger. En réalité, *deux génératrices d'une surface développable, aussi voisines qu'on le veut, ne se coupent généralement pas* (*Traité élémentaire de Géométrie descriptive*, seconde partie).

Des équations (79), (80), on tire, comme ci-dessus,

$$\frac{X-x}{b'c''-c'b''}=\frac{Y-y}{c'a''-a'c''}=\frac{Z-z}{a'b''-b'a''}. \quad . \quad . \quad (81)$$

Soit δ la distance ME : d'après les dernières proportions et l'une des formules (62), chacun des trois rapports égale $\rho^2 L\delta$.

En vertu de l'équation (88), la valeur commune de ces rapports est aussi

$$\frac{1}{\rho^2\sum(b'c''-c'b'')a'''}=-\frac{\rho^3}{\left(\frac{\rho}{r}\right)'}. \quad . \quad . \quad . \quad (67)$$

Conséquemment,

$$\delta=-\frac{\rho}{L\left(\frac{\rho}{r}\right)'}; \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (89)$$

et, si l'on fait $\frac{\rho}{r}=\cos H=k$:

$$\delta=-\frac{\rho}{Lk'}=-\frac{\sqrt{1+k^2}}{k'}. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (90)$$

48. Remarques. I. Si l'angle H, supposé *aigu*, augmente en même temps que s, la dérivée k' est négative ; donc la distance δ, comptée dans le sens de MG, est *positive*.

II. De $H=\arccos\frac{\rho}{r}$, on tire $H'=-\frac{L^2}{\rho^2}\left(\frac{\rho}{r}\right)'$; puis

$$H'\delta=\frac{L}{\rho}, \quad H'=\frac{\sin H}{\delta}. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (91)$$

49. Théorème de M. Bertrand : *Quand le rapport des deux courbures est constant, la courbe est une hélice, tracée sur un certain cylindre* (*).

En effet, $k=const.$ donne $\delta=\pm\infty$: *la surface rectifiante est cylindrique.* En outre, à cause de $tg\,H=\frac{1}{k}$, *la tangente* MT *fait, avec les génératrices, un angle constant : la courbe* AMB *est* donc *une hélice.*

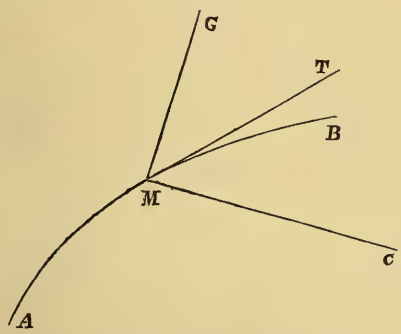
(*) *Journal de Liouville*, tome XIII, p. 423.

50. Théorème de M. Puiseux : *Si les deux courbures sont constantes, la courbe est une hélice, tracée sur un cylindre de révolution* (*).

D'après le théorème précédent, la courbe est une hélice. De plus, $\omega = const.$; c'est-à-dire que, *dans le cylindre rectifiant, l'angle de contingence est constant* (**) : ce cylindre est donc de révolution.

51. Surfaces a pente constante. Reprenons le cas où la courbe AMB (fig. 12) est une hélice, tracée sur un cylindre quelconque.

Fig. 12.



Le lieu de la tangente MT, ou l'enveloppe du plan osculateur PMC, *est* alors *un héliçoïde développable*. Supposons le plan horizontal perpendiculaire aux génératrices MG du cylindre. Dans le plan TMC, tangent à l'héliçoïde, TM *est une ligne de plus grande pente;* car elle est perpendiculaire à la *ligne de niveau*, MC. Il en est de même pour la droite MT, considérée comme génératrice de l'héliçoïde : donc *tout héliçoïde développable est une surface à pente constante* (***).

52. Angle de deux rectifiantes consécutives. Nous avons trouvé

$$p = a\cos H + l\sin H,\ q = b\cos H + m\sin H,\ r = c\cos H + n\sin H. \quad (92)$$

Soit V l'angle infiniment petit cherché : $V^2 = dp^2 + dq^2 + dr^2$, ou

$$\left(\frac{V}{ds}\right)^2 = p'^2 + q'^2 + r'^2.$$

(*) *Journal de Liouville*, tome VII, p. 65.

(**) Pour abréger, j'appelle *angle de contingence d'un cylindre*, l'angle de contingence de la section droite.

(***) La réciproque est vraie (*Remarques sur la théorie des courbes et des surfaces*, IV).

Or,

$$p' = (a' \cos H + l' \sin H) + (l \cos H - a \sin H) H' ;$$

ou, parce que le premier binôme est nul (30), (84) :

$$p' = (l \cos H - a \sin H) H'.$$

La quantité entre parenthèses égale $L\left(\frac{l}{r} - \frac{a}{\rho}\right) = Lf'$; donc

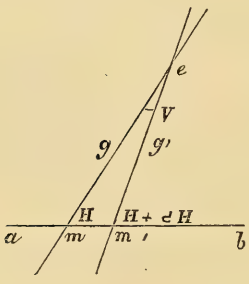
$$p' = LH'f', \quad q' = LH'g', \quad r' = LH'h' ; \quad . \quad . \quad . \quad (93)$$

puis, à cause de $L = + \frac{1}{\sqrt{f'^2 + g'^2 + h'^2}}$:

$$V = H'ds = dH \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (94)$$

Ainsi, *l'angle infiniment petit, formé par deux rectifiantes consécutives, est égal à l'accroissement de l'angle* H. Ce résultat du calcul est évident si l'on considère, dans le développement de la surface rectifiante, la *transformée rectiligne* de AMB (fig. 13), et les transformées de deux génératrices consécutives. En outre, on voit que $\delta = me = \frac{\sin H}{H'} = -\frac{\sqrt{1+k^2}}{k'}$, quantité positive si l'angle H, supposé aigu, croît avec s (**46**, I).

Fig. 13.



53. Remarques. I. Les formules (93) étant écrites ainsi :

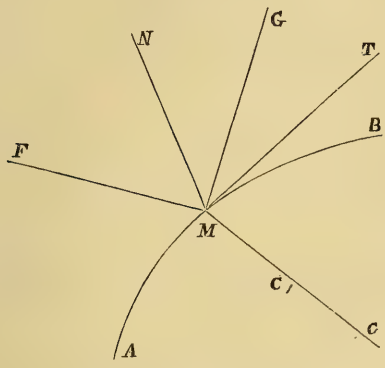
$$\frac{p'}{f'} = \frac{q'}{g'} = \frac{r'}{h'} = LH', \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (95)$$

on voit qu'elles ont quelque analogie avec celles de M. Frenet.

II. Au moyen du théorème énoncé à la fin du Chapitre I (**1**),

on peut vérifier ces proportions. En effet, le rayon MC (fig. 14) est perpendiculaire à deux génératrices consécutives ; donc les cosinus directifs de la droite MF, perpendiculaire à MG, MC, sont proportionnels à p', q', r'. De même, la génératrice MG est perpendiculaire à deux rayons consécutifs (**43**, II) ; donc les mêmes cosinus sont proportionnels à f', g', h'.

Fig. 14.



III. Enfin, d'après une remarque faite précédemment (**46**, V), ces cosinus sont

$$Lf' = \frac{p'}{H'}, \quad Lg' = \frac{q'}{H'}, \quad Lh' = \frac{r'}{H'}. \quad . \quad . \quad . \quad (96)$$

54. Sections principales de la surface rectifiante. Dans toute surface développable, les lignes de courbure sont les génératrices et leurs trajectoires orthogonales. D'ailleurs, les *sections normales principales* d'une surface quelconque sont tangentes aux lignes de courbure. Dans le cas actuel, les plans des sections principales sont donc GMC, FMC (fig. 14).

Pour calculer le rayon de courbure de la section FMC, il suffit d'observer que, d'après le théorème d'Euler, exprimé par l'équation

$$\frac{1}{\rho} = \frac{1}{R_1}\cos^2\varphi + \frac{1}{R_2}\sin^2\varphi,$$

on a (R_2 étant infini) :

$$\frac{1}{\rho} = \frac{1}{R_1}\cos^2\varphi = \frac{1}{R_1}\cos^2 FMT = \frac{1}{R_1}\sin^2 H,$$

ou

$$R_1 = \rho \sin^2 H = \frac{L^2}{\rho} = H'\partial L. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (97)$$

Ainsi, le centre de courbure de la section principale FMC est

un point C_1 que l'on obtient en prenant sur MC, à partir de M, une distance MC_1, troisième proportionnelle à MC et L (*).

55. Remarque. Le rayon de courbure de la section normale NMC serait donné par la formule

$$\frac{1}{N_1} = \frac{1}{R_1}\cos^2 H = \frac{\rho}{L^2}\frac{L^2}{r^2},$$

ou

$$N_1 = \frac{r^2}{\rho}. \quad \ldots\ldots\ldots \quad (98)$$

56. Élément de l'enveloppe C_1 des rectifiantes. Les coordonnées du point E (fig. 11) sont (**47**) :

$$X = x + p\delta, \quad Y = y + q\delta, \quad Z = z + r\delta;$$

ou, en vertu des formules (82) et (90) :

$$X = x - \frac{1}{k'}(ak + l), \quad Y = y - \frac{1}{k'}(bk + m), \quad Z = z - \frac{1}{k'}(ck + n).$$

La dérivée de X est

$$X' = a - \frac{1}{k'}(ak' + ka' + l') + \frac{k''}{k'^2}(ak + l).$$

Et comme la somme des quatre premiers termes est nulle (30) :

$$X' = \frac{k''}{k'^2}(ak + l) = \rho\frac{k''}{k'^2}\left(\frac{a}{r} + \frac{l}{\rho}\right) = \frac{\rho}{L}\frac{k''}{k'^2}p = \frac{1}{\sin H}\cdot\frac{k''}{k'^2}p.$$

Ainsi

$$X' = \frac{1}{\sin H}\frac{k''}{k'^2}p, \quad Y' = \frac{1}{\sin H}\frac{k''}{k'^2}q, \quad Z' = \frac{1}{\sin H}\frac{k''}{k'^2}r. \quad (99)$$

Ces valeurs prouvent que l'élément cherché est donné par la formule

$$ds_1 = \sqrt{1 + k^2}\,\frac{k''}{k'^2}\,ds. \quad \ldots\ldots \quad (100)$$

(*) Dans le Mémoire de M. Saint-Venant, cette proposition est démontrée au moyen de considérations infinitésimales qui ne me paraissent pas suffisamment convaincantes.

57. Remarques. I. δ' désignant la dérivée de δ, on a, par la formule (90) :

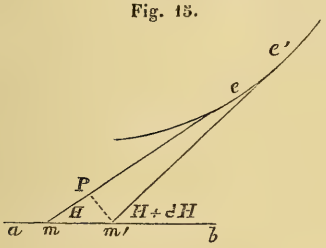
$$\delta' = -\frac{k}{\sqrt{1+k^2}} + \frac{k''}{k'^2}\sqrt{1+k^2};$$

donc

$$s_1' = \delta' + \cos H. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (101)$$

II. Cette valeur se vérifie très-aisément par la Géométrie. Soient, comme ci-dessus (**52**), *ab*, *me*, *m'e'* les *transformées* de la courbe AB et de deux rectifiantes consécutives; de manière que $me = \delta$, $m'e' = \delta + d\delta$, $ee' = ds_1$ (fig. 15).

Fig. 15.



Abaissant m'P perpendiculaire sur *me*, l'on a

$$\delta + ds_1 = m\mathrm{P} + \mathrm{P}e' = ds\cos H + \mathrm{P}e'.$$

L'angle P$e'm'$ est infiniment petit; donc la différence entre $m'e'$ et sa projection Pe' est du deuxième ordre; en sorte que l'égalité se réduit à

$$ds_1 = ds\cos H + d\delta,$$

ou

$$s_1' = \cos H + \delta'.$$

58. Rayon de courbure de l'enveloppe C_1. Ce rayon est donné par la formule

$$\rho_1 = \frac{ds_1}{\varepsilon_1} = \frac{\cos H + \delta'}{H'}; \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (102)$$

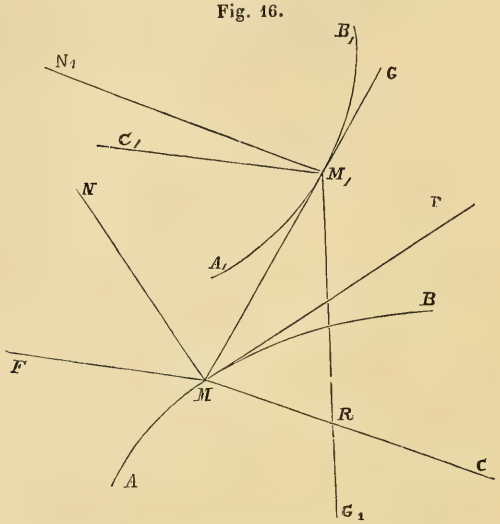
à cause des valeurs (101) et (94).

59. Rayon de torsion. *Le plan rectifiant de la courbe donnée*, C, *est osculateur à l'enveloppe* C_1. Par conséquent, l'angle η_1, relatif à la courbe C_1, ne diffère pas de $\omega = \frac{ds}{L}$. On a donc, en désignant par r_1 le rayon de torsion cherché,

$$r_1 = \frac{ds_1}{\eta_1} = Ls_1' = L(\cos H + \delta'). \quad . \quad . \quad . \quad (103)$$

60. Remarque. Conservons les notations employées dans la figure 14. Soient, en outre (fig. 16), M_1C_1 la normale princi-

Fig. 16.



pale à l'enveloppe C_1 de la rectifiante MG_1, et M_1N_1 la binormale à cette courbe C_1. Le plan osculateur est GMF; donc M_1C_1 *est parallèle* à MF, M_1N_1 *est parallèle* à MC. Par suite, *le plan rectifiant* de C_1 *est* GMC, et *la rectifiante* de C_1 *est une droite* M_1G_1 *qui rencontre*, en un certain point R, *le rayon* MC.

61. Direction de la nouvelle rectifiante. Soit H_1 l'angle de M_1G_1 avec la *tangente* M_1M. On a

$$\operatorname{tg} H_1 = \frac{MR}{M_1M} = \frac{MR}{\delta}.$$

D'un autre côté, les formules (84), (102), (103) et (91) donnent

$$\operatorname{tg} H_1 = \frac{r_1}{\rho_1} = LH' = \frac{L^2}{\rho\delta}.$$

Ainsi

$$MR = \frac{L^2}{\rho} = \Delta. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (104)$$

Cette expression est précisément celle que nous avons trouvée

pour le rayon R_1 de la *section principale* FMC (97) : *le point* R *est* donc *le centre de courbure de cette section* (*).

(*) Le plan GMC, perpendiculaire à MF, a pour équation (53, II) :

$$f'(X-x)+g'(Y-y)+h'(Z-z)=0.$$

De là résulte que les cosinus directifs de M_1G_1 sont proportionnels aux binômes

$$g'h''-h'g'',\quad h'f''-f'h'',\quad f'g''-g'f''.$$

Or (19) :

$$g'=\frac{m}{r}-\frac{b}{\rho},\qquad h'=\frac{n}{r}-\frac{c}{\rho};$$

donc (17) :

$$g''=\left(\frac{m'}{r}-\frac{b'}{\rho}\right)-\left(\frac{m}{r^2}r'-\frac{b}{\rho^2}\rho'\right)=-\frac{g}{L^2}+\left(\frac{b}{\rho^2}\rho'-\frac{m}{r^2}r'\right),$$

$$h''=-\frac{h}{L^2}+\left(\frac{c}{\rho^2}\rho'-\frac{n}{r^2}r'\right);$$

puis

$$g'h''-h'g''=\left(\frac{m}{r}-\frac{b}{\rho}\right)\left(\frac{c}{\rho^2}\rho'-\frac{n}{r^2}r'\right)-\left(\frac{n}{r}-\frac{c}{\rho}\right)\left(\frac{b}{\rho^2}\rho'-\frac{m}{r^2}r'\right)$$
$$+\frac{g}{L^2}\left(\frac{n}{r}-\frac{c}{\rho}\right)-\frac{h}{L^2}\left(\frac{m}{r}-\frac{b}{\rho}\right)$$
$$=(mc-nb)\left(\frac{\rho'}{r\rho^2}-\frac{r'}{\rho r^2}\right)+\frac{gn-hm}{L^2r}+\frac{bh-cg}{L^2\rho};$$

ou, par les formules (11), (82), (89), (104) :

$$g'h''-h'g''=\frac{f}{r^2\rho^2}(r\rho'-\rho r')+\frac{1}{L^2}\left(\frac{a}{r}+\frac{l}{\rho}\right)$$
$$=-\frac{f}{\rho L\delta}+\frac{p}{L^3}=\frac{p\rho\delta-L^2f}{L^3\rho\delta}=\frac{p\delta-f\Delta}{L^3\delta}.$$

Les équations de la droite M_1G_1 sont donc

$$\frac{X-x-p\delta}{f\Delta-p\delta}=\frac{Y-y-q\delta}{g\Delta-q\delta}=\frac{Z-z-r\delta}{h\Delta-r\delta}.$$

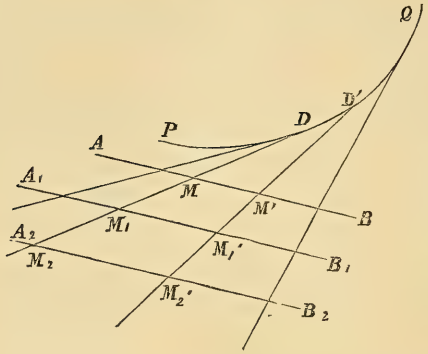
Elles sont vérifiées par

$$X=x+f\Delta,\quad Y=y+g\Delta,\quad Z=z+h\Delta;$$

ainsi la nouvelle rectifiante (ou plutôt *rectifiante secondaire*) passe par le point R; comme on l'a vu ci-dessus.

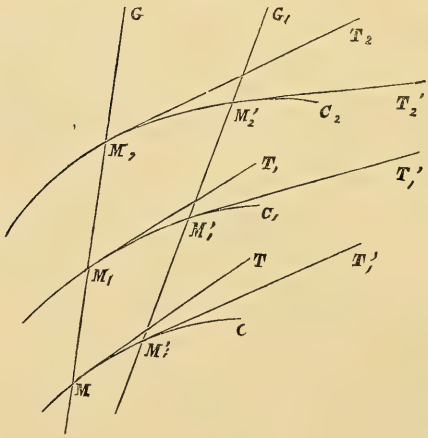
62. Développement de la surface rectifiante. Ce développement étant supposé effectué dans le plan de la figure 17; soient : PQ la transformée de l'arête de rebroussement, C_1 ; AB, la transformée de la courbe donnée, C; MD, M'D', ... les transformées des rectifiantes. Traçons les droites A_1B_1, A_2B_2,..., parallèles à AB; puis enroulons le plan sur la surface rectifiante.

Fig. 17.



Les distances DM, DM_1,... ne changent pas, non plus que les angles en M, M_1, ... Par conséquent (fig. 18), les courbes C, C_1, C_2, ... tracées sur la surface rectifiante déterminée par la courbe C, jouissent des propriétés suivantes :

Fig. 18.



1° *Les tangentes* MT, M_1T_1, M_2T_2,... *aux points correspondants, sont parallèles et situées dans le plan rectifiant commun;*

2° *Aux points correspondants, les angles de contingence sont égaux entre eux, ainsi que les angles de torsion;*

3° *En ces mêmes points, les binormales sont parallèles entre elles, ainsi que les normales principales* (*).

(*) On voit que les courbes C, C_1, C_2, ..., *à transformées rectilignes parallèles,* ont quelque analogie avec les lignes appelées *courbes parallèles.* On

63. Rayons des courbes C, C_1, C_2,... 1° Les éléments de ces lignes sont (fig. 17) :

$$MM' = ds, \quad M_1M_1' = ds_1, \quad M_2M_2' = ds_2 \cdots$$

En faisant $MD = \delta$, $M_1D = \delta_1$, $M_2D = \delta_2$, ... on a, par la similitude des triangles :

$$\frac{ds}{\delta} = \frac{ds_1}{\delta_1} = \frac{ds_2}{\delta_2} = \cdots$$

D'un autre côté (**62**, 20) :

$$\varepsilon = \frac{ds}{\rho} = \frac{ds_1}{\rho_1} = \frac{ds_2}{\rho_2} = \cdots, \quad \eta = \frac{ds}{r} = \frac{ds_1}{r_1} = \frac{ds_2}{r_2} = \cdots;$$

donc

$$\frac{\rho}{\delta} = \frac{\rho_1}{\delta_1} = \frac{\rho_2}{\delta_2} = \cdots, \quad \frac{r}{\delta} = \frac{r_1}{\delta_1} = \frac{r_2}{\delta_2} = \cdots$$

Ainsi, *aux points correspondants* M, M_1, M_2, ... *les rayons de courbure sont comme les distances* MD, M_1D, M_2D, ... ; *et la même proportionnalité subsiste pour les rayons de torsion.*

2° Les proportions précédentes entraînent celles-ci :

$$\frac{\delta}{L} = \frac{\delta_1}{L_1} = \frac{\delta_2}{L_2} = \cdots$$

3° Faisons, comme ci-dessus (**60**), $\Delta = \frac{L_2}{\rho}$; et soient, par analogie :

$$\Delta_1 = \frac{L_1^2}{\rho_1}, \quad \Delta_2 = \frac{L_2^2}{\rho_2}, \cdots;$$

nous aurons

$$\frac{\Delta}{\Delta_1} = \left(\frac{L}{L_1}\right)^2 \frac{\rho_1}{\rho} = \left(\frac{\delta}{\delta_1}\right)^2 \frac{\delta_1}{\delta};$$

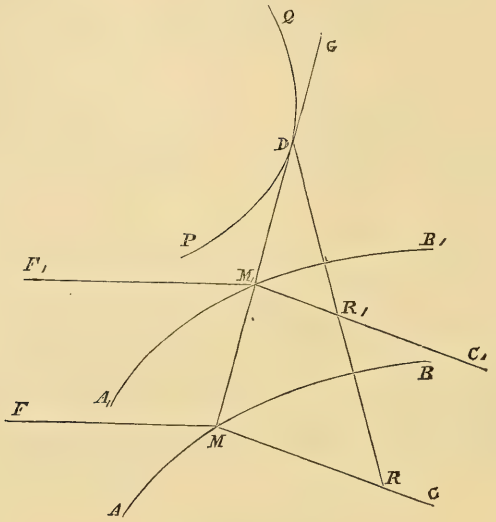
sait que celles-ci peuvent être considérées comme des *trajectoires orthogonales d'un plan mobile.* Pour rendre l'analogie plus grande, imaginons (fig. 18) le plan P mené par GM, perpendiculairement au plan rectifiant GMT (c'est le plan GMC, considéré ci-dessus). Alors *les courbes* C, C_1, C_2, ... *coupent le plan mobile* P *sous un même angle, qui dépend seulement de la position de* P.

ou

$$\frac{\Delta}{\delta} = \frac{\Delta_1}{\delta_1} = \frac{\Delta_2}{\delta_2} = \cdots$$

Par conséquent (fig. 19), *le lieu des centres de courbure des*

Fig. 19.



sections principales FMC, $F_1M_1C_1$, ... *de la surface rectifiante, est la rectifiante secondaire* DR_1R (*).

VIII Surface polaire. — Sphère osculatrice. — Lieu des centres de courbure.

64. Surface polaire. Cette surface est le *lieu des axes* (**) *des cercles osculateurs* à la courbe donnée, ou l'*enveloppe des plans*

(*) Cette propriété est une conséquence de celles qui ont été établies dans les nos **60** et **62**.

(**) Nommés aussi *droites polaires*.

normaux. Une génératrice quelconque (c'est-à-dire l'axe du cercle osculateur) est donc représentée par

$$a(X-x)+b(Y-y)+c(Z-z)=0, \quad . \quad . \quad (12)$$
$$a'(X-x)+b'(Y-y)+c'(Z-z)=1. \quad . \quad . \quad (105)$$

Si, avec ces équations, on prend encore la dérivée de la seconde, savoir :

$$a''(X-x)+b''(Y-y)+c''(Z-z)=0, \quad . \quad . \quad (80)$$

le système de ces trois équations appartient à l'*arête de rebroussement de la surface polaire.*

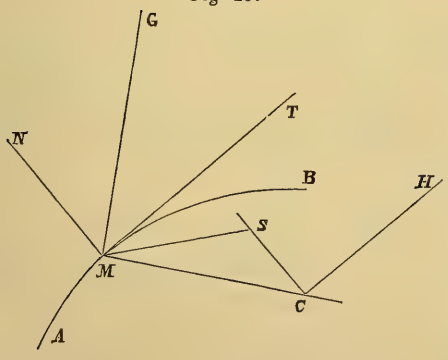
65. Sphère osculatrice. Si l'on fait passer une sphère par le point M et par trois autres points M', M'', M''' de la courbe donnée; puis que l'on fasse tendre ceux-ci vers M, la sphère variable devient, à la limite, la *sphère osculatrice* S, déterminée par les équations

$$(X-x)^2+(Y-y)^2+(Z-z)^2=R^2\ (*). \quad . \quad . \quad (106)$$

et ses trois premières dérivées :

$$a\ (X-x)+b\ (Y-y)+c\ (Z-z)=0,$$
$$a'\ (X-x)+b'\ (Y-y)+c'\ (Z-z)=1,$$
$$a''(X-x)+b''(Y-y)+c''(Z-z)=0.$$

Fig. 20.



Ces équations dérivées sont celles qui déterminent le point S (fig. 20) où la droite polaire CS touche son enveloppe (**64**); donc *le centre de la sphère osculatrice coïncide avec le point* S *de l'arête de rebroussement de la surface polaire.*

(*) Dans cette équation, X, Y, Z représentent les coordonnées du centre.

66. Remarque. I. L'équation (12) représente le plan normal NMC, et l'équation (105), un plan SCH parallèle au plan rectifiant NMT ; donc *la droite polaire* CS *est parallèle à la binormale* MN (*).

II. Le plan P, représenté par l'équation (80), coïncide avec GMS ; car *il contient la rectifiante* MG (**64**).

67. Centre et rayon de la sphère osculatrice. Des équations (12), (80), on tire :

$$\frac{X-x}{bc''-cb''}=\frac{Y-y}{ca''-ac''}=\frac{Z-z}{ab''-ba''}. \quad . \quad . \quad (107)$$

D'après l'équation (105) et l'expression de R^2, chacun des trois rapports égale

$$\frac{1}{\sum(bc''-cb'')\,a'}=\frac{R}{\sqrt{\sum(bc''-cb'')^2}}.$$

Le premier dénominateur est $-\Delta$ (**23**); le second a pour valeur $\pm\Delta\sqrt{\rho^2+r^2\rho'^2}$ (**35**); donc

$$R=\sqrt{\rho^2+r^2\rho'^2}\,(**) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (108)$$

Quant aux équations (107), qui représentent le rayon MS, elles deviennent (**41**) :

$$X-x=\rho f+r\rho' l, \quad Y-y=\rho g+r\rho' m, \quad Z-z=\rho h+r\rho' n. \quad (109)$$

(*) Cette propriété est évidente *a priori :* l'axe CS du cercle osculateur est perpendiculaire au plan de ce cercle, c'est-à-dire parallèle à MN.

(**) Si la courbe donnée est *tracée sur une sphère*, on a donc

$$\rho^2+r^2\left(\frac{d\rho}{ds}\right)=\text{const.}$$

Cette *relation entre les deux courbures d'une ligne sphérique* me paraît devoir être attribuée à M. Saint-Venant, contrairement à l'opinion de M. Paul Serret (*Théorie nouvelle, etc.*, p. 37). Voici pourquoi : le *Mémoire sur les courbes non planes* a été publié en 1845; et les premières recherches de M. Alfred Serret, sur le même sujet, datent de 1848.

Si l'on se rappelle que f, g, h sont les cosinus directifs du rayon de courbure MC, et que l, m, n sont ceux de la droite CS, parallèle à MN, on conclut, de ces formules, $CS = r\rho'$, valeur qui s'accorde avec celle de R.

68. Élément de l'arête de rebroussement. De la première des formules (109), on tire :

$$X' = a + \rho f' + f\rho' + (r\rho')\,l' + (r\rho')'l.$$

Mais (36), (29) :

$$a + \rho f' = \frac{\rho}{r} l, \quad f = -rl' ;$$

donc

$$X' = \left[\frac{\rho}{r} + (r\rho')'\right] l, \quad Y' = \left[\frac{\rho}{r} + (r\rho')'\right] m, \quad Z' = \left[\frac{\rho}{r} + (r\rho')\right] n ; \quad (110)$$

puis, S étant l'arc de la courbe dont il s'agit,

$$S' = \frac{\rho}{r} + (r\rho')' \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (111)$$

69. Remarque. La formule (108) donne :

$$RR' = r\rho' \left[\frac{\rho}{r} + (r\rho')'\right] ;$$

par conséquent,

$$S' = \frac{RR'}{r\rho'} . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (112)$$

70. Théorème. *Si la sphère osculatrice a un rayon constant, cette sphère est fixe, et la courbe donnée y est située tout entière* (excepté seulement quand la courbure est constante).

En effet, si $R = const.$, et que ρ' ne soit pas nulle, la dernière relation donne $S' = 0$; puis $X' = 0, Y' = 0, Z' = 0$; équations d'un point fixe.

71. Lieu des centres de courbure. Les coordonnées du centre de courbure, C, sont données par les formules

$$x_2 = x + \rho f, \quad y_2 = y + \rho g, \quad z_2 = z + \rho h. \quad . \quad (113)$$

On en conclut, à cause de $a + \rho f' = \frac{\rho}{r} l$, etc. :

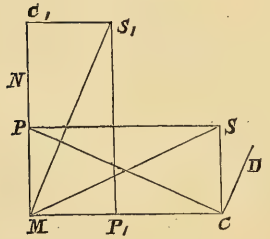
$$x_2' = \frac{\rho}{r} l + \rho' f, \quad y_2' = \frac{\rho}{r} m + \rho' g, \quad z_2' = \frac{\rho}{r} n + \rho' h; \quad (114)$$

puis

$$s_2' = \sqrt{\frac{\rho^2}{r^2} + \rho'^2} = \frac{\mathrm{R}}{r}. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (115)$$

Les cosinus directifs de *la tangente* CD (fig. 21) *au lieu des centres de courbure* sont donc

Fig. 21.



$$\left.\begin{aligned} p_2 &= \frac{1}{\mathrm{R}}(\rho l + r\rho' f), \\ q_2 &= \frac{1}{\mathrm{R}}(\rho m + r\rho' g), \\ r_2 &= \frac{1}{\mathrm{R}}(\rho n + r\rho' h). \end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad (116)$$

72. Construction de la tangente. D'après ces valeurs, si l'on construit le rectangle $MC_1S_1P_1$ (fig. 21), *conjugué* de MCSP (**46**, III), *la tangente* CD *est parallèle à la diagonale* MS_1. Ainsi :

1° *La tangente au lieu du centre de courbure est dans le plan normal ;*

2° *L'angle formé par cette droite et la binormale est égal à celui que font entre eux le rayon de courbure* MC *et le rayon* MS *de la sphère osculatrice* (*).

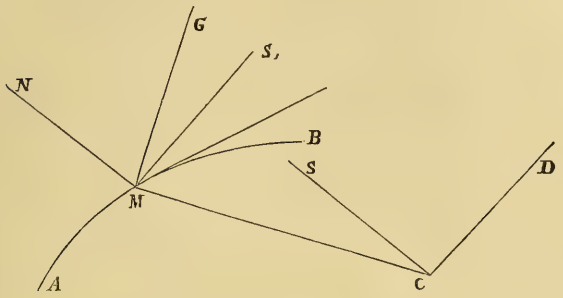
(*) Cette conclusion, évidente à l'aspect de la figure, résulte aussi des formules :

$$\cos \mathrm{DCS} = \frac{1}{\mathrm{R}} \sum l(\rho l + r\rho' f) = \frac{\rho}{\mathrm{R}},$$

$$\cos \mathrm{CMS} = \frac{1}{\mathrm{R}} \sum f(\rho f + r\rho' l) = \frac{\rho}{\mathrm{R}}.$$

73. Remarque. Soit (fig. 22) MS_1 la parallèle à la tangente CD,

Fig. 22.



parallèle située dans le plan normal NMC. On vient de trouver

$$\cos CMS = \cos SCD = \cos NMS_1 = \frac{\rho}{R}.$$

D'un autre côté, MG étant la rectifiante,

$$\cos NMG = \sin H = \frac{L}{\rho} \text{ (45)}.$$

Donc, à cause de l'angle trièdre $MNGS_1$, *rectangle* suivant MN :

$$\cos GMS_1 = \frac{L}{R};$$

valeur très-simple (*).

74. Propriétés corrélatives. Les relations entre la courbe donnée, C, et la *courbe polaire,* sont exprimées par le théorème démontré ci-dessus (**14**) :

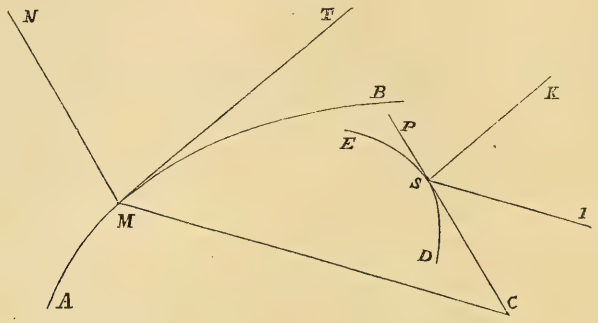
Si les tangentes d'une courbe C_1 *sont parallèles aux binormales d'une courbe* C : 1° *réciproquement, les tangentes de* C *sont parallèles aux binormales de* C_1 ; 2° *les normales principales des deux courbes sont, respectivement, parallèles ;* 3° *l'angle de torsion de chacune des courbes est égal à l'angle de contingence de l'autre.*

En effet, la tangente CSP, à la courbe polaire DSE, est paral-

(*) Ces divers résultats, sauf la construction précédente, sont tirés du Mémoire de M. Saint-Venant.

lèle à la binormale MN (fig. 25); donc DSE est la courbe *hypothétique* C_1.

Fig. 25.



Ainsi :

1° *L'angle de contingence de la courbe polaire est égal à l'angle de torsion de la courbe donnée* (*);

2° *L'angle de torsion de la courbe polaire est égal à l'angle de contingence de la courbe donnée* (*);

(*) Fourier, cité par Lancret (*Mémoires des Savants étrangers*, tome I, pp. 419 et suivantes). Ainsi que l'ont fait remarquer MM. Transon et Saint-Venant, Lancret a sans doute mal rendu la pensée de Fourier. On lit, en effet, à la page 419 du Mémoire de Lancret : « *la première flexion de la développante est égale à la seconde flexion de la développée, ..., la première flexion de la développée est égale à la seconde flexion de la développante.* » Dans cet énoncé, les expressions : *première flexion, seconde flexion, développante, développée* remplacent, respectivement : *courbure, torsion, courbe donnée, courbe polaire*. Ainsi, d'après Lancret :

$$\frac{1}{\rho}=\frac{1}{r_1},\quad \frac{1}{\rho_1}=\frac{1}{r},$$

ou

$$\rho=r_1,\quad \rho_1=r;$$

tandis que, véritablement (19) :

$$\frac{ds}{\rho}=\frac{ds_1}{r_1},\quad \frac{ds_1}{\rho_1}=\frac{ds}{r}.$$

L'erreur dans laquelle est tombé Lancret (erreur qui consiste dans l'égalité $ds_1 = ds$), provient, évidemment, de la définition, inadmissible,

3° *Les normales principales des deux courbes sont parallèles* (*).

4° *Le rectangle,* $\rho\rho_1$, *des rayons de courbure, est équivalent au rectangle,* rr_1, *des rayons de torsion* (**15**).

75. Surface polaire de la courbe polaire. Soient, comme précédemment, C la courbe donnée, et C_1 la *courbe polaire* de C, c'est-à-dire l'arête de rebroussement de la surface polaire. Soient M, M_1 deux points correspondants, respectivement situés sur C, C_1. Le plan normal à C_1, en M_1, est parallèle au plan osculateur de C, en M (**14**); donc l'intersection de deux plans normaux à C_1 est parallèle à l'intersection de deux plans osculateurs à C. Autrement dit :

La droite polaire de C_1, *et la tangente à* C, *en deux points correspondants, sont parallèles.*

76. Autres énoncés. Soit $\sum$ la développable engendrée par la tangente à C. Soient $\sum_1$ la surface polaire de C, $\sum_2$ la surface polaire de C_1, et enfin C_2 l'arête de rebroussement de $\sum_2$. La dernière proposition peut encore être énoncée de ces deux manières :

1° *Les tangentes aux courbes* C, C_2 *sont respectivement parallèles ;*

2° *Les génératrices des surfaces* $\sum$, $\sum_2$ *sont respectivement parallèles.*

77. Remarques. I. Si la ligne C est à *courbure constante* (et seulement dans ce cas), *le plan normal à* C_1 *coïncide avec le plan osculateur de* C; donc *la droite polaire de* C_1 *coïncide avec la tangente à* C; c'est-à-dire que :

La courbe polaire C_1, *d'une ligne* C *à courbure constante, est*

imprimée à la page 418 : « Ces deux flexions sont... mesurées, la pre-
» mière par l'angle que forment entre eux deux plans normaux consé-
» cutifs.... » Il est clair *qu'une quantité variable, dont la limite est zéro, ne peut servir de mesure à une quantité constante, finie.*

(*) M. Lemonnier (*Nouvelles Annales de Mathématiques*, t. IV, p. 612).

le lieu des centres de courbure de C; *et la courbe polaire de* C_1 *est* C.

II. Dans le même cas, le point M, de C, est à la fois sur la droite polaire de C_1 et dans le plan osculateur de C_1; donc M est le centre de courbure de C_1. Ainsi :

Le lieu des centres de courbure d'une ligne C, *à courbure constante, est une ligne* C_1, *à courbure constante; et le lieu des centres de courbure de* C_1 *est la ligne donnée* C (*).

III. Les centres C, C_1 coïncidant avec M_1, M, on a, en *valeur absolue*, $\rho_1 = \rho$; et, par conséquent (**74**, 40) : $r_1 = \frac{\rho^2}{r}$.

78. Centre de courbure de la courbe polaire. Les coordonnées de ce point sont données par les formules

$$\begin{aligned} X - x &= (\rho + \rho_1) f + r\rho' l, \\ Y - y &= (\rho + \rho_1) g + r\rho' m, \\ Z - z &= (\rho + \rho_1) h + r\rho' n, \end{aligned}$$

si les droites MC, M_1C_1 *sont dirigées dans le même sens* (**); et par les formules

$$\begin{aligned} X - x &= (\rho - \rho_1) f + r\rho' l, \\ Y - y &= (\rho - \rho_1) g + r\rho' m, \\ Z - z &= (\rho - \rho_1) h + r\rho' n, \end{aligned}$$

si ces droites sont dirigées en sens contraires. Lorsque $\rho' = 0$, les premières équations deviennent

$$X - x = 2\rho f, \quad Y - y = 2\rho g, \quad Z - z = 2\rho h.$$

Ce résultat est inadmissible, attendu que les points C_1, M doivent coïncider (**77**). Par conséquent, *le premier système est* également *inadmissible : les rayons* MC, M_1C_1 *sont dirigés en sens*

(*) Dans sa remarquable *Théorie des courbes à double courbure*, M. Paul Serret attribue ce théorème à M. Bouquet.

(**) ρ_1 est supposé *positif*.

contraires; et l'on a, en remplaçant ρ_1 par $rs'_1 = \rho + r(r\rho')'$ (**19**, **68**) :

$$\left.\begin{aligned} X - x &= r\left[\rho' l - (r\rho')' f\right], \\ Y - y &= r\left[\rho' m - (r\rho')' g\right], \\ Z - z &= r\left[\rho' n - (r\rho')' h\right] \text{ (*).} \end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad (117)$$

IX. Lieu des binormales. — Lieu des rayons de courbure, etc.

79. Lieu des binormales. On a vu (**13**) que deux binormales consécutives MN, M'N', sont perpendiculaires à la tangente MT. La première droite est perpendiculaire au plan osculateur en M; et la seconde, perpendiculaire au plan osculateur en M'. Conséquemment, *le lieu des binormales est,* en général, *une surface gauche.*

De plus, la tangente MT pouvant être regardée comme la perpendiculaire à MN, M'N', *la ligne de striction, du lieu des binormales, est la courbe donnée* (**).

80. Lieu des rayons de courbure (ou des normales principales). Ce lieu est aussi une surface gauche.

En effet, si les rayons MC, M'C' étaient dans un même plan; ou, ce qui revient au même, *si le rayon* M'C' *était situé dans le plan osculateur* TMC, *l'angle de torsion serait nul;* ce qui ne peut avoir lieu que pour des points singuliers.

81. Plus courte distance de deux rayons consécutifs. Soit KK' (fig. 24) cette plus courte distance, parallèle à la rectifiante MH (**43**, II). Si nous menons M'H perpendiculaire à MG, nous aurons, dans le *rectangle* MHKK' :

$$KK' = MH = ds \cos H;$$

(*) A cause de $s'_1 = \frac{RR'}{r\rho'}$, on a aussi

$$\rho_1 = \frac{RR'}{\rho'}.$$

(**) *Traité élémentaire de Géométrie descriptive; Recherches sur les surfaces gauches,* etc.

ou (**45**) :

$$KK' = \frac{L}{r} ds. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (118)$$

82. Indice du lieu. J'ai appelé *indice* d'une surface gauche quelconque, *la limite du rapport entre la plus courte distance de deux génératrices infiniment voisines et l'angle de ces droites* (*). Dans l'exemple actuel, l'angle dont il s'agit est $\omega = \frac{ds}{L}$ (17); donc

$$i = \frac{L^2}{r} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (119)$$

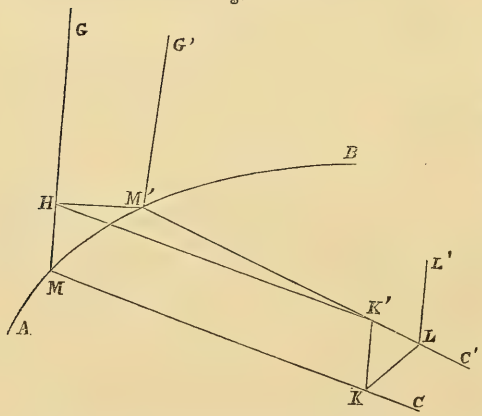
83. Remarque. Soit, comme précédemment (**54**, **61**),

$$R_1 = \frac{L^2}{\rho} = \Delta$$

le rayon de la section *principale* FMC. Il résulte, de la comparaison de ces formules,

$$R_1^2 + i^2 = L^2.$$

Fig. 24.



84. Position de la plus courte distance. On peut la déterminer en cherchant les équations des plans GMC, G'M'C' (fig. 24), G'M' étant une parallèle à MG; mais il est beaucoup plus simple d'évaluer la distance MK (**).

(*) *Recherches sur les surfaces gauches*, p. 8. — La dénomination d'*indice* n'est-elle pas préférable à celle de *paramètre de distribution des plans tangents ?*

(**) Le lieu du point K est la ligne de striction de la surface gauche engendrée par MC. Conséquemment, la distance MK est celle qui est donnée

Le triangle M'HK', *rectangle* en H, donne

$$HK' = MK = \frac{HM'}{\operatorname{tg} K'} = \frac{ds \sin H}{\omega}.$$

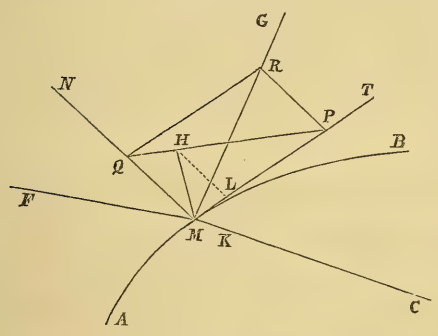
Et comme $\sin H = \frac{L}{\rho}$ (**45**) :

$$MK = \frac{L^2}{\rho} = R_1 = \Delta. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (120)$$

Ainsi, *le point* K *coïncide*, tout à la fois, *avec le centre de courbure de la section principale* FMC, *et avec le point où la rectifiante secondaire* (**61**) *rencontre la normale principale.*

85. Remarques. I. Si l'on se reporte à la figure 9 (**45**), on voit que MK est une troisième proportionnelle à MP et MH. Soit HL (fig. 25) perpendiculaire à MP ; alors cette troisième proportionnelle est représentée par ML. Conséquemment, MK = ML.

Fig 25.



II. Si l'on prend MC = MP = ρ, on a

$$\frac{MK}{CK} = \frac{ML}{PL} = \frac{QH}{PH} = \frac{r^2}{\rho^2}.$$

III. Le point K et le plan GMK, considérés relativement à la surface gauche engendrée par MC, sont appelés *point central* et *plan central.* Le plan FMC, mené par la génératrice MC, perpendiculairement à MG, est désigné sous le nom de *plan asymptotique.*

par la formule $v = -\frac{B}{C}$. (*Recherches...*, p. 13.) En effet, l'application de cette formule conduit à $v = \frac{r^2\rho}{r^2+\rho^2}$, valeur identique à celle que nous allons trouver.

86. Équations de la plus courte distance. Les coordonnées du point K sont, d'après la formule (120) :

$$X = x + \frac{L^2}{\rho} f, \quad Y = y + \frac{L^2}{\rho} g, \quad Z = z + \frac{L^2}{\rho} h; \qquad (121)$$

donc, p, q, r désignant toujours les cosinus directifs de la rectifiante, les équations cherchées sont :

$$\frac{X - x - \frac{L^2}{\rho} f}{p} = \frac{Y - y - \frac{L^2}{\rho} g}{q} = \frac{Z - z - \frac{L^2}{\rho} h}{r}. \qquad (122)$$

87. Ligne de striction. Le lieu du point K est, on l'a déjà vu, la *ligne de striction* (*) de la surface engendrée par la normale principale MC. Quand on passe du point M au point M′, la plus courte distance KK′ est remplacée (fig. 24) par une nouvelle plus courte distance LL′. Conséquemment, KL *est l'élément de la ligne de striction* (**). En le représentant par dS, on conclut, du triangle rectangle KK′L :

$$dS^2 = (KK')^2 + (d.MK)^2;$$

ou, par les formules (118), (120) :

$$S'^2 = \frac{L^2}{r^2} + \Delta'^2. \qquad (123)$$

88. Tangente a la ligne de striction. L'élément KL (fig. 24), situé dans le plan G′M′C′, peut être supposé dans le plan GMC, puisque ces deux plans forment entre eux l'angle infiniment petit K′ = ω. Cela posé, si l'on désigne par α l'angle que fait KL avec la rectifiante, on a

$$\sin\alpha = \frac{K'L}{KL} = \frac{\Delta'}{S'}, \qquad \cos\alpha = \frac{KK'}{KL} = \frac{L}{rS'};$$

(*) Pour la théorie générale de cette ligne, le lecteur peut consulter nos *Recherches sur les surfaces gauches*, paragraphes V et VI.

(**) Et non KK′, comme le croyait Lacroix (*Traité de calcul différentiel...*, tome III, p. 668).

puis

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{r}{L}\Delta' \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (124)\ (*)$$

89. Accompagnatrice du lieu des binormales. La *développable accompagnatrice* d'une surface gauche S, est l'enveloppe Σ des plans P, asymptotiques à S (**).

Cette définition étant rappelée, supposons que S soit le lieu des binormales MN, M'N', ... à la courbe AB. La binormale M'N', *perpendiculaire* à la tangente MT, est, par cela même, parallèle au plan normal NMC. Autrement dit, *le plan normal est asymptotique à* S; donc (**64**) *l'accompagnatrice du lieu des binormales est la surface polaire.*

90. Accompagnatrice du lieu S_1 des normales principales. Le plan asymptotique de ce lieu est le plan FMC (**85**, II) mené par MC, perpendiculairement à la rectifiante MG (fig. 25). Ainsi, *l'accompagnatrice cherchée est l'enveloppe du plan* FMC. L'équation de ce plan est (**45**) :

$$p\,(X - x) + q\,(Y - y) + r\,(Z - z) = 0. \quad . \quad . \quad (125)$$

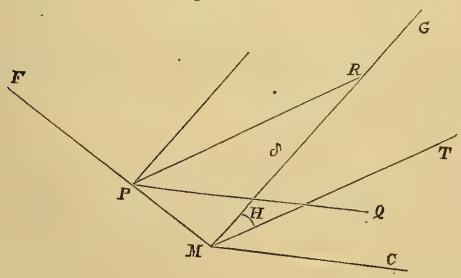
Prenant la dérivée, on a

$$p'\,(X - x) + q'\,(Y - y) + r'\,(Z - z) = \cos H;$$

ou, plus simplement (93) :

$$f'\,(X - x) + g'\,(Y - y) + h'\,(Z - z) = \frac{\cos H}{LH'} \cdot \quad . \quad (126)$$

Fig. 26.



L'ensemble des équations (125), (126) représente la génératrice PQ de S_2 (fig. 26), parallèle à MC, et rencontrant MF en un point P. Si d désigne

(*) Les valeurs (123), (124) résultent aussi des formules (121), mais par un calcul un peu long.

(**) *Remarques sur la théorie des courbes et des surfaces,* § II.

la distance MP, on a

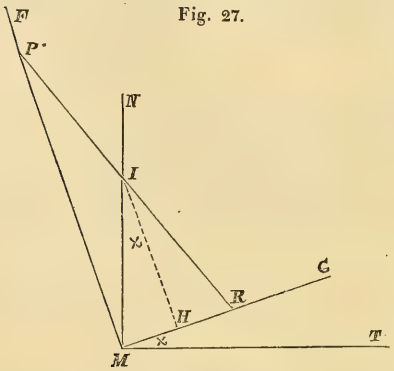
$$X - x = dLf', \quad Y - y = dLg', \quad Z - z = dLh'; \quad . \quad (127)$$

puis, par l'équation (126):

$$d = \frac{\cos H}{H'} = \delta \cot H; \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (128)$$

d'après la formule (91). Cette valeur de d prouve que, R étant le point de la courbe rectifiante (fig. 27), *le milieu* I *de l'hypoténuse* RP *est situé sur la binormale* MN (*).

Fig. 27.



91. Arête de rebroussement. Les coordonnées du point P étant connues, la génératrice PQ (fig. 26) peut être représentée par

$$\frac{X - x - dLf'}{f} = \frac{Y - y - dLg'}{g} = \frac{Z - z - dLh'}{h},$$

ou par

$$X - x = dLf' + f\lambda, \quad Y - y = dLg' + g\lambda, \quad Z - z = dLh + h\lambda; \quad (129)$$

λ désignant la distance comprise entre le point P et le point Q où la génératrice PQ touche l'arête de rebroussement cherchée. Les dérivées de ces dernières égalités sont:

$$\left.\begin{aligned} -a &= d(Lf')' + d'(Lf') + f\lambda' + f'\lambda, \\ -b &= d(Lg')' + d'(Lg') + g\lambda' + g'\lambda, \\ -c &= d(Lh')' + d'(Lh') + h\lambda' + h'\lambda. \end{aligned}\right\} \quad . \quad (130) \ (**)$$

(*) La distance $MI = \frac{1}{2}\frac{\delta}{\sin H} = \frac{1}{2H'}$.

(**) L'élimination de λ, λ' conduit à une identité; ce qui doit être.

On en conclut :

$$-\sum a\,(\mathrm{L}f') = d' + \mathrm{L}\lambda \sum f'^2,$$

ou

$$-\cos \mathrm{TMF} = d' + \frac{\lambda}{\mathrm{L}};$$

ou enfin

$$\lambda = \mathrm{L}\,(-d' + \sin \mathrm{H}). \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (131)$$

92. Réductions. Les distances d, λ peuvent être exprimées en fonction des rayons ρ, r et de leurs dérivées.

1° $$d = \frac{\cos \mathrm{H}}{\mathrm{H}'} = -\frac{\mathrm{L}}{r}\frac{\rho^2}{\mathrm{L}^2}\frac{1}{\left(\frac{\rho}{r}\right)'}$$ (**45**, **48**);

ou, plus simplement,

$$d = \frac{r}{\mathrm{L}}\frac{\rho^2}{r\rho' - \rho r'} = \frac{1}{\cos \mathrm{H}\left(\frac{r}{\rho}\right)'} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (132)$$

2° $$d' = -\frac{\cos \mathrm{H}\left(\frac{r}{\rho}\right)'' - \mathrm{H}' \sin \mathrm{H}\left(\frac{r}{\rho}\right)'}{\cos^2 \mathrm{H}\left[\left(\frac{r}{\rho}\right)'\right]^2}$$

$$= -\frac{\cos \mathrm{H}\left(\frac{r}{\rho}\right)'' - \cos^2 \mathrm{H} \sin \mathrm{H}\left[\left(\frac{r}{\rho}\right)'\right]^2}{\cos^2 \mathrm{H}\left[\left(\frac{r}{\rho}\right)'\right]^2}$$

$$= -\frac{\left(\frac{r}{\rho}\right)''}{\cos \mathrm{H}\left[\left(\frac{r}{\rho}\right)'\right]^2} + \sin \mathrm{H};$$

donc

$$\lambda = \frac{\mathrm{L}}{\cos \mathrm{H}}\frac{\left(\frac{r}{\rho}\right)''}{\left[\left(\frac{r}{\rho}\right)'\right]^2},$$

ou enfin

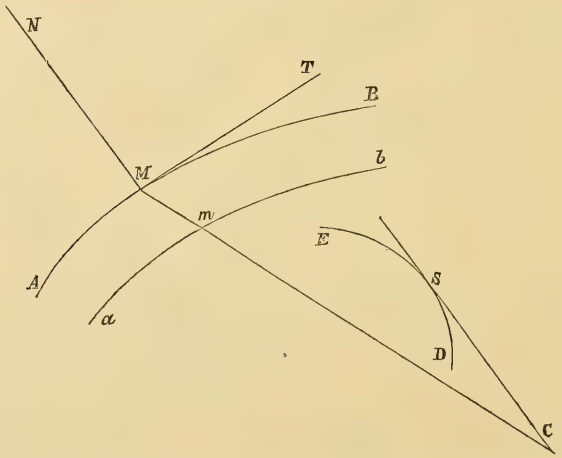
$$\lambda = -r\left[\frac{1}{\left(\frac{r}{\rho}\right)'}\right]' \quad \cdots\cdots\cdots (133)$$

93. Nous bornons ici ce qui est relatif aux propriétés du lieu des normales principales. On en trouvera d'autres dans le Mémoire cité plusieurs fois (*).

X. Développement de la surface polaire.

94. Trajectoires orthogonales d'un plan mobile. Concevons que le plan normal NMC (fig. 28), tangent à la surface polaire S

Fig. 28.



dont il est l'enveloppe, *roule* sur celle-ci, en entraînant le point M. Pendant le mouvement, M décrit une ligne dont un élément

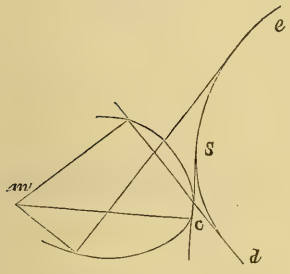
(*) Pages 75 et suiv. La page 75 contient une singulière faute d'inattention : *les rayons des sections principales sont dirigés suivant les bissectrices*, etc. On doit lire : *les plans des sections principales contiennent les bissectrices*. Il est évident que les *rayons* sont dirigés suivant la binormale MN ou suivant son prolongement.

quelconque est perpendiculaire au plan : *cette trajectoire orthogonale est donc la courbe donnée,* AMB (*).

95. Courbes parallèles. Tout autre point *m*, situé dans le plan mobile, décrit une nouvelle trajectoire orthogonale *amb* : les lignes AMB, *amb*, qui ont même plan normal, en deux points correspondants, sont dites *courbes parallèles.* Il résulte, de la génération de ces lignes, que *la distance entre deux points correspondants est constante.* En outre, comme la position du point S ne dépend que de la loi suivant laquelle se meut le plan P : 1° *Les sphères osculatrices à plusieurs courbes parallèles, en des points correspondants, ont même centre ;* 2° *une série de courbes parallèles ont toujours même courbe polaire.*

96. Développement de la surface polaire. Soit, dans ce développement, *esd* (fig. 29) la transformée de la courbe polaire ESD (fig. 28), arête de rebroussement de cette surface. Une droite polaire quelconque, SC, a pour transformée une tangente *sc* à *esd.* Quant au point M, il a pour *transformée* le point *m* que l'on obtient en prenant $sc = SC = r\rho'$, puis $cm = CM = \rho$, perpendiculaire à *sc. Pour une même courbe primitive* AMB, *le point* m *est invariable* (**94**).

Fig. 29.



97. Transformée du lieu des centres de courbure. Le point c, transformé de C, est la projection de *m* sur la tangente *sc.* Et puisque le point *m* est fixe, *le lieu de* c *est la podaire de* esd, *relativement au pôle* m (**).

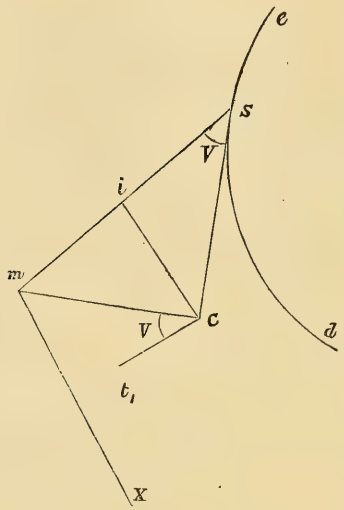
98. Équations des deux transformées. Rapportons ces lignes

(*) (*Remarques sur la théorie des courbes et des surfaces.* — VI. — *Surfaces d'enroulement.*)

(**) Lancret, *Correspondance sur l'École polytechnique,* tome I, p. 51.

au point m, pris comme pôle, et à une droite fixe mX (fig. 30).

Fig. 30.



Soient $smX = \varphi$, $cmX = \varphi_1$ les amplitudes des points s, c : les rayons vecteurs correspondants sont $ms = R = \sqrt{\rho^2 + (r\rho')^2}$, $mc = \rho$.

1° La relation $\text{tg } V = \frac{ud\omega}{du}$, appliquée à la première courbe, donne $\frac{\rho}{r\rho'} = \frac{Rd\varphi}{dR}$; d'où résulte

$$d\varphi = \frac{\rho R'}{Rr\rho'} ds, \quad . \quad (134)$$

puis

$$\varphi = \int \frac{\rho R'}{Rr\rho'} ds + const. \quad (135)$$

Cette équation, jointe à la formule

$$R = \sqrt{\rho^2 + (r\rho')^2}, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (108)$$

représente la *transformée de la courbe polaire*. Dans chaque cas particulier, l'élimination de s fera connaître la relation entre R et φ.

2° Par la définition de la podaire, *l'accroissement de l'amplitude φ_1 est égal à l'angle de contingence de la première transformée*. D'un autre côté, *cet angle de contingence, égal à celui de la courbe polaire, est égal,* par conséquent (**74**), *à l'angle de torsion de la courbe primitive*. Donc

$$d\varphi_1 = \frac{ds}{r}, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (136)$$

ou

$$\varphi_1 = \int \frac{ds}{r} + const. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (137)$$

Avec cette formule, on doit prendre

$$\rho = \frac{1}{\sqrt{a'^2 + b'^2 + c'^2}} \text{ (*)}. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (18)$$

99. Transformée sphérique. Si, par le centre d'une sphère dont le rayon est pris pour unité, on mène des parallèles aux binormales d'une courbe primitive C, le lieu des points où ces droites rencontrent la sphère est une courbe T, que l'on peut appeler *transformée sphérique* de C (**). Cela posé, prenons, pour centre de la sphère, le point m (**96**); soit abc la transformée, par développement, du lieu des centres de courbure de C (**97**); et soit $a'b'$ l'arc de grand cercle, compris entre les rayons vecteurs menés aux points a, b, correspondant aux points A, B de la courbe primitive C. Il résulte, de l'équation (137), la propriété suivante :

Un arc de la transformée sphérique T, *et l'arc de grand cercle correspondant, ont même longueur* (***).

(*) L'inspection de la figure montre que

$$\varphi - \varphi_1 = \text{arc cos}\frac{\rho}{R}.$$

On doit donc avoir, d'après les valeurs (134), (136) :

$$\frac{\rho R'}{Rr\rho'} - \frac{1}{r} = -\frac{\left(\frac{\rho}{R}\right)'}{\sqrt{1-\frac{\rho^2}{R^2}}}.$$

En effet, le second membre est égal à $-\frac{1}{Rr\rho'}(R\rho' - \rho R')$.

(**) Par analogie avec la *transformée sphérique d'une surface.*

(***) Si la transformée acb est une courbe fermée, convexe, extérieure au pôle m, l'arc de grand cercle $a'b'$ devient, si l'on veut, la circonférence entière. Donc, dans ce cas, *la transformée sphérique* T *est équivalente à une circonférence de grand cercle.* En d'autres termes, la même hypothèse étant admise :

$$\int \frac{ds}{r} = 2\pi,$$

pourvu que l'intégrale soit étendue à tous les points de la courbe donnée. La

XI. Développées et développantes.

100. Définitions. Premières propriétés. AMB étant la trajectoire d'un point M, on prend, sur la tangente MT, et *en sens contraire du mouvement*, MP = arc MA = s : le lieu APD du point P est la *développante* de AMB. Inversement, la courbe AMB est une *développée* de APD (*).

D'après la définition, les coordonnées du point P sont données par les formules

$$X = x - as, \quad Y = y - bs, \quad Z = z - cs.$$

Il en résulte :

$$dX = -sda, \quad dY = -sdb, \quad dZ = -sdc; \quad . \quad . \quad (138)$$

puis

$$dS = s\varepsilon; \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (139)$$

et encore

$$\frac{\dfrac{dX}{dS}}{\dfrac{da}{\varepsilon}} = \frac{\dfrac{dY}{dS}}{\dfrac{db}{\varepsilon}} = \frac{\dfrac{dZ}{dS}}{\dfrac{dc}{\varepsilon}} = -1. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (140)$$

Dans ces proportions, les antécédents sont les cosinus directifs de la tangente à la développante; les conséquents sont les cosinus directifs de la normale principale à la développée; donc

complication des calculs ne m'a pas permis de vérifier cette égalité, qui rappelle un problème de Gauss.

Pour terminer ce Chapitre, j'énoncerai une propriété des podaires, conséquence des formules (115) ou (137), et dont la démonstration directe est facile :

Soient u, ε *le rayon vecteur et l'angle de contingence, en un point* M *de la courbe* directrice. *Soit* $d\sigma$ *l'élément de la podaire, au point* P *qui correspond à* M. *On a* $d\sigma = u\varepsilon$.

(*) On va voir qu'*à une même développante, correspondent une infinité de développées.*

ces deux droites sont parallèles, mais dirigées en sens contraires.

101. Angle de contingence de la développante. Il est égal, évidemment, à l'angle ω formé par deux normales principales, consécutives, de la développée.

102. Centre et rayon de courbure. $E = \omega$ étant l'angle de contingence, en P, le rayon de courbure est

$$R = \frac{dS}{E} = \frac{s\varepsilon}{ds} L = s \frac{L}{\rho};$$

ou (84)

$$R = s \cdot \sin H. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (141)$$

D'un autre côté, si A, B, C sont les cosinus directifs de la tangente à la développante :

$$A = -a'\rho = -f, \quad B = -b'\rho = -g, \quad C = -c'\rho = -h;$$

donc

$$dA = -f'ds, \quad dB = -g'ds, \quad dC = -h'ds. \quad . \quad (142)$$

Sans qu'il soit nécessaire d'aller plus loin, on voit (**46**, V) que :

1° *La normale principale, à la développante, est la perpendiculaire abaissée, du point* P, *sur la rectifiante en* M; 2° *le centre de courbure de la développante est le pied de cette perpendiculaire* (*).

103. Développante d'une série de courbes. Soient, sur une développable Σ, dont les génératrices sont ABC, A'B'C', ..., diverses lignes géodésiques MAA', MBB', MCC', ... partant d'un même point M. Soit MPP' la développante de MAA'. La tangente PR est parallèle à la normale principale AN (**100**), c'est-à-dire, *perpendiculaire au plan tangent, en* A, *à* Σ (**42**, note). Ainsi déjà : *la développante* MPP' *d'une ligne géodésique* MAA', *tracée sur la développable* Σ, *est une trajectoire orthogonale des*

(*) Ce résultat s'accorde avec la formule (141).

plans tangents à Σ. Mais le plan tangent en A, à cette développable Σ, est tangent tout le long de la génératrice ABC; donc les normales principales en A, B, C, aux courbes MA, MB, MC, sont parallèles entre elles; et enfin : *la trajectoire orthogonale d'un plan mobile* P, *menée par un point* M *de la surface* Σ, *enveloppe de* P, *est la développante commune de toutes les lignes géodésiques tracées sur la développable* Σ, *et passant par le point* M.

104. Remarques. I. La dernière propriété peut être envisagée autrement.

Soient, dans un plan P, un point arbitraire M et diverses droites MA, MB, MC, ... Si le plan P, d'abord tangent en M à une développable Σ, *roule* sur cette développable : 1° chacune des droites données engendre une *surface d'enroulement* (*); 2° le point M décrit une trajectoire orthogonale, T, du plan mobile; 3° le lieu des points de contact de MA, avec Σ, est une ligne géodésique, dont *la transformée par développement serait* MA (**); 4° ce lieu est donc une développée de T; etc.

II. Si la tangente MT, à la développée MA, *roule* sur cette courbe, de manière à prendre les positions M'T', M''T'', ... l'extrémité T, de la droite mobile, décrit la développante.

III. Si un fil, dont l'extrémité A est fixe, est d'abord appliqué sur la courbe MM'A, et qu'il soit toujours tendu, l'extrémité libre M décrit la développante MP.

IV. En considérant la développante comme composée d'une série d'arcs de cercles, infiniment petits, on a

$$arc\,MP = \int_0^s s\varepsilon,$$

ε désignant l'angle de contingence de la développée.

(*) *Remarques sur la théorie des courbes et des surfaces.*

(**) Pour élucider ce point, qui n'est peut-être pas évident *a priori*, il suffit de la considération suivante.

Soit un plan P, *appliqué* sur une développable Σ, contenant une ligne quelconque ABCD. Pour *détacher* le plan, à partir de la génératrice cD, on effectue des rotations successives, autour des droites cC, bB, aA : la

V. Si les géodésiques MA, MB ont même longueur :

$$arc\,\mathrm{MP} = \int_0^s s\varepsilon_A, \quad arc\,\mathrm{MQ} = \int_0^s s\varepsilon_B, \quad arc\,\mathrm{PQ} = \int_0^s s\,(\varepsilon_A - \varepsilon_B).$$

L'intégrale est nulle lorsque les angles de contingence, ε_A, ε_B sont égaux; et alors $arc\,\mathrm{MP} = arc\,\mathrm{MQ}$.

105. Surface polaire d'une développante. Soient, comme ci-dessus (**100**), AMB une courbe donnée; APD l'une de ses développantes; PR la tangente à la développante; MC le rayon de courbure de la développée; etc.; PR et MC sont parallèles; en outre, le centre de courbure de la développante est la projection I de P sur la rectifiante MG de la développée (**100**). Par conséquent, *la binormale*, en P, *est parallèle à cette rectifiante* MG; ou, ce qui est équivalent : 1° *la droite polaire de la développante est la rectifiante de la développée;* 2° *la surface polaire de la développante est la surface rectifiante de la développée.*

106. Suite. A une même développante APD, correspondent une infinité de développées AMB, AM′B′, AM″B″, ... lignes géodésiques de la surface polaire de APD (**103**). Les tangentes PM, PM′, PM″, ... respectivement équivalentes aux arcs AM, AM′, AM″, ... ont leurs points de contact situés sur la droite polaire de P. En outre, d'après ce que l'on a vu précédemment (**66**), le centre de la sphère osculatrice, en P, à la développante, est le point G où cette droite polaire, *rectifiante de chacune des développées,* touche son enveloppe. De là, on déduit que le rayon de la sphère osculatrice est donné par la formule

$$\overline{\mathrm{PG}}^2 = s^2 - 2\frac{\rho}{r\left(\frac{\rho}{r}\right)'}s + \frac{\rho^2}{\mathrm{L}^2\left[\left(\frac{\rho}{r}\right)'\right]^2}.$$

ligne ABCD, devenue *plane,* est $AB_1C_1D_1$. Si maintenant on fait *rouler* la ligne $aAB_1C_1D_1$ sur ABCD, les points B_1, C_1, D_1, ... reprendront leurs positions primitives B, C, D; et chacune de ces positions sera *un contact* de Σ avec la ligne plane.

XII. Quelques infiniment petits.

107. Angle d'une corde et d'une tangente. Soient MM′, MT ces deux droites, l'arc MM′ étant supposé égal à ds. Les coordonnées du point M′ sont, si l'on tient compte du deuxième ordre :

$$x + ads + \frac{1}{2}a'ds^2, \quad y + bds + \frac{1}{2}b'ds^2, \quad z + cds + \frac{1}{2}c'ds^2.$$

Les cosinus directifs de MM′ ont donc pour valeurs :

$$\left(a + \frac{1}{2}a'ds\right)\frac{ds}{MM'}, \quad \left(b + \frac{1}{2}b'ds\right)\frac{ds}{MM'}, \quad \left(c + \frac{1}{2}c'ds\right)\frac{ds}{MM'};$$

ou, en négligeant des quantités du *troisième* ordre (*) :

$$a + \frac{1}{2}a'ds, \quad b + \frac{1}{2}b'ds, \quad c + \frac{1}{2}c'ds.$$

Les cosinus directifs de MT étant a, b, c, la formule connue donne, immédiatement,

$$V = \frac{1}{2}\varepsilon. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (145)$$

Ainsi, *l'angle infiniment petit* V, *formé par une corde* MM′ *et la tangente en l'une de ses extrémités, est la moitié de l'angle formé par les tangentes aux extrémités de la corde* (**).

(*) On verra, plus loin, que la différence entre un arc infiniment petit et sa corde a pour expression $\frac{ds^3}{24\rho^2}$. Provisoirement, on peut la supposer du deuxième ordre, *au moins* (*Cours d'Analyse*, p. 322). Le résultat ne change pas.

(**) Cette proposition, évidente si l'on remplace les courbes par le cercle osculateur en M ou en M′, n'est pas rigoureusement exacte : elle exprime que *le rapport des deux angles tend vers* $\frac{1}{2}$ *quand l'arc* MM′ *diminue indéfiniment*. Des restrictions du même genre doivent être apportées aux énoncés suivants.

108. Distance entre un point d'une courbe et la tangente au point infiniment voisin. En désignant par δ cette distance, on a $\delta = V ds = \frac{1}{2} \varepsilon ds$, ou

$$\delta = \frac{ds^2}{2\rho} (*) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (144)$$

109. Distance entre un point d'une courbe et le plan osculateur au point infiniment voisin. On sait que la plus courte distance d'un point (x_1, y_1, z_1), au plan représenté par

$$A(X - x) + B(Y - y) + C(Z - z) = 0,$$

est donnée par la formule

$$\delta_1 = \frac{A(x_1 - x) + B(y_1 - y) + C(z_1 - z)}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}.$$

Dans le cas actuel :

$$A = l, \quad B = m, \quad C = n;$$

$$x_1 - x = \left(a + \frac{1}{2} a' ds + \frac{1}{6} a'' ds^2\right) ds,$$

$$y_1 - y = \left(b + \frac{1}{2} b' ds + \frac{1}{6} b'' ds^2\right) ds,$$

$$z_1 - z = \left(c + \frac{1}{2} c' ds + \frac{1}{6} c'' ds^2\right) ds \ (**).$$

Conséquemment, et à cause des sommes nulles,

$$\delta_1 = \frac{1}{6} ds^3 \sum l a'';$$

(*) Ce résultat est encore évident par la considération du cercle osculateur.

(**) Par la formule de Mac-Laurin. Si, comme dans le premier problème, on conservait seulement les termes du deuxième ordre, on trouverait $\delta_1 = 0$.

ou (23)

$$\delta_1 = \frac{1}{6}\rho ds^3 \sum (bc' - cb')\, a'';$$

ou enfin (48)

$$\delta_1 = \frac{1}{6}\frac{ds^3}{r_\rho} \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \quad (146)$$

110. Différence entre un arc infiniment petit et sa corde. Les coordonnées du point M′, infiniment voisin de M, sont

$$x + ads + \frac{1}{2}a'ds^2 + \frac{1}{6}a''ds^3,$$

$$y + bds + \frac{1}{2}b'ds^2 + \frac{1}{6}b''ds^3,$$

$$z + cds + \frac{1}{2}c'ds^2 + \frac{1}{6}c''ds^3.$$

Donc, k étant la longueur de MM′ :

$$k^2 = ds^2 \sum \left(a + \frac{1}{2}a'ds + \frac{1}{6}a''ds^2\right)^2.$$

Le développement du second membre, limité au *quatrième* ordre, est

$$ds^2 + ds^4\left[\frac{1}{4}\sum a'^2 + \frac{1}{3}\sum aa''\right].$$

A cause des formules (19), (58), cette quantité se réduit à

$$\left(1 - \frac{ds^2}{12\rho^2}\right) ds^2,$$

dont la racine carrée est $\left(1 - \frac{ds^2}{24\rho^2}\right) ds$. Conséquemment,

$$ds - k = \frac{ds^5}{24\rho^2} \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \quad (145)$$

111. Distance entre deux tangentes consécutives. La plus coutre distance de deux droites ayant pour équations :

$$\frac{X-x}{a}=\frac{Y-y}{b}=\frac{Z-z}{c},$$

$$\frac{X-x_1}{a_1}=\frac{Y-y_1}{b_1}=\frac{Z-z_1}{c_1},$$

est

$$\delta_2=\frac{\sum(x_1-x)(bc_1-cb_1)}{\sqrt{\sum(bc_1-cb_1)^2}}.$$

Dans le problème dont il s'agit :

$$x_1-x=\left(a+\frac{1}{2}a'ds+\frac{1}{6}a''ds^2\right)ds,$$

$$y_1-y=\left(b+\frac{1}{2}b'ds+\frac{1}{6}b''ds^2\right)ds,$$

$$z_1-z=\left(c+\frac{1}{2}c'ds+\frac{1}{6}c''ds^2\right)ds;$$

$$a_1=a+a'ds+\frac{1}{2}a''ds^2,$$

$$b_1=b+b'ds+\frac{1}{2}b''ds^2,$$

$$c_1=c+c'ds+\frac{1}{2}c''ds^2.$$

Il résulte, de ces dernières valeurs,

$$bc_1-cb_1=(bc'-cb')\,ds+\frac{1}{2}(bc''-cb'')\,ds^2;$$

puis, par la suppression des sommes nulles,

$$\sum(x_1-x)(bc_1-cb_1)$$

$$=\left[\frac{1}{4}\sum(bc''-cb'')\,a'+\frac{1}{6}\sum(bc'-cb')\,a''\right]ds^4$$

$$=-\frac{1}{12}\Delta ds^4. \quad (\mathbf{23}).$$

En outre,

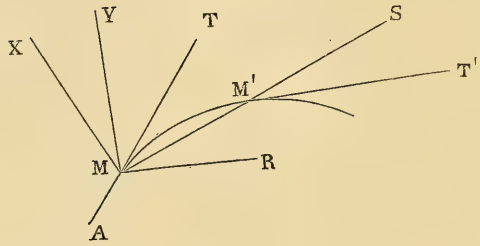
$$\sum(bc_1 - cb_1)^2 = ds^2 \sum (bc' - cb')^2 = \frac{ds^2}{\rho^2}.$$

Donc

$$\delta_2 = \frac{1}{12}\frac{ds^3}{r\rho} = \frac{1}{2}\delta_1. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (147)$$

112. Détermination d'un angle dièdre. MR (fig. 31) étant parallèle à la tangente M'T', les droites MT, MM'S, MR sont les arêtes d'un angle trièdre. Calculons l'angle dièdre suivant MT (*). A cet effet, soient MX, MY deux normales aux plans TMS, TMR.

Fig. 31.



1° Les cosinus directifs de MS étant (**109**)

$$a + \frac{1}{2}a'ds + \frac{1}{6}a''ds^2, \quad b + \frac{1}{2}b'ds + \frac{1}{6}b''ds^2, \quad c + \frac{1}{2}c'ds + \frac{1}{6}b''ds^2 \ (**);$$

ceux de MX sont proportionnels aux quantités

$$A = \frac{1}{2}(bc' - cb') + \frac{1}{6}(bc'' - cb'')\,ds,$$

$$B = \frac{1}{2}(ca' - ac') + \frac{1}{6}(ca'' - ac'')\,ds,$$

$$C = \frac{1}{2}(ab' - ba') + \frac{1}{6}(ab'' - ba'')\,ds.$$

2° Les cosinus directifs de MR ont pour valeurs :

$$a + a'ds + \frac{1}{2}a''ds^2, \quad b + b'ds + \frac{1}{2}b''ds^2, \quad c + c'ds + \frac{1}{2}c''ds^2;$$

(*) La limite commune des plans TMS, TMR est le plan osculateur. (*Cours d'Analyse*, p. 484.)

(**) On néglige encore le troisième ordre.

donc ceux de MY sont proportionnels aux nouvelles quantités :

$$A_1 = (bc' - cb') + \frac{1}{2}(bc'' - cb'')\,ds,$$

$$B_1 = (ca' - ac') + \frac{1}{2}(ca'' - ac'')\,ds,$$

$$C_1 = (ab' - ba') + \frac{1}{2}(ab'' - ba'')\,ds \ (*).$$

Il faut, maintenant, appliquer la formule

$$V^2 = \frac{\sum (AB_1 - BA_1)^2}{\sum A^2 \times \sum A_1^2}.$$

Or, si l'on supprime les termes du deuxième ordre :

$$AB_1 - BA_1 = \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{6}\right)[(bc' - cb')(ca'' - ac'') - (ca' - ac')(bc'' - cb'')]\,ds;$$

ou, par une réduction connue,

$$AB_1 - BA_1 = \frac{1}{12}\Delta cds = \frac{1}{12}\frac{cds}{r\rho^2}.$$

De là résulte

$$\sum (AB_1 - BA_1)^2 = \left[\frac{ds}{12r\rho^2}\right]^2.$$

D'un autre côté :

$$\sum A^2 = \frac{1}{4\rho^2}, \quad \sum A_1^2 = \frac{1}{\rho^2}.$$

Donc, finalement,

$$V = \frac{1}{6}\frac{ds}{r} = \frac{1}{6}\gamma. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (148)$$

Ainsi, *l'angle* V *est* $\frac{1}{6}$ *de l'angle formé par deux plans osculateurs consécutifs.*

(*) Au lieu de ces valeurs, on peut prendre celles-ci :

$$A = \frac{1}{2}\frac{l}{\rho} + \frac{1}{6}\frac{\rho l' - l\rho'}{\rho^3}ds, \quad B = \frac{1}{2}\frac{m}{\rho} + \frac{1}{6}\frac{\rho m' - m\rho'}{\rho^3}ds, \quad C = \frac{1}{2}\frac{n}{\rho} + \frac{1}{6}\frac{\rho n' - n\rho'}{\rho^3}ds;$$

etc.

113. Suite. Cherchons les inclinaisons des faces TMS, TMR sur le plan osculateur en M; ou, ce qui est équivalent, les mesures des angles plans NMX, NMY. Les cosinus directifs de la binormale MN étant l, m, n, la formule ordinaire donne :

$$(\mathrm{NMX})^2 = \frac{\sum (\mathrm{B}n - \mathrm{C}m)^2}{\sum \mathrm{A}^2}, \quad (\mathrm{NMY})^2 = \frac{\sum (\mathrm{B}_1 n - \mathrm{C}_1 m)^2}{\sum \mathrm{A}_1^2}.$$

Mais, comme on le voit aisément :

$$\mathrm{B}n - \mathrm{C}m = \frac{1}{6}\frac{nm' - mn'}{\rho^2}ds = \frac{1}{6}\frac{a}{r\rho^2}ds,$$

$$\mathrm{B}_1 n - \mathrm{C}_1 m = \frac{1}{2}\frac{nm' - mn'}{\rho^2}ds = \frac{1}{2}\frac{a}{r\rho^2}ds;$$

donc

$$\mathrm{NMX} = \frac{1}{3}\gamma, \quad \mathrm{NMY} = \frac{1}{2}\gamma. \quad . \quad . \quad . \quad (*) \quad (149)$$

114. Angles d'une droite avec deux tangentes consécutives. Par le point M, menons une droite D, ayant α, β, γ pour cosinus directifs. Soit φ l'angle de D avec la tangente MT, de manière que

$$\cos\varphi = a\alpha + b\beta + c\gamma. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (150)$$

Quand on remplace M par M', $\cos\varphi$ reçoit un accroissement donné par la formule de Taylor :

$$\left.\begin{aligned}\Delta\cos\varphi = (a'\alpha + b'\beta + c'\gamma)\,ds + \frac{1}{2}(a''\alpha + b''\beta + c''\gamma)\,ds^2 \\ + \frac{1}{6}(a'''\alpha + b'''\beta + c'''\gamma)\,ds^3 + \cdots\end{aligned}\right\} \quad (151)$$

Ordinairement, $\Delta\cos\varphi$ est du *premier ordre*. Si l'on veut que

(*) Les formules (148), (149) sont dues, pensons-nous, à M. de Saint-Germain. Si elles étaient *exactes*, on aurait un exemple de *trisection d'angle*. Mais, évidemment, elles ne peuvent être qu'*approchées*.

cette quantité descende au *troisième ordre,* on doit supposer

$$a'\alpha + b'\beta + c'\gamma = 0, \quad a''\alpha + b''\beta + c''\gamma = 0; \quad . \quad (152)$$

ou bien

$$\frac{\alpha}{b'c'' - c'b''} = \frac{\beta}{c'a'' - a'c''} = \frac{\gamma}{a'b'' - b'a''} \cdot \cdot \cdot \quad (153)$$

Ces équations représentent la rectifiante (81). On a donc ce remarquable théorème :

De toutes les droites passant par le point M, *la rectifiante est* LA PLUS ÉGALEMENT INCLINÉE *sur les tangentes aux extrémités de l'arc* MM' : *la différence entre les angles formés par la rectifiante et les tangentes est infiniment petite par rapport à la différence analogue, relative à toute autre droite* D (*).

115. SUITE. Au moyen des relations (152), la formule (151) se réduit à

$$\Delta \cos \varphi = \frac{1}{6}(a'''\alpha + b'''\beta + c'''\gamma)\, ds^3.$$

On conclut, de celle-ci :

$$\Delta \varphi = -\frac{1}{6 \sin \varphi}(a'''\alpha + b'''\beta + c'''\gamma)\, ds^3;$$

ou (84) :

$$\Delta \varphi = -\frac{1}{6}\frac{\rho}{L}(a'''\alpha + b'''\beta + c'''\gamma)\, ds^3. \quad . \quad . \quad (154)$$

Il reste donc à calculer la somme entre parenthèses. Or, d'après les proportions (153) et l'équation (150) :

$$\frac{a'''\alpha + b'''\beta + c'''\gamma}{\sum (b'c'' - c'b'')\, a'''} = \frac{\cos \varphi}{\sum (b'c'' - c'b'')\, a}.$$

(*) CH. RUCHONNET. *Exposition géométrique des propriétés générales des courbes,* troisième édition, p. 140.

Conséquemment [(67), (48)] :

$$a'''\alpha + b'''\beta + c'''\gamma = \frac{L}{\rho^3}\left(\frac{\rho}{r}\right)' (*);$$

et enfin

$$\Delta\varphi = -\frac{1}{6}\left(\frac{\rho}{r}\right)'\frac{ds^3}{\rho^2}. \quad \ldots\ldots \quad (155)$$

Telle est, au troisième ordre près, l'expression de la différence $\Delta\varphi$.

116. Remarques. I. Si l'on se donnait seulement la condition $a'\alpha + b'\beta + c'\gamma = 0$, $\Delta\varphi$ serait du *deuxième* ordre. Quand il en est ainsi, *la droite* D *est située dans le plan rectifiant.*

II. Ainsi qu'on l'a vu plusieurs fois, la courbe donnée est une ligne géodésique, relativement à la surface rectifiante. Le théorème de M. Ruchonnet constitue donc une *propriété caractérisque des lignes géodésiques d'une surface développable.*

117. Distance entre une courbe et la sphère osculatrice. Représentons, comme précédemment (**65**), par X, Y, Z les coordonnées du centre S, et par R le rayon de la sphère osculatrice. Soient X_1, Y_1, Z_1 les coordonnées *courantes,* de manière que

$$(X_1 - X)^2 + (Y_1 - Y)^2 + (Z_1 - Z)^2 = R^2.$$

D'après la définition (**65**), cette équation doit être vérifiée par les systèmes suivants :

$$X_1 = x, \qquad Y_1 = y, \qquad Z_1 = z;$$

$$X_1 = x + ads, \qquad Y_1 = y + bds, \qquad Z_1 = z + cds;$$

$$X_1 = x + ads + \frac{1}{2}a'ds^2, \quad Y_1 = y + bds + \frac{1}{2}b'ds^2, \quad Z_1 = z + cds + \frac{1}{2}c'ds^2;$$

$$X_1 = x + ads + \frac{1}{2}a'ds^2 + \frac{1}{6}a''ds^3, \quad Y_1 = y + bds + \frac{1}{2}b'ds^2 + \frac{1}{6}b''ds^3, \quad Z_1 = z + cds + \frac{1}{2}c'ds^2 + \frac{1}{6}ds^3.$$

(*) On peut vérifier ce résultat en observant que

$$\alpha = p = a\cos H + l\sin H \ (86),$$

puis en appliquant les formules :

$$\Sigma aa''' = \frac{3\rho'}{\rho^3}, \quad \Sigma la''' = \rho\Sigma(bc' - cb')a''' ; \text{ etc.}$$

De cette remarque, il résulte que : 1° la distance comprise entre la sphère et le point M′ infiniment voisin de M, est du *quatrième ordre* (*); 2° on doit prendre, comme coordonnées de ce point :

$$X_1 = x + ads + \frac{1}{2}a'ds^2 + \frac{1}{6}a''ds^3 + \frac{1}{24}a'''ds^4,$$

$$Y_1 = y + bds + \frac{1}{2}b'ds^2 + \frac{1}{6}b''ds^3 + \frac{1}{24}b'''ds^4,$$

$$Z_1 = z + cds + \frac{1}{2}c'ds^2 + \frac{1}{6}c''ds^3 + \frac{1}{24}c'''ds^4;$$

3° dans le développement de la formule

$$(R+\delta)^2 = \sum\left[-\rho f - r\rho' l + ads + \frac{1}{2}a'ds^2 + \frac{1}{6}a''ds^3 + \frac{1}{24}a'''ds^4\right]^2 \text{ (**)},$$

on peut faire abstraction des termes qui ne contiennent pas ds^4.

Nous pouvons donc écrire, sans autre calcul :

$$2R\delta = \left[-\frac{1}{12}\sum(\rho f + r\rho' l)\,a''' + \frac{1}{4}\sum a'^2 + \frac{1}{3}\sum aa''\right]ds^4;$$

ou, par les valeurs (31), (34), (58) :

$$\delta = -\frac{1}{24R}\left[\rho^2\sum a'a''' + r\rho\rho'\sum(bc' - cb')\,a''' + \frac{1}{\rho^2}\right]ds^4.$$

Nous avons trouvé (77), (66) :

$$\sum a'a''' = -\frac{\rho''}{\rho^3} - \frac{1}{\rho^2 L^2} + 2\frac{\rho'^2}{\rho^4}, \quad \sum(bc' - cb')\,a''' = -\frac{r'}{r^2\rho^2} - 2\frac{\rho'}{r\rho^3}.$$

(*) La démonstration précédente est à peu près celle qu'emploie M. Bertrand (*Calcul différentiel*, p. 632). Mais ce Géomètre, après avoir *annoncé* le calcul suivant, semble ne l'avoir pas effectué.

(**) On ne doit pas oublier que

$$X = \rho f + r\rho' l, \quad Y = \rho g + r\rho' m, \quad Z = \rho h + r\rho' n. \ldots\ldots (109)$$

Conséquemment,

$$\delta = \frac{1}{24R}\left[\frac{1}{r^2} + \frac{r'\rho'}{r\rho} + \frac{\rho''}{\rho}\right].$$

Enfin, si l'on désigne par ds l'élément de la courbe polaire (111), on a

$$\delta = \frac{1}{24}\,\frac{\varepsilon_1 ds\, dS}{R}; \quad \ldots\ldots\ldots \quad (156)$$

formule trouvée par M. Ruchonnet (*).

Liége, 20 août 1875.

E. CATALAN.

(*) *Nouvelles Annales* (1870); *Exposition géométrique*, ... p. 159.

ADDITIONS.

I

SUR L'ÉQUATION DES LIGNES GÉODÉSIQUES.

1. Soit, sur une surface S, une ligne géodésique L. Soit G une génératrice de la développable Σ, circonscrite à S suivant L. On a, par la considération de la *rectifiante*,

$$\operatorname{tg} H = \frac{r}{\rho} (*); \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

H étant l'angle de G avec la tangente T à L, au point M où G coupe L.

2. Si P, Q, R sont les cosinus directifs de la normale MN à S, de manière que

$$P dx + Q dy + R dz = 0, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

$$P^2 + Q^2 + R^2 = 1; \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

l'équation du plan tangent, en M, aux surfaces S, Σ, est

$$P(X - x) + Q(Y - y) + R(Z - z) = 0. \quad . \quad . \quad . \quad (3)$$

Différenciant, et ayant égard à la relation (1), on trouve

$$(X - x)\, dP + (Y - y)\, dQ + (Z - z)\, dR = 0 \quad . \quad . \quad . \quad (4)$$

Par conséquent, si α, β, γ sont les cosinus directifs de la *rectifiante* G,

$$\left.\begin{aligned} &\frac{\alpha}{Q dR - R dQ} = \frac{\beta}{R dP - P dR} = \frac{\gamma}{P dQ - Q dP} \\ &= \pm \frac{1}{\sqrt{\sum (P dQ - Q dP)^2}} = \frac{1}{V}; \end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad (5)$$

V représentant le radical.

(*) Voir la note de la page 27.

D'un autre côté, a, b, c désignant, à l'ordinaire, les cosinus directifs de la tangente T,

$$\cos \mathrm{H} = a\alpha + b\beta + c\gamma;$$

et, par les relations (5):

$$\cos^2 \mathrm{H} = \frac{\left[\sum a\,(\mathrm{Q}d\mathrm{R} - \mathrm{R}d\mathrm{Q})\right]^2}{\sum (\mathrm{Q}d\mathrm{R} - \mathrm{R}d\mathrm{Q})^2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (6)$$

3. On a

$$\sin^2 \mathrm{H} = (a\beta - b\alpha)^2 + (b\gamma - c\beta)^2 + (c\alpha - a\gamma)^2, \quad . \quad . \quad (7)$$

$$a\beta - b\alpha = \frac{a(\mathrm{R}d\mathrm{P} - \mathrm{P}d\mathrm{R}) - b(\mathrm{Q}d\mathrm{R} - \mathrm{R}d\mathrm{Q})}{\mathrm{V}}.$$

Au moyen d'une transformation bien connue, le numérateur devient $\mathrm{R}(ad\mathrm{P} + bd\mathrm{Q} + cd\mathrm{R})$; donc, en vertu de l'équation (2),

$$\sin \mathrm{H} = \frac{ad\mathrm{P} + bd\mathrm{Q} + cd\mathrm{R}}{\mathrm{V}};$$

puis

$$\mathrm{tg\ H} = \frac{ad\mathrm{P} + bd\mathrm{Q} + cd\mathrm{R}}{\sum a\,(\mathrm{Q}d\mathrm{R} - \mathrm{R}d\mathrm{Q})} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (8)$$

Telle est la formule qui détermine, fort simplement, *la génératrice* G *de la développable* Σ, *circonscrite à* S, *suivant la courbe* L.

4. Jusqu'à présent, rien n'exprime que L soit une ligne géodésique. Pour introduire cette nouvelle hypothèse, nous devons prendre

$$\mathrm{P} = f = a'\rho,\ \mathrm{Q} = g = b'\rho,\ \mathrm{R} = h = c'\rho \quad (\textbf{42}, \textbf{12}, \text{etc.})$$

La formule (8) devient

$$\mathrm{tg\ H} = \frac{\rho' \sum aa' + \rho \sum aa''}{\rho^2 \sum (b'c'' - c'b'')};$$

et, par les réductions employées dans tout le cours du Mémoire :

$$\mathrm{tg\ H} = \frac{r}{\rho} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

Ainsi, contrairement à ce que l'on aurait pu croire, la formule (1) ne diffère pas de l'équation des lignes géodésiques; elle en est une simple transformation. (Septembre 1875).

II

Problème. *Trouver les relations qui existent entre la courbure d'une ligne* L *et les courbures de ses trois projections orthogonales.*

1. Si deux des projections de L sont représentées par

$$z = f(x), \quad z = \varphi(y), \quad \ldots\ldots \quad (1)$$

l'équation de la troisième projection est

$$f(x) = \varphi(y) \quad \ldots\ldots \quad (2)$$

On conclut de celle-ci, en prenant x pour variable indépendante :

$$\frac{dy}{dx} = \frac{f'}{\varphi'}, \quad \frac{d^2y}{dx^2} = \frac{f''\varphi'^2 - \varphi'' f'^2}{\varphi'^3}.$$

Par conséquent, si A, B, C sont les rayons de courbure des trois projections :

$$A = \frac{(1+\varphi'^2)^{\frac{3}{2}}}{\varphi''}, \quad B = \frac{(1+f'^2)^{\frac{3}{2}}}{f''}, \quad C = \frac{(f'^2+\varphi'^2)^{\frac{3}{2}}}{f''\varphi'^2 - \varphi'' f'^2}. \quad (3)$$

2. En désignant par a, b, c les cosinus directifs de la tangente à L, on a, par les équations (1) :

$$f' = \frac{c}{a}, \quad \varphi' = \frac{c}{b}; \quad \ldots\ldots \quad (4)$$

donc les formules (3) peuvent être écrites ainsi :

$$A = \frac{\sin^3\alpha}{\varphi''\cos^3\beta}, \quad B = \frac{\sin^3\beta}{f''\cos^3\alpha}, \quad C = \frac{\sin^3\gamma}{\cos\alpha\cos\beta(f''\cos^2\alpha - \varphi''\cos^2\beta)}. \quad (5)$$

Éliminant φ'' et f'', on trouve cette *relation entre les courbures des trois projections :*

$$\frac{\sin^5\alpha\cos\alpha}{A} + \frac{\sin^5\beta\cos\beta}{B} + \frac{\sin^5\gamma\cos\gamma}{C} = 0 \quad . \quad . \quad . \quad (6)$$

3. La formule

$$\frac{1}{\rho^2} = \frac{1}{ds^6}\sum(dy\,d^2z - dz\,d^2y)^2$$

devient d'abord, à cause de

$$dy = \frac{f'}{\varphi'}dx, \quad dz = f'\,dx, \quad d^2x = 0, \text{ etc.:}$$

$$\frac{1}{\rho^2} = \frac{\varphi'^6}{(f'^2+\varphi'^2+f'^2\varphi'^2)^3}\left[\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^2 + \left(\frac{d^2z}{dx^2}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dx}\frac{d^2z}{dx^2} - \frac{dz}{dx}\frac{d^2y}{dx^2}\right)^2\right];$$

puis, par un calcul facile :

$$\frac{1}{\rho^2} = \frac{1}{(f'^2+\varphi'^2+f'^2\varphi'^2)^3}\left[(f''\varphi'^2 - \varphi''f'^2)^2 + f''^2\varphi'^6 + \varphi''^2 f'^6\right]. \quad (7)$$

D'après les formules (3), (4):

$$f'^2+\varphi'^2+f'^2\varphi'^2 = \frac{c^2}{a^2b^2}, \quad \varphi''^2 f'^6 = \frac{c^6(b^2+c^2)^3}{a^6b^6A^2},$$

$$f''^2\varphi'^6 = \frac{c^6(c^2+a^2)^3}{a^6b^6B^2}, \quad (f''^2\varphi'^2 - \varphi''^2f'^2)^2 = \frac{c^6(a^2+b^2)^3}{a^6b^6C^2};$$

donc

$$\frac{1}{\rho^2} = \frac{(b^2+c^2)^3}{A^2} + \frac{(c^2+a^2)^3}{B^2} + \frac{(a^2+b^2)^3}{C^2},$$

ou enfin

$$\frac{1}{\rho^2} = \frac{\sin^6\alpha}{A^2} + \frac{\sin^6\beta}{B^2} + \frac{\sin^6\gamma}{C^2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (8)$$

4. *Remarque.* Si $\gamma = \frac{\pi}{2}$, les relations (6), (8) deviennent

$$\frac{\sin^2\alpha}{A} - \frac{\sin^2\beta}{B} = 0, \quad \frac{1}{\rho^2} = \frac{\sin^6\alpha}{A^2} + \frac{\sin^6\beta}{B^2}.$$

On conclut, de celles-ci :

$$\rho = A + B \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (9)$$

Ainsi : *Le rayon de courbure, d'une ligne quelconque, est égal à la somme des rayons de courbure des projections de cette ligne sur deux plans parallèles au premier rayon, et perpendiculaires entre eux* (*).

(*) Charles Dupin, *Développements de Géométrie*, p. 88.

THÉORÈMES D'ARITHMÉTIQUE;

PAR

EUGÈNE CATALAN,

PROFESSEUR A L'UNIVERSITÉ DE LIÉGE.

THÉORÈMES D'ARITHMÉTIQUE.

Les propriétés suivantes, qui n'ont peut-être pas encore été signalées, sont des conséquences *immédiates* de la théorie des équations binômes. Il suffit donc de les énoncer.

Quelle que soit la base b *du système de numération :*

1° p, q *étant deux nombres impairs, premiers entre eux,*

$$\frac{b^{(q-1)p} + b^{(q-2)p} + \cdots + b^p + 1}{b^{q-1} + b^{q-2} + \cdots + b + 1} = \frac{b^{(p-1)q} + b^{(p-2)q} + \cdots + b^q + 1}{b^{p-1} + b^{p-2} + \cdots + b + 1}$$

$= entier.$

Par exemple, pour $p = 5$, $q = 5$:

$$\frac{1001001001001}{11111} = \frac{10000100001}{111} = entier.$$

2° *Le plus grand commun diviseur entre deux nombres de la forme* 111 ... 11, *a cette même forme.*

3° *Si le premier nombre contient* n *chiffres, et que le second en contienne* n', *le plus grand commun diviseur en contiendra* Δ, Δ *étant le plus grand commun diviseur entre* n *et* n'.

Exemple : le plus grand commun diviseur entre

111 111 111 111 et 111 111 111,

est 111.

Autre exemple. Les nombres 11111, 11111111 sont premiers entre eux.

4° *Les nombres*

1, 11, 111, 11111, 1111111, 11111111111, ...

composés de un, deux, trois, cinq, sept, onze, ... chiffres, sont premiers entre eux, deux à deux;
etc.

Liége, 10 février 1877.

QUELQUES RÉFLEXIONS

SUR

L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR

PAR

Louis HOUTAIN

DOCTEUR EN SCIENCES PHYSIQUES ET MATHÉMATIQUES.

QUELQUES RÉFLEXIONS

SUR

L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR.

La question de l'enseignement est, à tous égards, une question capitale, mais elle est aussi vaste qu'elle est importante; et ce n'est pas peu dire. On peut l'étudier, par exemple, au point de vue de la *Liberté des Doctrines*, et au point de vue de la *Liberté des Professions*. On peut examiner s'il vaut mieux qu'il appartienne à l'État seul de remplir le rôle de maître, ou s'il n'est pas préférable que tout citoyen puisse enseigner ce qu'il lui plaît, s'il le veut, et s'il trouve des disciples disposés à l'écouter.

On peut se demander s'il convient qu'il soit interdit d'exercer la profession de médecin, ou celle de légiste, à quiconque n'est pas porteur d'un diplôme délivré par le Pouvoir, ou si, au contraire, tout client a le droit de choisir son fournisseur, son agent. Mais là n'est pas tout; l'Autorité, supposée seule munie du pouvoir d'enseigner, doit-elle, oui ou non, imposer à tous ses sujets la fréquentation des écoles qu'elle a fondées? Bien d'autres questions, et de non moins graves, de non moins profondes, d'aussi élevées, de plus attrayantes peut-être, peuvent encore être posées. Mais nous ne voulons pas même les indiquer. On peut, en outre, considérer l'enseignement à ses divers degrés, comme primaire, moyen, supérieur, sans oublier ses deux phases extrêmes, l'enseignement approprié aux enfants, et l'enseignement dont ne peuvent profiter que les hommes faits, c'est-à-dire ceux qui ont parcouru le cycle entier des connaissances humaines, au moins dans la voie qu'ils ont choisie et où ils ont pénétré.

Notre but, en écrivant ces pages, n'a pu être de traiter, dans toute son étendue et avec toute son élévation, la question de l'enseignement. Il est bien plus restreint, bien plus modeste; on s'en apercevra tantôt. Qu'on veuille remarquer d'abord que, nous plaçant au-dessus des intérêts personnels, des intérêts locaux, des intérêts du moment, nous avons surtout pris soin de rester en dehors des passions politiques.

Pour qu'on ne puisse pas se méprendre sur nos intentions, nous commencerons par proclamer notre attachement aux lois qui régissent notre pays; et, si l'on nous fait l'honneur de lire notre petit travail, on voudra bien ne voir dans notre critique qu'un témoignage de notre affection aux institutions belges, qu'une expression de notre gratitude pour la liberté dont la Belgique nous laisse jouir. Nous n'avons jamais oublié ces quelques mots si vrais, prononcés par M. le Docteur Laussedat dans une réunion du congrès médical, tenue l'année dernière à Bruxelles : « La grandeur des nations ne se mesure pas à l'étendue de leur territoire; ce qui les distingue et les élève, ce sont les institutions et les mœurs. La Belgique est, au point de vue des frontières, un petit pays, mais ce petit pays est une grande nation. »

Maintenant qu'aucun malentendu ne nous paraît plus possible sur la nature de nos sentiments, nous pourrons dire enfin quel est notre projet.

Nous voulons nous occuper uniquement de l'organisation de l'enseignement supérieur, et, pour étayer nos allégations, nous observerons plus particulièrement ce qui se passe, en Belgique, dans les universités de l'État et dans les facultés des sciences.

L'enseignement supérieur, dans notre pays, nous semble laisser à désirer, au moins en ce qui concerne les sciences physiques et mathématiques.

Nous voudrions montrer aussi brièvement que possible, *premièrement*, en quoi il pèche, et faire partager par tous ceux que l'étude intéresse, une conviction, nôtre depuis longtemps déjà, et, ce qui touchera sans doute davantage le lecteur, qui est aussi celle de plusieurs professeurs et savants distingués appartenant à nos universités.

Après avoir essayé de rendre aussi claire que possible l'expression d'une opinion plus répandue que nous ne nous l'étions imaginé d'abord, nous chercherons *en second lieu* ce qu'il conviendrait de faire pour porter remède à un mal, senti, nous le savons, mais qui menace d'empirer si l'on se borne à en constater l'existence, sans faire d'abord obstacle à son développement, et sans le détruire ensuite petit à petit.

I

Les programmes officiels de l'enseignement dans nos facultés des sciences ont, à nos yeux, un triple tort : ils sont insuffisants ; ils manquent d'ordre ; ils n'ont point le caractère élevé si indispensable à un enseignement qui se qualifie de supérieur.

A). Ils sont insuffisants, incomplets (1). Nous n'y voyons, en effet, figurer ni la mécanique céleste, ni la géodésie ; l'astronomie y apparaît, mais fatalement réduite à des notions trop superfi-

(1) On nous permettra d'ajouter, en note, quelques mots nécessaires pour expliquer certains passages et justifier certaines allégations. Il importe que l'on sache que nous avions, dès la fin de l'année 1875, presque complétement achevé le présent article. Certaines réflexions avaient, à cette date, un caractère d'opportunité qu'elles ont bien pu tout naturellement avoir perdu aujourd'hui. On sait en effet que la question de l'enseignement supérieur a occupé, dans le courant de la dernière session (1876), les Chambres législatives belges.

En outre, la loi du 20 mai dernier, en introduisant dans les programmes des facultés des sciences de Liége et de Gand des compléments d'analyse et de dynamique, la théorie du potentiel, la mécanique céleste et la géométrie supérieure, a comblé, au moins en partie, certaines lacunes que nous signalons dans notre travail. Quelques-unes de nos affirmations n'ont donc plus toute leur gravité ; et quelques-unes de nos remarques n'ont plus toute l'originalité qu'elles pouvaient avoir quand nous les avons écrites ; et surtout, en ne paraissant qu'après la discussion close, elles ne peuvent plus exercer l'influence pratique, si restreinte soit-elle, que nous avions un instant osé en espérer.

cielles, trop restreintes, parce qu'elles ne peuvent, dans la situation actuelle faite à l'étude de cette branche, s'étayer, d'une part, sur l'observation et l'expérience, et, d'autre part, s'appuyer sur des connaissances assez profondes d'analyse, de géométrie, de mécanique et de physique. La géométrie (non pas ce qu'on appelle usuellement la géométrie analytique, ou la géométrie descriptive, ou la géométrie synthétique, etc., etc.), mais la vraie géométrie, la science géométrique envisagée dans son ensemble, dans son unité, et dans son esprit, cette géométrie n'est pas enseignée. La théorie des déterminants, si bien de nature, on ne le niera pas, à exciter par elle-même l'enthousiasme de tous ceux qui ont le goût de la haute analyse, et en même temps si féconde à divers égards, entre autres par ses applications à la géométrie, cette théorie, création des analystes modernes, n'est l'objet d'aucun cours spécial. La physique mathématique est inscrite au tableau des cours du doctorat, nous l'avouons; mais y occupe-t-elle, peut-elle y occuper la place qui lui est due, que devraient lui assigner les travaux hors ligne des géomètres de notre époque, entre autres les ouvrages si remarquables de cet éminent savant qui a nom Lamé? Non, la théorie analytique de la chaleur, celle de la lumière, celle de l'élasticité, etc., ne sont point enseignées, parce qu'elles ne peuvent l'être que bien difficilement par un seul professeur; parce qu'elles ne peuvent l'être sérieusement en une année; parce qu'elles supposent, chez les jeunes gens qui voudraient aborder de semblables études, des connaissances qui leur manquent, par exemple la connaissance des coordonnées curvilignes, celle des fonctions inverses des transcendantes, etc., etc.

Qu'on l'avoue, il y a des lacunes, de grandes lacunes dans l'enseignement des sciences physiques et mathématiques tel que nous le présentent les programmes de nos universités : nous avons cité les principales de ces lacunes. Mais, chose infiniment plus regrettable, certaines matières sont simplement indiquées, et en réalité ne sont pas enseignées; le mot est là, c'est vrai, mais la chose est absente; le fond a disparu, l'étiquette seule reste.

B). A ne regarder que l'extérieur des choses, à ne considérer que le corps, le programme universitaire nous produit l'effet d'un fragment de squelette, ossature réduite, parce qu'on a enlevé certains organes, et surtout parce que les organes délaissés ne sont pas, à coup sûr, les moins essentiels. Ces débris, tels qu'ils sont, seraient néanmoins encore acceptables; et, si nous voulions être quelque peu tolérant, nous pourrions accorder qu'ils seraient encore dignes de notre respect, s'ils nous laissaient entrevoir, sinon dans son intégrité, au moins dans son agencement, l'organisme auquel ils appartiennent. Mais, hélas! il n'en est pas ainsi; il n'y a rien dans ces restes qui soit de nature à éveiller en nous l'idée d'un être vivant dont tous les membres sont unis, coordonnés, disposés suivant une hiérarchie déterminée, et soumis à une loi suprême, à un principe vital unique, actif, et dont l'action une embrasse tous les détails, et, en les reliant, les enchevêtrant, les arrangeant suivant un plan bien défini, les échauffe, les éclaire et les vivifie.

Le manque d'ordre, je le répète, c'est ce qui explique, en second lieu, l'inefficacité, partielle au moins, de notre enseignement scientifique. Les cours ne sont pas tous à leur vraie place: nous le montrerons tantôt en essayant une classification des sciences physiques et mathématiques; mais il y a pire que cela; les cours n'ont pas d'objet suffisamment défini; leur cadre n'est pas tracé avec la précision désirable; et tous, sans qu'on sache trop où ils tendent, s'égarent dans une infinité de faits incohérents, de détails multiples et vagues, et sans connexion saisissable; tous, sans parcourir pourtant leur domaine propre, empiètent sur le champ voisin; on ne sait pas qu'autre chose est appeler à son aide le concours d'une science voisine, c'est-à-dire se servir des procédés, du langage et des notations de cette science; et autre chose, pénétrer dans le sein de celle-ci et en envahir le contenu, pour enseigner ce qu'il appartient à cette dernière seule d'exposer et d'établir.

A examiner certaines tables des matières pour juger les livres qu'elles ont pour mission de résumer, on est trop souvent frappé, non-seulement du défaut d'ordre, du délabrement de l'idée, de

l'absence de logique, mais encore du peu de fidélité que l'auteur met à ne pas sortir de son cadre, sans cependant le remplir.

Maintes fois, on dirait d'un professeur de physique, enseignant la langue française sous prétexte qu'il ne sera pas entendu de ses élèves, si ceux-ci ne savent et ne comprennent cette langue.

Le maître de mécanique doit supposer l'analyse, la géométrie, etc., connues de ses disciples; tant pis pour ces derniers, si leur ignorance les rend incapables de suivre les leçons auxquelles ils sont conviés, ou, s'ils les suivent, d'en profiter. Mais ce n'est pas à celui qui est chargé de leur exposer la statique, la cinématique et la dynamique, ou plutôt de leur ouvrir la voie dans ces belles études, et de la parcourir avec eux en leur servant de guide, ce n'est pas à lui de traiter de matières dont le secours lui est indispensable, nous l'admettons, mais qu'il ne pourrait aborder qu'au risque de devoir s'arrêter au début de la carrière qu'il est de son devoir de fournir.

Que chaque science donc définisse avec précision son objet, trace clairement la voie qu'elle a à explorer, fasse le relevé exact des moyens dont elle dispose pour atteindre son but; ensuite qu'elle se mette en route, en restant fidèle à sa mission; qu'elle fasse tous ses efforts, qu'elle use de toute son énergie, qu'elle déploie toute sa puissance, pour ne pas se perdre en chemin et risquer de ne pas aboutir, parce qu'elle aura erré de ci et de là, qu'elle aura fauché dans un champ étranger, en négligeant le sien, et qu'elle aura fait un meli-melo de matériaux informes et arbitrairement entassés.

Que l'analyse, par exemple (calcul différentiel et intégral, calcul direct et inverse des différences, calcul des variations), n'oublie pas que son but est exclusivement l'étude de la fonction en général, et non pas l'étude de telle ou telle fonction de forme déterminée (constante ou variable); et non plus l'étude des lignes et des surfaces. Sans doute, pour faire voir que l'étude qu'elle propose à l'intelligence de l'homme est digne de tous les efforts du génie humain, elle pourra sortir de temps à autre de la pure abstraction et montrer, par quelques exemples judicieusement choisis, qu'elle mérite, non-seulement par elle-même, de fixer toute notre

attention, mais qu'elle le mérite encore en offrant à l'étude particulière des fonctions qui jouent un rôle dans l'algèbre, dans la géométrie, dans la mécanique, une méthode d'investigation d'une incomparable puissance et d'une fécondité infinie. Sans doute, nous ne saurions blâmer une légère excursion dans le champ si vaste des applications utiles, quand elle est de nature à agrandir le zèle, à soutenir le courage, à maintenir l'ardeur. Mais pourtant nous ne saurions approuver que l'analyse consacre à la géométrie et à l'algèbre un temps aussi long qu'elle le fait, et perde ainsi de vue son but propre, son caractère essentiel, c'est-à-dire l'abstraction, l'universalité et l'éternité.

Les sciences physiques et les sciences mathématiques ont entre elles des rapports si étroits, des liens si intimes, que de leur coexistence naît nécessairement le groupe des sciences physico-mathématiques. Pour ne point nous écarter de l'objet de ce travail, et pour remplir une promesse que nous avons faite plus haut, nous allons tenter d'établir une classification des trois groupes de sciences que nous venons de nommer. Cette classification n'entrera pas dans tous les détails où elle devrait pénétrer. Nous n'avons osé les donner, dans la crainte de rendre trop fatigant l'établissement de notre thèse, et parce qu'ils ne seraient goûtés que dans un mémoire *ad hoc*. En attendant que nous offrions ce mémoire au public, nous nous sommes résigné à être incomplet; mais, pourtant, tout en ne faisant qu'effleurer certains points, nous pensons en avoir dit assez sur certains autres, pour qu'on puisse juger combien un travail complet et parfait serait intéressant et utile.

Les sciences appelées *Mathématiques pures* ont pour objet l'étude abstraite de la *Grandeur*, celle de l'*Étendue* et celle du *Mouvement*. Elles comprennent donc trois grandes sciences : la première n'a pas reçu de nom propre applicable à toutes ses branches; nous l'appellerions volontiers *Arithmologie*, si cette désignation n'avait pas, outre le défaut d'être nouvelle, celui de manquer de la précision que nous eussions voulu y mettre. La seconde est la *Géométrie;* la troisième est la *Mécanique*. L'arithmologie, en étudiant l'idée générale de *Grandeur*, l'envi-

sage sous trois points de vue, comme *Nombre*, comme *Formule* et comme *Fonction*, et se divise ainsi en trois branches bien distinctes et de plus en plus abstraites : l'*Arithmétique*, l'*Algèbre* et l'*Analyse*. Cette dernière dénomination est celle qui est usitée; et nous l'adopterons à ce titre, bien qu'elle laisse à désirer, parce qu'elle confond la troisième branche de l'arithmologie avec un procédé logique dont on se sert, non-seulement dans cette branche, mais dans toutes les sciences; parce qu'elle n'est pas tirée de la nature de l'objet qu'elle désigne; parce qu'enfin elle n'a pas, dans le domaine mathématique, un sens suffisamment précis. Pour parer, autant que faire se peut, à ces inconvénients, nous entendrons ici par analyse la science de la fonction considérée d'une manière générale.

α) Reprenons, à présent, chacune des trois sciences que nous venons de nommer, et qui forment l'arithmologie.

1° *Arithmétique.* — Les notions pures de *nombre* et d'*unité* sont comprises parmi les catégories nécessaires à la formation des concepts : elles sont innées, bien qu'elles ne se développent qu'à l'occasion de la transformation, par l'entendement, des images en concepts. Elles ne peuvent donc être définies : on peut seulement indiquer dans quelles circonstances elles s'éveillent dans notre esprit.

Les objets peuvent être considérés d'une infinité de manières différentes, selon leurs divers modes d'agir sur nos sens : de là, toute une série d'idées générales qui se développent dans notre intelligence : celles de forme, de couleur, de force, de température, de poids, etc. L'idée d'unité naît de la considération de chaque objet ou phénomène, pris à part. L'idée du nombre naît de la pluralité des objets considérés simultanément, ou de la répétition des phénomènes que nous observons. Ainsi, les arbres d'une avenue, les soldats d'un régiment, les jours d'une année, les battements d'une horloge, les changements de couleur, les variations de forme, etc., font surgir dans notre esprit, entre autres idées, celle de nombre, et l'idée corrélative d'unité. Les idées

de nombre et d'unité sont donc des idées premières qu'on ne peut définir, parce qu'on ne peut les ramener à d'autres idées plus simples. Ces idées peuvent être considérées indépendamment des objets ou des phénomènes à l'occasion desquels nous les avons aperçues dans notre conscience.

Les *choses*, pour être étudiées complétement en elles-mêmes, doivent l'être sous le rapport de leur substance et sous celui de leurs attributs : mais, dans l'un et l'autre cas, elles peuvent être considérées comme susceptibles d'augmentation ou de diminution : ainsi envisagées, elles se nomment *grandeurs*. Les *nombres* sont aussi des *grandeurs*, car il y a des nombres plus ou moins grands. Outre cette signification du mot grandeur, il en est une autre qui permet de dire : la grandeur d'une grandeur (d'une longueur, d'une aire, d'un volume, d'un poids, d'une vitesse, d'une durée, d'une force, etc., etc.), la grandeur d'un nombre. Le mot grandeur, pris dans le premier sens, serait, selon nous, avantageusement remplacé par le mot *quantité*. Quoi qu'il en soit, le mot grandeur, pris dans le second sens, suppose qu'il s'agisse d'apprécier une quantité, qu'il faille l'évaluer. L'idée correspondante à ce mot est aussi une idée primitive, par conséquent non susceptible de définition : tout ce que nous pouvons en dire, c'est qu'elle est éveillée en nous par la comparaison des quantités ou des nombres. En comparant deux quantités (deux longueurs, par exemple), ou deux nombres, on trouve, ou bien qu'ils sont égaux, ou que l'un est plus grand que l'autre, ou qu'il est plus petit.

Pour évaluer la grandeur d'une quantité, on prend une quantité de même nature, on la choisit convenablement, et l'on a recours à des procédés qui dépendent, et de la nature des quantités soumises à l'évaluation, et quelquefois, en outre, des convenances dictées par le but qu'on a en vue. La quantité prise comme terme de comparaison pour évaluer la grandeur de toutes les quantités de même espèce, se nomme *unité*. Le résultat auquel on parvient dans l'évaluation des quantités est un *Nombre*.

Nous venons de dire que le choix de l'unité et les procédés d'évaluation tiennent surtout à la nature de la quantité à évaluer. Il faut en effet distinguer les quantités *continues* et les quantités *discontinues*.

Une quantité est dite *continue*, lorsqu'on peut la concevoir augmentée ou diminuée d'aussi peu que l'on veut (ex. les longueurs, les durées, etc.). Une quantité est appelée *discontinue* lorsqu'on ne peut concevoir qu'elle augmente ou diminue d'aussi peu que l'on veut (telles sont toutes les collections d'objets de même espèce qui ne peuvent augmenter ni diminuer de moins d'un objet). Quand il s'agit d'une quantité continue, le choix de l'unité est arbitraire (ainsi, pour évaluer les longueurs, on peut prendre indifféremment pour unité le mètre, l'aune, le pied, etc.). Mais quand il s'agit d'une quantité discontinue, le choix de l'unité est fixé par la nature même des choses (ainsi pour évaluer une collection d'arbres, il faut nécessairement prendre pour unité l'arbre ou une autre collection d'arbres).

L'évaluation de la quantité, au moyen de l'unité choisie, se fait par des procédés différents, suivant que la quantité est discontinue ou continue. Dans le premier cas, on sépare successivement toutes les unités de la collection, en réunissant chaque fois dans un même concept la nouvelle unité séparée et celles qui ont été séparées avant elle, et en continuant de la sorte jusqu'à ce que toutes les unités de la collection soient épuisées. Faire ce travail, c'est *compter*. Dans le second cas, il faut encore distinguer entre les quantités à évaluer. Supposons qu'il s'agisse d'une longueur rectiligne : on portera bout à bout, à partir de l'une des extrémités, la longueur choisie pour unité, et cela autant de fois qu'elle pourra y être contenue. Effectuer ce travail, c'est *mesurer*.

On compte donc les quantités discontinues; on mesure les quantités continues. Dans les deux cas, on arrive ainsi au nombre qui exprime la grandeur de la quantité, lorsqu'on fait suivre l'indication du nombre, du nom de l'unité choisie. Ce nombre, suivi de la désignation de l'espèce de l'unité est appelé souvent *nombre concret* (expression fautive, car tout nombre est essentiellement abstrait); mais il serait préférable de l'appeler *quantité évaluée*. Toute quantité évaluée à l'aide d'une unité qui lui est égale donne naissance au nombre *un*. Il faut donc distinguer entre le nombre un, la notion abstraite d'unité, et l'unité (géné-

ralement concrète) qui n'est autre que chaque chose considérée à part dans une collection de choses de même espèce, ou une quantité prise pour servir à l'évaluation des quantités de même nature.

Le nombre auquel conduit la mesure d'une quantité est d'autant plus grand que l'unité choisie est plus petite. D'un autre côté, nous concevons difficilement les nombres, dès qu'ils sont grands. Il faut donc toujours, quand le choix de l'unité est arbitraire, approprier celle-ci à la quantité que l'on veut évaluer, c'est-à-dire prendre l'unité *petite*, s'il s'agit d'une quantité peu considérable, et *grande* dans le cas contraire. (C'est ainsi que si nous voulons apprécier le temps qui s'est écoulé depuis un acte très-rapproché de nous, nous choisirons pour unité la minute, la seconde; l'intervalle de temps devient-il de plus en plus long, nous adopterons pour unité l'heure, le jour, l'année et même le siècle).

Nous croyons ne pouvoir oublier de mentionner ici qu'on ramène l'évaluation de certaines quantités continues à celle d'autres quantités qui, elles, sont discontinues. (Exemple : On mesure la durée d'un phénomène en comptant le nombre des oscillations d'un pendule, le nombre des rotations de la Terre sur elle-même, etc.).

Enfin certaines grandeurs ne peuvent être évaluées, au moins avec une précision admissible, parce que les unes échappent aux moyens dont l'homme dispose (masses stellaires, distances et volumes des étoiles, etc.), et d'autres, parce qu'elles sont d'une nature qui semble purement idéale (telles sont l'utilité, la beauté, la vertu, etc.).

Les procédés si divers de l'évaluation des grandeurs peuvent, quand ils sont possibles, se ramener à trois : *compter, mesurer, calculer*. Nous avons dit plus haut que l'on compte les individus d'une collection; que l'on mesure les grandeurs continues; et que, de l'une et de l'autre manière, on obtient des nombres. Mais on peut encore en obtenir, en combinant ces nombres entre eux de diverses manières; ces modes de combinaison, quelque simples ou quelque compliqués qu'ils soient, sont des *opérations;* et l'art

de pratiquer ces opérations constitue le *calcul*. Les opérations sont *simples* ou *composées*. Le nombre de celles-ci est illimité; mais toutes peuvent se ramener à l'exécution plus ou moins réitérée de celles-là. Le nombre des opérations simples n'a pas en lui-même de valeur absolue, car il dépend des conventions et des signes adoptés pour exprimer les nombres et les opérations. Dans l'état actuel des notations et de la nomenclature, on doit distinguer trois *algorithmes fondamentaux directs* (*addition, multiplication* et *élévation aux puissances*) et trois *algorithmes fondamentaux inverses* (*soustraction, division* et *extraction des racines*) qui correspondent respectivement aux précédents.

L'idée du nombre se généralise de plus en plus par l'application des deux derniers algorithmes fondamentaux inverses, et l'on arrive à distinguer trois espèces de nombres : le nombre *entier*, le nombre *fractionnaire* et le nombre *incommensurable*. On doit apprendre à effectuer les six opérations sur ces trois espèces de nombres.

Pour pouvoir être soumis facilement au calcul, tout nombre doit, non-seulement pouvoir être dénommé, mais représenté par des signes convenables. Tout mode d'expression des nombres constitue un *système de numération*. Il y a évidemment un nombre infini de systèmes possibles de numération, et bien qu'ils soient peu scientifiques, il ne serait pas sans intérêt de faire connaître dans un cours d'arithmétique le système *romain* et le système *financier* (appelé aussi *français*). Mais ici, laissons de côté ces détails historiques; et classons les systèmes de numération, en systèmes à *une base*, et en systèmes à *plusieurs bases*. Les systèmes à une base sont le système *décimal*, qui est le seul usité; le système *duodécimal*, etc. Les nombres, exprimés dans ces systèmes, sont des nombres *incomplexes* ou *uniordinaux ;* et les *nombres complexes*, c'est-à-dire ceux qui sont exprimés à l'aide de plusieurs unités distinctes, mais qui ont entre elles des rapports déterminés, peuvent être nommés *multiordinaux*, parce qu'ils exigent des systèmes de numération à plusieurs bases. (Exemple : Si A est la valeur d'un nombre complexe ; si a_1, a_2, a_3, ... a_n représen-

tent les n bases d'un système de numération donné; si les égalités

$$a_1 = x_2 a_2, \quad a_2 = x_3 a_3, \quad a_3 = x_4 a_4, \ldots a_{n-1} = x_n a_n,$$

fournissent les rapports des diverses bases, le nombre A pourra être exprimé par la formule :

$$A = \alpha_1 a_1 + \alpha_2 a_2 + \alpha_3 a_3 + \cdots + \alpha_n a_n,$$

dans laquelle α_2, α_3, ... α_n seront assujétis à être respectivement plus petits que les rapports x_2 , x_3, ... x_n, tandis que α_1 pourra être plus grand que tous ces rapports.)

On pourrait concevoir les *nombres naturels* dénommés et figurés isolément, c'est-à-dire ayant chacun un *nom* propre et une *figure* particulière. La série des *mots* et des *signes*, dans une pareille hypothèse, serait illimitée; et quelque peu loin qu'on s'arrêtât dans ces séries, on se trouverait en présence d'un vocabulaire de *termes* et d'une collection de *dessins*, tellement étendus, qu'il serait bien certainement impossible de conserver les uns et de se graver les autres dans la mémoire. Mais enfin, tout irréalisable que soit une pareille conception, il convient d'en examiner les conséquences. L'addition consisterait à avancer, dans la suite des nombres, à partir du nombre qui suit l'addende, d'autant de rangs qu'il y a d'unités dans l'additeur; la somme serait le nombre auquel on s'arrêterait. La soustraction, au contraire, se ferait en reculant, dans la suite des nombres, et à partir du diminuende, d'autant de rangs que l'indique le diminueur; le nombre, qui précède celui auquel on aurait abouti, serait le reste. Le produit de deux nombres entiers se ramènerait à un nombre d'additions indiqué par le multiplicateur diminué d'une unité. La division deviendrait une succession de soustractions; le nombre de celles-ci fournirait le quotient, et leur exécution donnerait le reste, s'il en existait un. Une élévation aux puissances serait une suite de multiplications; et une extraction de racines, une suite de divisions. En un mot, dans le système imaginé, le calcul tout entier se réduirait à compter, c'est-à-dire à marcher, tantôt dans un sens, tantôt dans l'autre, sur la suite naturelle des nombres. Il

n'y aurait donc plus en réalité de calcul; et l'arithmétique disparaîtrait presque tout entière comme science, à ce point de vue. Il ne resterait que les vérités numériques générales telles que : « Une somme ne varie pas, quand on substitue l'addende à l'additeur, et réciproquement; un produit n'est pas altéré, quand on intervertit l'ordre des facteurs; une différence reste la même, quand on augmente le diminuende d'autant d'unités qu'on augmente le diminueur, etc. »

Il faut donc distinguer, en arithmétique, les propositions qui tiennent à l'essence même du nombre, et les règles qui dépendent du système de numération adopté. Pour qu'il s'agisse de *procédés de calcul*, il faut absolument employer un système de numération. Si le système est à une base, outre les avantages de pouvoir nommer et représenter une suite immense de nombres à l'aide de quelques mots et de quelques chiffres, les six algorithmes deviennent en réalité distincts; et il existe alors une science du calcul, c'est-à-dire des procédés qui permettent d'effectuer aisément et rapidement une opération quelconque. Mais, si l'on veut faire comprendre l'esprit de cette science, et établir dans une règle ce qu'il faut attribuer à cette circonstance que l'on fait usage d'un système à une base, et ce qui est particulier au système décimal, il convient d'exposer la théorie des six opérations simples, en raisonnant sur un système quelconque à une base. Bien plus, puisqu'un pareil système suppose l'emploi d'une infinité d'unités dépendant les unes des autres suivant un rapport constant quelconque qui est la base, il n'est qu'un cas particulier des systèmes de numération à plusieurs bases, puisque ces systèmes consistent à recourir à plusieurs ordres d'unités ayant entre elles des rapports différents, qui sont les diverses bases. Il y a donc, dans notre opinion, un avantage, inappréciable par sa grande étendue, à étudier, avec une attention à laquelle on n'est pas assez accoutumé, le calcul des nombres que nous avons nommés *complexes*.

Le calcul ne se borne pas à celui des nombres exacts, mais il comprend celui des nombres approchés; et il doit fournir en conséquence des notions suffisantes sur le calcul mental, la théorie

des proportions, progressions et logarithmes, enfin l'étude de l'erreur et des approximations.

Nous devrions ajouter bien des choses à ce qui précède, si nous voulions faire connaître complétement la manière dont un cours d'arithmétique devrait être conçu, selon nous, pour mériter le titre de science, et être digne, en le restreignant sans doute à ses généralités et à ses questions philosophiques et fondamentales, de figurer au programme des cours universitaires.

Mais nous craignons déjà d'avoir été trop long: nous nous bornons à présenter ci-dessous le tableau synoptique de l'arithmétique, et deux tableaux indiquant la manière dont les dernières subdivisions doivent être étudiées.

ARITHMÉTIQUE.

- CALCUL DES NOMBRES *EXACTS.*
  - INCOMPLEXES OU UNIORDINAUX.
    - EXPRIMÉS DANS LE SYSTÈME DÉCIMAL.
      - COMMENSURABLES.
        - Entiers.
        - Fractionnaires.
      - INCOMMENSURABLES.
    - EXPRIMÉS DANS UN SYSTÈME A BASE UNIQUE QUELCONQUE.
  - COMPLEXES OU MULTIORDINAUX.
- CALCUL APPROCHÉ DES NOMBRES OU CALCUL DES NOMBRES APPROCHÉS.
  - PROCÉDÉS DE CALCULS.
    - Divers.
    - Par logarithmes.
  - THÉORIE DE L'ERREUR ET DES APPROXIMATIONS.

CALCUL DES NOMBRES ENTIERS.

1. ADDITION.
   SOUSTRACTION.
2. MULTIPLICATION.
   DIVISION.
   - DIVISION EN ELLE-MÊME.
   - PROBLÈMES QUI SE RATTACHENT A LA DIVISION.
     - Divisibilité et indivisibilité.
     - Moindre commun multiple.
     - Plus grand commun diviseur.
     - Décomposition en facteurs.
3. ÉLÉVATION AUX PUISSANCES.
   EXTRACTION DES RACINES.
   - SPÉCIALEMENT.
     - Racine carrée.
     - Racine cubique.
   - EN GÉNÉRAL. Racines d'indice quelconque.

ÉTUDE DES FRACTIONS.
- SIMPLES.
  - CONSIDÉRÉES EN ELLES-MÊMES.
    - ORDINAIRES.
    - DÉCIMALES.
      - Limitées.
      - Périodiques.
  - CONSIDÉRÉES DANS LE PASSAGE RÉCIPROQUE DES FRACTIONS ORDINAIRES AUX FRACTIONS DÉCIMALES.
- CONTINUES.

Il va de soi que, dans l'étude du calcul des nombres entiers, auquel tous les autres calculs se ramènent, il faut faire connaître le calcul mental, parler des tables numériques (d'addition et de multiplication par exemple) à simple ou à double entrée, etc.; que, dans l'exposé du calcul des fractions, il faut, entre autres théories des plus attrayantes et des plus fécondes, parler de la décomposition des fractions irréductibles en une somme équivalente de fractions à dénominateurs premiers; qu'en étudiant les nombres complexes, il est utile et curieux d'exposer le système des poids et mesures; qu'il ne faut jamais négliger de donner les détails historiques ou géographiques quand ils sont importants ou intéressants; enfin qu'il faut, à chaque pas ou à l'occasion, résoudre les problèmes concernant l'intérêt ou se rapportant à la détermination des dates principales (Pâques, etc.) du calendrier, quand ces dates sont variables, etc., etc.

2° *Algèbre.* — Déclarons avant tout qu'il n'existe ni basse algèbre, ni haute algèbre. On peut exposer cette science d'une manière plus ou moins complète, par fragments, isolés sans motif scientifique, et n'ayant entre eux aucune connexion justifiée; on peut se placer aussi à des points de vue plus ou moins élevés. Mais on aura beau faire : l'algèbre est unique; elle est la science des formules. Essayons, pour en donner une idée, d'entrer, comme nous l'avons fait pour l'arithmétique, dans quelques détails, toutefois en en choisissant d'autre nature, afin de compléter, par ce que nous disons ici, ce que nous avons dit là, et ainsi de mieux permettre de juger comment nous voudrions que toute science fût exposée.

Il faut, premièrement, en faire connaître la source et l'origine, le but et l'utilité, et la définir; deuxièmement, analyser ses méthodes, en les comparant et en appréciant leur puissance; troisièmement, en dresser le plan, en en traçant le cadre, et en en dessinant les divisions principales. C'est alors seulement qu'il convient de réaliser la tâche ainsi définie, suivant le plan arrêté, et à l'aide des moyens examinés. Commençons donc, en nous inspirant de ces réflexions, et sans prétendre aller jusqu'au bout.

L'algèbre est née du double besoin, d'une part, d'abréger, en la facilitant, et d'autre part, de généraliser, en la simplifiant, la résolution des questions numériques. Deux classes de problèmes numériques ont appelé l'attention des hommes dès l'origine des sociétés : les uns (compter, mesurer, peser, évaluer, etc.), agités entre les citoyens pour l'équitable règlement des diverses transactions auxquelles donnent inévitablement lieu les relations quotidiennes, sont une *nécessité d'intérêt;* — les autres (arithmétique, géométrie, mécanique, physique, astronomie, etc.), suscités dans les esprits par cet insatiable désir de savoir qui distingue les membres de l'espèce humaine, sont une *satisfaction de l'intelligence.* La résolution des premiers problèmes est appelée par des besoins matériels sans cesse renaissants; on y considère plus fréquemment des quantités spécifiées dans leur nature et déterminées dans leur grandeur. La résolution des seconds problèmes répond à des besoins scientifiques toujours plus pressants; les quantités qu'on y envisage sont le nombre, la figure, le mouvement, les éléments des phénomènes physiques, les relations des astres, etc., c'est-à-dire qu'elles sont très-souvent d'une nature abstraite, ou d'une grandeur arbitraire ou inaccessible, et quelquefois cependant aussi d'une espèce indiquée avec précision et d'une valeur parfaitement définie et calculable.

Mais, quoi qu'il en soit de ces deux catégories de problèmes, il s'agit toujours, en dernière analyse, étant donnés certains nombres, de trouver un ou plusieurs autres nombres.

Seulement, il est à observer qu'un même nombre peut être le résultat d'opérations bien différentes sur des nombres fort divers. (Ainsi le nombre 16 peut être considéré aussi bien comme la

somme des nombres 4 et 12, que comme l'*excédant* du nombre 25 sur le nombre 7, le *produit* des nombres 2 et 8, le *quotient* du nombre 64 par le nombre 4, le *carré* du nombre 4, la *racine carrée* du nombre 256). Un résultat numérique, envisagé en lui-même, ne rappelle donc nullement par quelle série d'opérations il a été obtenu, et il ne conserve non plus aucune trace des raisonnements qui ont dû être faits pour obtenir l'indication de cette série d'opérations. Ainsi, qu'il se présente une suite de problèmes, identiquement du même genre, chaque fois que les données du problème à résoudre seront différentes en grandeur de celles des problèmes déjà résolus, des opérations semblables, en même nombre et dans le même ordre, mais sur d'autres nombres, devront tout naturellement être effectuées.

Or, on conçoit aisément qu'en général on ne connaisse plus à la fin d'un problème le système d'opérations qui a conduit des données au résultat cherché et obtenu. Il faudra donc recommencer les raisonnements propres à découvrir quelles sont ces opérations. Supposons ce *premier inconvénient* levé; et admettons que l'on connaisse le système d'opérations propre à fournir la solution du problème que l'on a en vue. De cette hypothèse, il ne résulte pas nécessairement que le système dont on dispose soit le plus simple de tous ceux qui permettent de déduire le résultat des données. La raison de ce *deuxième inconvénient* se trouve dans la double cause que voici : en ce que, d'une part, les opérations, ayant lieu sur des nombres, s'effectuent au fur et à mesure que le raisonnement les indique, et qu'ainsi il est difficile, sinon impossible, de revenir sur ses pas, lorsqu'on juge que la voie suivie n'est pas la meilleure, lorsqu'on entrevoit qu'on arriverait plus aisément et plus rapidement au but, si l'on avait procédé d'une autre manière. La seconde cause qui engendre le second inconvénient réside dans ce fait : la manière de déduire, d'un système connu d'opérations numériques, un autre *système équivalent*, mais plus simple, est généralement *difficile, fastidieuse*, et elle n'est pas suffisamment *assurée*, pour décider quand le système auquel on s'arrêtera sera le plus simple. Nous voulons donc pouvoir indiquer, pour chaque problème, la solution géné-

rale; nous voulons davantage : nous voulons connaître un moyen, un moyen uniforme d'arriver à la solution générale de tout problème. Sans doute, il n'y aurait aucun *intérêt pratique* bien grand à se livrer à de pareilles recherches, si l'on n'avait jamais qu'un problème particulier de chaque espèce à résoudre. Mais tel n'est pas le cas qui se présente dans la réalité. Et d'ailleurs, ne pût-on justifier par des considérations matérielles suffisantes, les études dont le champ s'ouvre devant nous, il est un intérêt d'ordre plus élevé, l'*intérêt scientifique* et les nécessités des autres études scientifiques, qui légitimerait largement les tentatives auxquelles on s'est adonné, auxquelles on s'adonne encore pour prévenir le double inconvénient dont nous avons tracé plus haut le portrait.

Nous voyons donc combien il serait à désirer qu'il existât, et que l'on connût, des procédés de nature : 1° à déterminer, dans toute catégorie de problèmes, le système le plus simple d'opérations nécessaires pour tirer des données les valeurs des inconnues; et 2° à exprimer ce système le plus simple, de la manière la plus simple, et aussi la plus facile pour le graver dans la mémoire, et la plus commode pour le retrouver.

Eh bien ! au lieu de spécialiser les *données* dans chaque espèce de problème, qu'on leur donne, à elles, ainsi qu'aux *inconnues*, des noms *propres quelconques*, mais suffisants pour ne point confondre les diverses quantités entre elles; qu'on raisonne sur ces quantités, ainsi désignées d'une manière générale, comme on eût raisonné sur des nombres particuliers, les opérations indiquées par le raisonnement ne pouvant s'effectuer, mais se ramenant souvent à des opérations plus simples et moins nombreuses, on arrivera, non plus à un résultat spécial, mais à une *indication* qui, si l'on a bien raisonné, sera la plus simple expression des opérations à effectuer sur les données, dans tous les problèmes dont il s'agit, pour obtenir les inconnues. Une pareille indication constitue un *formulaire*.

Mais quelle marche suivre pour obtenir ce formulaire et juger qu'il jouit des qualités qu'on en requiert ?

On cherche tout d'abord deux expressions distinctes d'une

même quantité, et on les égale; ou les expressions de deux quantités que l'on sait être inégales, et dont on écrit l'inégalité. On obtient ainsi une *équation* ou une *inéquation* du problème. On a soin de construire TOUTES les *équations* et *inéquations distinctes* qui résultent de la nature du problème. On les *résout* ensuite, c'est-à-dire que, par des combinaisons convenables, on déduit de ces équations et inéquations les expressions des inconnues au moyen des données. Et l'on arrive enfin au formulaire voulu de la solution d'un problème quelconque de l'espèce examinée.

Au lieu de noms propres pour désigner les quantités tant connues qu'inconnues, on emploie les caractères les plus simples, ceux avec lesquels nous sommes le plus familiers, les lettres d'un alphabet (l'alphabet romain ou grec); en second lieu, on imagine des signes pour indiquer les opérations diverses auxquelles les nombres peuvent être soumis; et alors, au moyen de ces deux catégories de signes, appelés *signes algébriques*, en y ajoutant une *terminologie* appropriée, les signes et les mots se multipliant, se perfectionnant chaque jour selon les progrès de la science, on arrive à écrire les formulaires, les équations et les inéquations de la manière la plus simple.

Une telle expression d'un formulaire est une *formule;* et l'égalité ou l'inégalité de deux formules distinctes, lors même qu'elles seraient formées d'éléments qui ne seraient pas tous les mêmes, est proprement une *équation* ou une *inéquation.*

Poser des équations et inéquations, et les *résoudre* dans une question numérique de quelque ordre qu'elle soit (géométrique, mécanique, physique, etc.), donnée, mais donnée d'une manière générale, soit pour arriver au formulaire de la *règle* qui permet de déduire certains éléments, d'autres éléments, c'est-à-dire de trouver *la solution d'un problème,* soit pour obtenir l'*énoncé* de la relation qui lie entre eux ces éléments, c'est-à-dire de donner *la démonstration d'un théorème,* c'est à quoi se ramène l'examen de cette question numérique.

Supposons un instant que l'on sache résoudre des équations et des inéquations; il faudra avant tout savoir *mettre un problème en équation* (j'adopte cette expression bien qu'incomplète et man-

quant de précision). Les problèmes à résoudre, les théorèmes à démontrer sont du domaine des divers arts et sciences; et c'est à ces sciences et à ces arts qu'il appartient de fournir les *principes* ou les *conventions* qui doivent servir à poser les équations ou inéquations nécessaires. La mise en équation, quelle que soit la forme interrogatoire ou affirmative d'un jugement, exigera toujours des connaissances spéciales dans la matière étudiée, une habileté particulière, un déploiement convenable des facultés intellectuelles; et rien ne pourra prendre la place de l'intelligence, se substituer à l'entendement, et amoindrir les bienfaits du *génie*. Ce n'est pas à l'algèbre, excepté quand il s'agit d'une question de son ressort exclusif, qu'appartient la mise en équation. Et même dans ce cas, c'est l'intelligence, s'exerçant dans le domaine de la science algébrique, qui fonctionne; mais ce n'est pas à l'algèbre qu'il incombe de remplacer, par des procédés en quelque sorte mécaniques, les raisonnements à faire pour la mise en équation. La résolution du problème de Hiéron de Syracuse suppose connu le principe d'Archimède, et c'est la physique qui seule est autorisée à s'en occuper.

Quel est donc le but de l'algèbre? C'est : 1° de fournir les règles générales qui servent à résoudre des équations et des inéquations d'après leur nature; et 2° comme ces règles exigent la combinaison de formules, de donner, au préalable, les procédés généraux qui permettent de combiner d'une manière voulue et selon leurs formes, des formules données. L'ensemble de ces procédés constitue le *calcul algébrique*.

Si maintenant nous définissons exactement ce qu'il faut entendre par *formule*, et ce que c'est qu'effectuer une *opération algébrique*, nous pourrons définir l'algèbre et en tracer le plan.

Une *formule* est l'expression d'un nombre plus ou moins grand d'opérations plus ou moins diverses, fondamentales ou dérivées, indiquées sur des nombres représentés d'une manière générale, c'est-à-dire indépendamment de la valeur particulière de ces nombres.

L'algèbre est la science des formules.

Pour donner une idée exacte du calcul algébrique, procédons

maintenant à une classification des formules : elles sont *rationnelles absolument,* lorsqu'elles sont indépendantes du signe de l'extraction des racines, ou *relativement à certaines lettres ou à certaines formules,* lorsque ces lettres ou ces formules ne figurent sous aucun pareil signe. Lorsqu'elles ne sont pas rationnelles, elles sont *irrationnelles.* Les formules rationnelles sont *entières* et le sont *absolument,* lorsque le signe de la division n'entre pas dans leur expression; elles sont entières *relativement à certaines lettres ou à certaines formules,* lorsque ces lettres ou ces formules n'y figurent pas en diviseur. Quand les formules rationnelles ne sont pas entières, elles sont dites *fractionnaires.*

Dans les formules telles qu'on est conduit à les considérer d'abord, les lettres ne peuvent, en fin de compte, représenter que des nombres entiers, fractionnaires ou incommensurables, ceux que l'arithmétique définit; et les opérations indiquées par ces formules sont toujours supposées possibles, c'est-à-dire telles qu'on puisse les effectuer par les règles de l'arithmétique, et qu'en les exécutant, on obtienne, pour valeurs exactes ou approchées des formules, des nombres entiers ou fractionnaires, commensurables ou incommensurables. C'est à cette condition qu'on peut penser à combiner les formules entre elles, et que les règles du calcul algébrique sont applicables. Mais il se peut que, pour certaines valeurs numériques entières, fractionnaires ou incommensurables, attribuées aux lettres d'une formule, on ne puisse effectuer complétement la série des opérations arithmétiques indiquées par cette formule, et obtenir pour celle-ci une valeur numérique exacte ou approchée. En cherchant la valeur numérique d'une formule, on pourra être arrêté par des opérations auxquelles les valeurs particulières que prennent les données dans cette circonstance, enlèvent toute signification. Ainsi on pourra être amené à une soustraction dans laquelle le nombre à soustraire sera plus grand que le nombre dont il doit être soustrait. On pourra même devoir extraire, par exemple, la racine carrée du résultat, impossible à obtenir pourtant, d'une pareille soustraction.

Dans ce cas et dans d'autres analogues, la formule, perdant par

elle-même tout sens, ne peut être soumise à aucune opération algébrique, à moins de certaines conventions, que des raisons analogues à celles qui ont donné naissance à l'algèbre peuvent faire juger utile d'adopter. Or, des raisons de cet ordre existent, et nous les développerons en leur lieu. Il suffit ici, pour l'objet que nous avons en vue, et qui est la classification des formules, de présenter cette remarque : on a été conduit à considérer des *nombres négatifs* et des *nombres imaginaires*. Par rapport aux *nombres négatifs*, on a appelé *nombres positifs* les nombres absolus entiers, fractionnaires ou incommensurables; et par opposition aux *nombres imaginaires*, les nombres positifs et négatifs ont été nommés *nombres réels*.

Nous pouvons actuellement dresser le tableau suivant de la classification des formules algébriques.

QUANTITÉS. { RÉELLES. { POSITIVES. { RATIONNELLES. { Entières. / Fractionnaires. } / IRRATIONNELLES. } / NÉGATIVES. } / IMAGINAIRES.

Il y a d'autres formules encore, mais celles que nous venons de disposer méthodiquement sont celles qui naissent de considérations purement algébriques; de là le nom d'*algébriques* que nous leur avons donné. Les autres formules, et nous les qualifierons de *transcendantes*, peuvent naître de la considération de problèmes spéciaux, telles que les formules sin. $(a + b)$, log. $(a_1\ a_2\ a_3\ \ldots\ a_n)$, et bien d'autres.

C'est d'après le tableau précédent qu'il faut, dans notre opinion, concevoir et exposer la première partie de l'algèbre, celle qui s'occupe du calcul algébrique. On nous pardonnera d'entrer, à cet égard, dans quelques nouveaux détails.

Effectuer une opération algébrique sur deux quantités, c'est trouver une troisième quantité algébrique d'une forme plus simple, quantité telle que, en substituant aux lettres, dans les expressions données, telles valeurs numériques qu'on veut, mais

satisfaisant aux restrictions ci-dessus signalées, et en effectuant, d'après les règles de l'arithmétique, sur les valeurs numériques obtenues ainsi pour ces expressions, l'opération proposée, on parvienne à un résultat numérique identique à celui que fournirait la troisième quantité, en la réduisant en nombres pour les mêmes valeurs attribuées respectivement aux mêmes lettres.

Nous n'avons supposé que deux quantités données; mais on pourrait avoir à opérer sur un plus grand nombre de quantités. Or, quel que soit le nombre des quantités données, l'opération algébrique devra être comprise comme nous venons de la définir. Seulement, pour qu'il y ait une opération algébrique distincte, et non une série plus ou moins longue d'opérations successives de même nature, il faut que le résultat dernier puisse être obtenu par une règle unique s'appliquant à toutes les données, et non pas seulement par l'application d'une même règle, application réitérée autant de fois sur les résultats successifs, qu'il y a de données moins une. Ainsi il existe une règle pour la multiplication d'un nombre quelconque de monômes; la *Loi des Produits* fournit, sans opérer des multiplications successives et cumulatives, le produit d'un nombre quelconque de facteurs binômes ayant un même premier terme, etc. Il n'existe point de règle pour effectuer en une fois une série de divisions successives, etc.

Dans certaines opérations, l'élévation aux puissances et l'extraction des racines, il n'y a, outre une quantité unique donnée, qu'un nombre entier (exposant ou indice) donné également, et dont la valeur indique le degré plus ou moins élevé de la complication de l'opération. Ce nombre joue un rôle analogue à celui d'une deuxième donnée dans les opérations qui ont au moins deux données, et il peut par conséquent y avoir des élévations aux puissances et des extractions de racines, où ce nombre est remplacé par une formule.

Les restrictions auxquelles nous avons fait allusion en disant ce qu'on doit entendre par ces mots : « *effectuer une opération algébrique,* » exigent que les nombres à substituer aux lettres soient nécessairement des nombres absolus (entiers, fractionnaires ou incommensurables), et que les opérations arithmé-

tiques à effectuer pour calculer la valeur numérique d'une formule soient toujours possibles, rigoureusement ou par approximation, dans l'ordre où la formule les indique; c'est-à-dire qu'on ne soit pas amené à soustraire un certain nombre d'un nombre plus petit, et peut-être, par suite, à extraire, du résultat d'une soustraction impossible, une racine d'indice pair. Enfin, lorsqu'il s'est agi plus haut de la substitution, aux lettres d'une formule, de nombres soumis à certaines restrictions, nous aurions pu parler (et en le faisant nous nous serions exprimé d'une manière plus générale) de la substitution, aux lettres d'une formule, d'autres formules dont les valeurs numériques fussent soumises aux mêmes restrictions.

Le *calcul algébrique* consiste donc à *transformer une formule en une autre formule plus simple, mais équivalente.* Mais pour que cette notion ait toute sa portée, il faut se former une idée exacte de ce qui constitue la *simplicité* d'une formule. Il faut d'abord distinguer entre la *simplicité absolue*, la simplicité qu'on envisage quand pour l'évaluer on tient compte de toutes les lettres; et la *simplicité relative*, celles dont il s'agit quand, dans son appréciation, on a égard à une lettre unique ou à un groupe de lettres, mais non à toutes les lettres. Il faut ensuite, entre deux formules dont on veut comparer les simplicités absolues ou les mêmes simplicités relatives, considérer une formule rationnelle comme plus simple qu'une formule irrationnelle; et une formule rationnelle entière comme étant plus simple qu'une formule rationnelle fractionnaire; il faut qu'entre deux formules rationnelles et entières l'une et l'autre, mais de degrés différents, on regarde comme la plus simple celle de degré inférieur, lors même qu'elle renfermerait plus de termes et que son écriture parût plus compliquée; il faut, bien entendu, qu'entre deux formules rationnelles et entières et de même degré, celle qui contient le moins de termes soit envisagée comme la plus simple. Il faut que, entre deux formules rationnelles et fractionnaires, on appelle la plus simple celle des deux qui a le numérateur le plus simple quand elles ont même dénominateur, etc. Il faut qu'entre deux formules irrationnelles de même indice, on nomme la plus simple

celle qui a la quantité la plus simple sous le signe radical; ou, si elles ont la même quantité sous ce signe, que ce soit celle qui a le plus petit indice, etc. Il faut qu'entre deux quantités irrationnelles, dont l'une a des signes radicaux superposés et dont l'autre ne renferme que des radicaux simples, ce soit la deuxième qu'on désigne comme la plus simple, etc. Il faut enfin, et en un mot, qu'en abordant une nouvelle opération ou un nouveau calcul, on définisse nettement la simplicité. Sans cette précaution, on court le risque de regarder une opération purement indiquée comme plus simple que la même opération effectuée sur les mêmes quantités; on en vient à déclarer impossible une opération alors qu'elle peut parfaitement se faire; et toute notion exacte, nette, intelligible du calcul algébrique disparaît, et, en réalité, ce calcul n'existe plus.

Dans l'exposé du calcul algébrique, il faudra, si l'on veut être précis et clair, distinguer dans une *règle* ce qui est *essentiel* de ce qui est simplement *convenable*, autrement dit, ce qui est *nécessaire* de ce qui est seulement *utile*. Par exemple, lorsqu'on s'exprime ainsi : « Pour multiplier deux polynômes l'un par l'autre, il faut multiplier chaque terme de l'un par chaque terme de l'autre, affecter chaque produit partiel du signe + ou du signe —, selon qu'il provient de deux termes de même signe ou de signes contraires; enfin faire la somme algébrique des produits partiels, et la réduction des termes semblables, s'il y a lieu, dans le polynôme obtenu, » on a réduit l'énoncé de la règle à ce qui est essentiel, nécessaire. Mais lorsqu'on ajoute : « on ordonne les deux polynômes donnés par rapport à une même lettre ou à un même groupe de lettres, et de la même manière; ensuite on multiplie le multiplicande successivement par chaque terme du multiplicateur dans un ordre déterminé; enfin, on ordonne la somme des produits partiels comme on a ordonné les facteurs donnés, » on fait des recommandations qu'il convient sans doute de suivre; on indique des prescriptions incontestablement utiles à observer; et en se soumettant à cette partie de la règle, on ne peut qu'y gagner non-seulement au point de vue de la facilité du calcul et des moyens de contrôle dans les opéra-

tions exécutées, mais encore au point de vue de l'élégance de la forme des résultats.

Il faudra encore, si l'on veut être complet dans l'exposé du calcul algébrique, développer clairement, avec une précision entière et toute la généralité désirable, les notions absolues et relatives de degré, de polynomie, d'homogénéité, de symétrie, de réciprocité et d'inversion, etc.

Il faut enfin, et ceci est nécessaire dès l'abord dans le calcul algébrique des quantités entières, généraliser les notions premières de *coefficient* et d'*exposant*. Le coefficient sera, non plus seulement, dans une formule entière, un facteur numérique, positif, entier, fractionnaire ou incommensurable, mais il pourra être une formule quelconque, simple ou compliquée, à condition qu'il ne puisse avoir d'autre valeur numérique qu'un nombre positif, entier, fractionnaire ou incommensurable.

Quant à l'exposant, il ne sera plus simplement un nombre entier absolu, mais il pourra être une formule quelconque, assujétie à n'avoir qu'une valeur numérique entière et positive.

Ce sera seulement après avoir donné le triple calcul algébrique des quantités entières, des fractions et des radicaux, qu'on abordera le calcul des nombres négatifs.

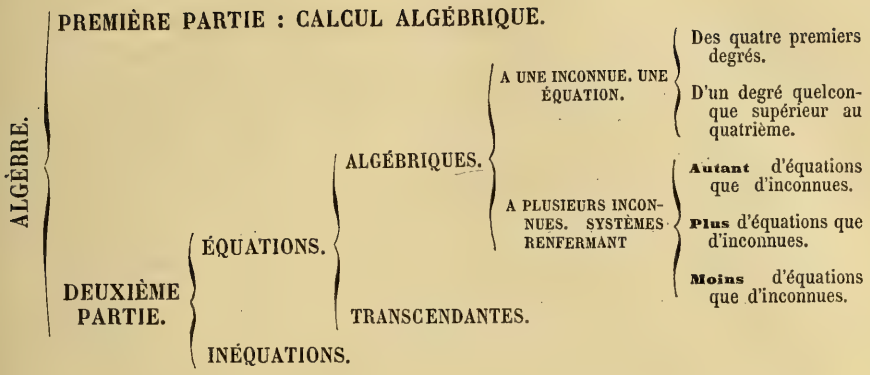
Il faudra s'écarter ici des usages trop répandus, et observer, avec le plus grand soin, la rigueur et la clarté. Nous réserverons ce que nous aurions à dire ici, pour un travail spécial : Programme d'un traité d'algèbre. Nous nous bornerons à faire une couple de remarques, suffisantes, nous paraît-il, pour que le lecteur soupçonne l'importance de ce que nous nous voyons obligé de taire. Et d'abord, en énonçant certaines propositions algébriques, il faudra ne point omettre de signaler, s'il y en a, les restrictions qui les affectent. Ainsi, on ne dira pas d'une manière absolue : « un polynôme ne change pas de valeur, de quelque manière qu'on en arrange les termes. » On ne pourra s'exprimer ainsi que lorsqu'on aura exposé la théorie des valeurs négatives. Mais auparavant, il faudra dire : « un polynôme ne change pas de valeur, dans quelque ordre qu'on en dispose les termes, pourvu que, dans tout ordre adopté, les soustractions successives indiquées puissent s'effectuer. »

La deuxième remarque que nous avons annoncée est celle-ci : après avoir étudié les nombres négatifs, on pourra étudier les exposants entiers négatifs et, à cette occasion, les exposants fractionnaires positifs et négatifs; et l'on justifiera cette nouvelle étude en observant que tout calcul algébrique se ramenant en dernière analyse à un calcul de quantités rationnelles entières, il y a un intérêt scientifique évident à généraliser les significations premières des notations admises, et à pouvoir écrire une formule fractionnaire sous forme entière, et une formule irrationnelle sous forme rationnelle.

Le calcul des quantités réelles achevé, il faudra s'occuper des quantités imaginaires; et les considérer d'abord dans toute leur généralité, c'est-à-dire comme les membres d'*égalités symboliques* à un nombre quelconque de *clefs*. On examinera ensuite plus particulièrement les *quaternions* ou les imaginaires à trois clefs d'Hamilton. Enfin on portera son attention toute spéciale sur les imaginaires du second degré; et, dans leur étude, il faudra faire connaître les magnifiques propriétés de leur *module* et de leur *argument*.

On devra terminer l'exposé du calcul algébrique en montrant comment toutes les restrictions qui entachaient encore à l'origine le calcul des quantités réelles, peuvent être désormais levées; et combien le calcul algébrique, c'est-à-dire cette belle science de la transformation des formules, conquiert de puissance, de généralité, de diversité, ou, si l'on veut, d'énergie, d'extension, de simplicité.

La première partie de l'algèbre ayant ainsi terminé sa course, il faudra entrer dans la seconde partie de son domaine, qui sera vaste aussi, et qui devra appeler à son secours le calcul algébrique, comme la théorie des équations et des inéquations a dû venir en aide dans les études préalables. Malgré l'attrait d'un pareil examen, nous le renverrons à une publication prochaine, et nous nous bornerons à dresser le tableau suivant :



3° *Analyse.* — Cette science, si vaste et si puissante, la branche la plus étendue et la plus utile, à coup sûr, de l'arithmologie, s'occupe spécialement des fonctions. L'algèbre, elle, étudie les formules. L'étude d'une formule et l'étude d'une fonction sont deux choses distinctes, bien que, d'une part, l'emploi des formules soit indispensable dans la science des fonctions, comme elle l'est dans la science des nombres; et que, d'autre part, les formules de l'algèbre, et même celles de l'arithmétique, puissent être étudiées comme des fonctions. D'un côté, les formules sont employées comme moyens, comme auxiliaires; de l'autre, les formules sont considérées comme objet, c'est-à-dire que ce sont leurs formes, leurs modes de combinaison qui préoccupent le savant; que celui-ci n'y considère que des quantités connues et des quantités inconnues, quand il y distingue entre les valeurs attribuées aux lettres de ces formules; en tous cas, les valeurs dont il se préoccupe, bien qu'arbitraires, sont constantes dans tout le cours des études auxquelles il soumet une même formule. Il y a donc une différence essentielle dans les deux points de vue auxquels peuvent se placer l'algébriste et l'analyste. Il nous suffit de la signaler. Ce que nous nous proposons de dire de l'analyse, si brièvement que ce soit, permettra de saisir et de comprendre cette différence.

Une *fonction* est une relation existant entre plusieurs quantités variables. Que cette relation soit isolée, ou qu'elle existe

simultanément avec d'autres relations entre quelques-unes des premières variables ou entre toutes, entre celles-là seules ou entre celles-là et d'autres variables encore, les variables considérées peuvent toujours être groupées par l'analyste en *variables dépendantes* et en *variables indépendantes*. Quant au choix de celles qui doivent entrer dans la première catégorie et de celles qui constituent la seconde, il est arbitraire, ou il dépend des conditions du problème à résoudre. Les variables dépendantes se nomment plus particulièrement fonctions, et les variables indépendantes plus particulièrement variables. On pourrait aussi appeler les premières *fonctions directes;* et comme les variables proprement dites pourraient à leur tour être considérées comme dépendantes des fonctions directes, on pourrait par analogie les nommer *fonctions inverses*.

Maintenant, que les relations existant entre les diverses variables soient résolues ou non, par rapport aux variables considérées comme dépendantes, c'est-à-dire que les fonctions proprement dites soient *explicites* ou *implicites;* que, dans cette dernière hypothèse, ces relations soient exprimables ou non; bien plus, qu'elles soient connues ou non, dans tous les cas, ces relations peuvent être envisagées comme constantes ou comme susceptibles de varier. L'analyse comprend donc nécessairement deux branches essentiellement distinctes. La seconde, qui traite de la *déformation* des fonctions et plus spécialement de leur *déformation continue*, est la plus générale des deux : c'est le calcul des *variations*.

La première branche considère comme constantes les relations qui existent entre les variables dépendantes et indépendantes; et, selon qu'elle regarde ces variables comme variant d'une manière continue ou par degrés finis, elle se nomme *calcul différentiel* et *calcul intégral* (l'inverse du précédent) ou *calcul aux différences finies, directe ou inverse*.

L'analyse pure se classe donc comme l'indique le tableau suivant :

ANALYSE.
- LA FONCTION EST DE FORME CONSTANTE.
  - ELLE VARIE D'UNE MANIÈRE CONTINUE.
    - Calcul différentiel.
    - Calcul intégral.
  - ELLE VARIE PAR DEGRÉS FINIS.
    - Calcul direct aux différences finies.
    - Calcul inverse aux différences finies.
- LA FONCTION VARIE DE FORME . . . . Calcul des variations.

L'arithmologie n'a pas terminé sa course, aussi longtemps qu'elle reste dans l'étude générale du nombre, de la formule et de la fonction. Elle n'est jusque-là que l'*Arithmologie générale.* Or, les nombres jouissent, dans certaines conditions, de propriétés éminemment remarquables et fort utiles dans leurs applications à diverses sciences, par exemple, en géométrie. Certaines formules possèdent aussi des propriétés fort intéressantes relatives à la multiplicité des formes, à la symétrie, à l'analogie, à l'inversion, à la réciprocité, à l'homogénéité, etc., propriétés dont la connaissance est un auxiliaire d'un grand secours dans la résolution des équations, en géométrie, en physique mathématique, etc. L'analyse elle-même n'a pu se borner à l'étude générale des fonctions. Il y a une infinité possible de fonctions diverses, et parmi elles, il en est dont l'étude doit être reprise en particulier, parce qu'elles apparaissent nécessairement dans des questions d'algèbre, de géométrie, de physique, d'astronomie : telles sont certaines fonctions algébriques; et parmi les fonctions transcendantes, il importe de signaler spécialement les fonctions exponentielles et logarithmiques, les fonctions elliptiques et ultra-elliptiques, la fonction potentielle et le potentiel, et bien d'autres encore que nous ne voulons pas ici nommer et classer pour ne point trop étendre notre article.

Ajoutons cependant que chaque fonction signalée par l'importance de ses applications, fait l'objet d'une science particulière, et que le nombre de ces sciences particulières (la logarithmie, la trigonométrie, etc.), ne peut être limité; il est au contraire progressif, et sa marche suit le développement des sciences mathématiques appliquées.

Disons encore en quoi consiste l'étude d'une fonction particu-

lière. Après avoir fait connaître, dans une introduction, la source et l'origine de cette fonction, et en avoir donné une définition, il faut examiner ses variations, c'est-à-dire en déterminer l'étendue, les valeurs remarquables (les valeurs nulles, infinies, maxima, minima, multiples, etc.), les périodes (leur amplitude, leur nombre, leurs sinuosités, etc.). Il faut ensuite rechercher leurs *propriétés* (concernant l'addition, la soustraction, la multiplication, etc.). Il faut en outre traiter de leur *évaluation* (par développements en séries, produites et fractions continues, génératrices indéfinies, etc.). On pourra enfin indiquer, avec des détails plus ou moins étendus, les diverses *applications* de la fonction étudiée (applications analytiques, géométriques, mécaniques, physiques, etc.). On le voit : pour que l'étude d'une fonction donnée puisse se faire complétement, il faut aller puiser dans l'analyse pure le levier nécessaire, l'instrument qui, entre les mains de l'explorateur, est presque seul, pour lui permettre de résoudre bien des difficultés, et d'aller en tous cas au cœur même des questions soulevées.

Mais je m'aperçois que j'allonge ma dissertation, et que j'oublie du reste avoir promis de ne point perdre de vue qu'il s'agit pour le moment de montrer par un exemple combien l'ordre est indispensable dans la science. Bornons-nous, en conséquence, à constater qu'il existe, à côté de l'ARITHMOLOGIE GÉNÉRALE, l'ARITHMOLOGIE SPÉCIALE, comprenant trois catégories de recherches : la *Théorie des Nombres*, l'*Analyse algébrique* et la *Science des déterminants*, et l'étude des diverses *Transcendantes*. Nous aurons ainsi le tableau ci-dessous.

- ARITHMOLOGIE.
  - GÉNÉRALE.
    - ARITHMÉTIQUE.
    - ALGÈBRE.
    - ANALYSE.
  - SPÉCIALE.
    - THÉORIE DES NOMBRES.
    - ANALYSE ALGÉBRIQUE.
    - SCIENCE DES TRANSCENDANTES.

β). Le moment est venu de dire un mot de la géométrie. Nous n'en dirons que ce qui est nécessaire au point de vue de la classification qui nous occupe actuellement. Nous aurons plus loin l'occasion d'indiquer la manière dont nous voudrions voir cette science enseignée. Et si, à cette place, nous présentons quelques observations, c'est pour en conserver la paternité, et parce que nous n'avons pu encore les présenter ailleurs.

Et d'abord la géométrie peut se placer à un triple point de vue, en étudiant son objet. Elle peut envisager l'étendue comme grandeur, comme forme et comme position. Ensuite elle peut employer, pour procéder à ce triple examen, un triple moyen. Elle peut étudier l'étendue, en la considérant premièrement telle qu'elle la définit, en regardant la figure elle-même pour en déduire les propriétés. Elle peut se fonder sur la corrélation des figures; et cette corrélation d'une figure avec une autre, qui est le second moyen dont la géométrie dispose, est à coup sûr plus puissant que le premier, et sans contredit de nature à éveiller plus vivement la curiosité, à susciter davantage l'attrait que tout chercheur éprouve pour ce qu'il cherche, que tout travailleur ressent pour son œuvre. Ainsi la géométrie s'exerce, par exemple, à ramener l'étude d'une figure de n dimensions à celle d'une figure d'un autre nombre de dimensions, et elle apprend à traduire les propriétés de l'une de ces figures en propriétés de l'autre et réciproquement (théorie du pôle et de la polaire) : telles sont la géométrie descriptive, la géométrie perspective, etc. Enfin elle emploie un troisième moyen, un moyen qui n'exclut certainement pas les deux autres, moins géométrique sans doute, mais d'une puissance incomparable, et dont la découverte doit illustrer l'inventeur et le siècle qui lui ont donné naissance. Ce troisième moyen consiste à traduire toute figure par une équation ou un système d'équations; et à faire de l'étude de l'étendue une question d'arithmologie. Cette traduction analytique d'une figure peut s'effectuer d'une infinité de manières; et la fécondité du mode auquel on s'arrêtera dépendra, ou de sa simplicité, ou de son appropriation aux questions examinées, ou à la fois de ces deux attributs. Les coordonnées cartésiennes pour

l'étude des lignes planes ou gauches, constituent un langage très-simple, nous ne saurions en disconvenir; mais parfois l'emploi des coordonnées polaires, par exemple, sera préférable.

Qu'on me permette ici de laisser entrevoir un système de coordonnées dont je me propose de faire l'objet d'un travail spécial. Il n'exclut nullement l'usage des autres systèmes; au contraire, il en suppose l'emploi, mais il est fondé sur une remarque que nous ne ferons ici que sur les lignes planes, renvoyant à ce prochain travail pour les détails : une ligne est connue, lorsqu'on connaît, en un quelconque de ses points (donné par sa position relative et sa nature simple ou multiple, etc.), la direction qu'y possède la tangente et la valeur qu'y acquiert son rayon de courbure.

A ce propos, donnons le titre d'un livre que devraient connaître tous ceux qui s'occupent de géométrie analytique; il est dû à M. l'abbé Aoust; et ce livre est intitulé : *Analyse infinitésimale des courbes tracées sur une surface quelconque* (1). Cette œuvre éminente, que nous n'avons pas ici le temps d'analyser, montrera au lecteur, qui s'y familiarisera avec les coordonnées curvilignes, comment l'auteur, en substituant des surfaces courbes aux surfaces planes de Descartes, a pu rendre l'étude des courbes gauches, aussi rationnelle et aussi complète que l'étude des lignes planes; et il y verra les traces de l'idée que nous annoncions plus haut.

Il y verra une autre chose encore qui l'intéressera à tous égards et qui, ne nous étant plus personnelle, nous permet d'appeler sur la manière dont elle est dite toute l'attention des arithmologistes. Dans l'introduction de son livre, M. l'abbé Aoust fait voir, après Montucla et les historiens, comment le calcul différentiel et le calcul intégral, créés par Leibnitz et Newton qui les basaient néanmoins sur des métaphysiques distinctes, sont nés de problèmes géométriques (le problème des tangentes et celui des

(1) M. Gilbert, professeur à l'Université de Louvain, est arrivé, en même temps que M. l'abbé Aoust, aux propriétés qui font l'objet de l'ouvrage cité plus haut. Voir le remarquable travail intitulé : *Mémoire sur la théorie générale des lignes tracées sur une surface quelconque,* par M. Ph. Gilbert. (Mémoires de l'Académie royale des sciences, des lettres et des beaux-arts de Belgique. Tome XXXVII, Bruxelles, 1869).

quadratures). Le lecteur comprendra alors combien il importe de distinguer, dans l'étude d'une science, son origine, son objet et son utilité; car si l'analyse a pris naissance dans l'examen de questions géométriques, elle a un objet propre, l'étude de la fonction; et son utilité est immense, non-seulement dans la géométrie à laquelle elle rend au centuple les services qu'elle en a reçus, mais aussi en mécanique et dans toutes les sciences physiques. Les questions philosophiques, les faits historiques, qui ressortent de toute science, devront donc être examinés, racontés au début dans l'exposé de cette science.

Pour en finir avec la géométrie, il nous reste à faire quelques observations que nous intercalons ici, parce que nous n'avons pas l'occasion de les présenter à leur véritable place, et en attendant que nous puissions publier un travail complet. Dans les ouvrages de géométrie, on distingue des théorèmes et des problèmes. Mais il nous semble que la distinction n'est pas suffisamment éclaircie, pas suffisamment fondée. Tout problème conduit à un théorème qui n'est autre chose que le résultat de ce problème énoncé sous forme affirmative. Et tout théorème a dû naître d'un problème que s'est posé le savant, et n'a pu être formulé que le jour où le savant a conquis, à la suite d'efforts soutenus, d'essais nombreux, la solution désirée. Choisissons un exemple bien simple. Avant de pouvoir dire : « La somme des trois angles d'un triangle est égale a deux droits, » il a fallu se poser la question : « A quoi est égale la somme des trois angles d'un triangle ? » Il ne serait donc pas inutile d'examiner à *quelles conditions* il convient de regarder une vérité géométrique comme énoncé d'un théorème à démontrer, et quand, au contraire, il est préférable de laisser à cette vérité un rang subsidiaire en la regardant comme le résultat exprimé en langage technique d'un problème qui vient d'être résolu.

Nous voudrions encore, lorsqu'il s'agit de l'évaluation d'une grandeur, qu'on fît ressortir, avant tout, l'espèce de cette grandeur; et qu'on déclarât si cette grandeur est *constante* ou *variable*, avant d'en donner la valeur algébrique ou fonctionnelle. Ainsi ce qui doit intéresser le plus, dans la sommation des angles d'un triangle, c'est la constance de la somme quand le triangle est rec-

tiligne; c'est sa variabilité lorsque le triangle est sphérique. Nous voudrions donc qu'on s'exprimât de cette sorte : « La somme des trois angles d'un triangle rectiligne est constante, et elle est égale à deux droits. » Sans doute, en disant qu'elle est égale à deux droits, on peut en conclure qu'elle est constante; mais fût-elle égale à trois droits ou à une autre valeur, elle serait aussi constante; et c'est ce caractère de constance, qui frappe le plus, qu'il importe le plus de constater. Lorsque la grandeur sera variable, il faudra le dire d'abord; il faudra ensuite distinguer si cette variation est uniforme ou variée, c'est-à-dire si la grandeur peut être représentée géométriquement par une ligne droite, ou si elle ne peut l'être que par une ligne courbe. Dans ce cas, cette courbe, que nous appellerons *ligne de variation*, devra être examinée : il faudra en indiquer les *limites*, les *inflexions*, les *points singuliers*, la *courbure*, etc. Ainsi on devra s'exprimer comme suit : la somme des trois angles d'un triangle sphérique est variable; sa ligne de variation est courbe; elle a pour limites deux droits et six droits, etc. (1).

La géométrie est, de toutes les sciences, une de celles qui présentent les applications les plus fréquentes, les plus nombreuses, les plus utiles; et ces applications ne sont pas purement techniques ; elles ont un côté, réellement théorique, qui leur donne de l'attrait aux yeux mêmes du géomètre que séduit uniquement la science. Ainsi les problèmes de pure perspective, de projections orthogonales, de projections cotées, ces problèmes, relatifs au trait, appartiennent incontestablement à cette partie de la géométrie générale qui s'occupe spécialement de la transformation réciproque des figures. La trigonométrie rectiligne et la trigonométrie sphérique dépendent à la fois de la géométrie pure et de l'analyse. L'arpentage, la topographie et la géodésie élémentaire

(1) Nous croyons rendre service au public en donnant les titres de deux ouvrages qui diffèrent notablement des livres ordinaires, et dont l'introduction dans les athénées et les colléges élèverait sensiblement le niveau de l'enseignement moyen.

Fr. Folie, *Précis de Géométrie élémentaire* (J. Desoer, Liége, 1876); Joseph Carnoy, *Cours de Géométrie analytique* (Géom. plane) (Desbarax, Louvain, 1872).

forment un premier groupe d'applications qui, joint à d'autres encore, constituent une sorte de géométrie spéciale à placer à côté de la géométrie générale qu'elle excite en en prouvant la fécondité. Ainsi la topographie, en résolvant des problèmes tels que ceux-ci : « Trouver la distance d'un point accessible à un point inaccessible; — trouver la distance de deux points inaccessibles; — prolonger une droite au delà d'un obstacle qui arrête la vue ; » et une foule d'autres que l'on trouvera dans les traités *ad hoc*, prouve combien l'étude purement géométrique de la droite, des triangles, du cercle, etc., est utile et indispensable. Enfin la coupe des pierres, la charpente, le tracé des cadrans, etc., forment un second groupe d'applications géométriques tel, qu'en le restreignant aux généralités et aux principes, il est digne de figurer dans la géométrie spéciale que nous avons nommée tantôt.

Bornons-nous à ces considérations et synthétisons-les dans le tableau ci-dessous :

- GÉOMÉTRIE.
  - GÉNÉRALE.
    1. PURE.
    2. DE LA TRANSFORMATION RÉCIPROQUE DES FIGURES.
    3. ANALYTIQUE.
  - SPÉCIALE.
    - *1er groupe.*
      - ARPENTAGE.
      - TOPOGRAPHIE.
      - GÉODÉSIE.
    - *2e groupe.*
      - COUPE DES PIERRES.
      - CHARPENTE, etc.

γ). Vient, comme troisième branche des mathématiques pures, la *Mécanique*. Nous renonçons à dire tout ce que présente de particulièrement attachant l'étude de cette nouvelle science. Nous dirons seulement qu'elle est impossible sans une connaissance assez étendue de la géométrie et de l'arithmologie, de même que la géométrie supposait pour être parcourue tout entière une connaissance approfondie de l'arithmologie. Chaque pas dans la série des études mathématiques s'appuie sur le précédent ; chaque marche implique une marche antérieure; et au fur et à mesure

qu'on avance, on s'élève, et l'horizon devient plus vaste. La mécanique suppose non-seulement les idées premières de grandeur et d'étendue; mais encore les notions de force et d'inertie, de mouvement et d'équilibre, de temps et de durée. Ces notions nouvelles sont également des notions premières, qui impliquent déjà celles précédemment examinées, et que doit approfondir le professeur de mécanique, s'il veut donner à son enseignement une base rationnelle, s'il veut appuyer son programme sur des principes clairs.

Nous venons de parcourir le cercle des mathématiques proprement dites. Tantôt nous avons donné des développements qui seront peut-être jugés trop longs; d'autres fois, à moins que nous ne nous fassions illusion, on nous trouvera trop bref. Quoi que l'on pense, nous croyons avoir suffisamment entretenu nos lecteurs des mathématiques pures; et en signalant parmi les mathématiques appliquées, l'analyse des probabilités, parce qu'elle résout une foule de problèmes qui n'empruntent pour point de départ que des définitions, et ne supposent aucune connaissance des sciences physiques, nous pourrons dresser ce nouveau tableau qui relie les tableaux précédents.

MATHÉMATIQUES.
- PURES.
  - α) ARITHMOLOGIE.
  - β) GÉOMÉTRIE.
  - γ) MÉCANIQUE.
- APPLIQUÉES (entre autres : ANALYSE DES PROBABILITÉS.)

Les sciences *physiques*, dont nous avons maintenant à nous occuper, l'épithète physique étant prise dans son acception la plus générale, étudient les corps qui agissent sur nos sens. Elles étudient ceux qui sont accessibles à l'homme, dans leur substance, leurs propriétés, les phénomènes qui s'y révèlent, les forces qui s'y manifestent : elles embrassent alors la *Physique* proprement dite et la *Chimie ;* la première ne s'occupe que de l'étude des *phénomènes physiques,* c'est-à-dire de ceux qui se produisent sans amener d'altération dans la nature des corps où ils se montrent; la seconde a pour objet l'étude des corps considérés dans leur composition et dans les actions et réactions qu'ils exercent les

uns sur les autres, c'est-à-dire comme siéges des *phénomènes chimiques.* Ces deux sciences emploient comme moyens de recherche, l'observation, l'expérience et même le calcul; et en recourant à ce dernier levier, elles ne doivent point être confondues avec les sciences physico-mathématiques.

Outre ce premier groupe, les sciences physiques en comprennent un second qui étudie les corps constituant l'univers, c'est-à-dire les astres, dans leur disposition, leurs mouvements, leurs volumes, leurs formes, leurs masses, etc. Ce second groupe de sciences physiques, forme l'*Astronomie :* c'est l'observation qui est son premier moyen; le calcul en est un second, et ici il faut faire appel plus fréquemment et à un plus grand nombre de ces procédés qu'il ne le faut en physique.

Il importe que le professeur chargé de l'enseignement de l'une ou l'autre des trois sciences que nous venons de nommer, approfondisse l'étude de l'observation et celle de l'expérience, en faisant connaître la nature de ces deux instruments, leur puissance, la manière dont il faut s'en servir, les appareils à employer, les conditions auxquelles on peut en tirer parti, les moyens dont le savant dispose pour apprécier l'exactitude plus ou moins grande des résultats obtenus et des phénomènes constatés, etc.

Il ne nous reste plus, pour terminer la tâche que nous avons entreprise, la classification des sciences physiques et mathématiques, qu'à indiquer la différence du rôle que le calcul joue dans les sciences physiques et du rôle qu'elle remplit dans les sciences physico-mathématiques. Dans les premières, le calcul est un auxiliaire de l'observation et de l'expérience, et quelque influent qu'il soit, c'est toujours à l'observation et à l'expérience qu'appartient le rang principal. Dans les secondes (contentons-nous de les nommer : physique mathématique, mécanique céleste et géodésie), on part d'une hypothèse plus ou moins probable sur la constitution des corps et la cause des phénomènes célestes, on regarde cette hypothèse comme réelle, et on la soumet au calcul, pour en déduire la nature et la mesure des phénomènes qui doivent en résulter. Si l'on arrive ainsi à des résultats conformes aux observations recueillies, et vérifiées par les expériences faites, on est en droit de regarder l'hypothèse étudiée, comme un prin-

cipe vrai, comme fournissant l'explication exacte des phénomènes étudiés. Nous pouvons maintenant dresser le tableau suivant :

SCIENCES.
- MATHÉMATIQUES.
- PHYSIQUES.
  - 1.
    - PHYSIQUE EXPÉRIMENTALE.
    - CHIMIE.
  - 2. ASTRONOMIE PHYSIQUE.
- PHYSICO-MATHÉMATIQUES.
  - PHYSIQUE MATHÉMATIQUE.
  - MÉCANIQUE CÉLESTE, Y COMPRIS LA HAUTE GÉODÉSIE.

A côté des sciences physiques dont il vient d'être question, il existe un groupe de sciences dont il ne nous appartient point d'entretenir le lecteur, d'abord par suite de notre incompétence, et aussi parce que nous avons rempli la tâche que nous nous étions imposée; mais nous voulons cependant signaler une lacune existant dans les programmes des facultés des sciences de nos Universités; et pour cela, nous voulons au moins nommer le groupe des *Sciences naturelles*. Ces sciences s'occupent des trois catégories de corps que l'homme rencontre à la surface de la terre; et de là naissent la *Minéralogie*, la *Botanique* et la *Zoologie*. Nous voudrions que l'étudiant en sciences physiques et mathématiques, sans entrer dans les détails, fût initié à ces études, d'un autre ordre, qu'il eût des notions vraies (alors même qu'il ne pût en vérifier lui-même la vérité, mais suffisamment justifiées à ses yeux par l'autorité des savants qui les lui ont transmises) sur la structure du globe terrestre, sur la cristallographie, sur l'hystiologie, sur la physiologie végétale et la physiologie animale. Nous voudrions cela, parce que de telles notions rendraient possible l'introduction, au programme de nos facultés des sciences, d'un cours indispensable à nos yeux qui voient l'homme avant le savant, placent l'âme au-dessus du corps, et se préoccupent de nos destinées psychiques, plutôt que de nos plaisirs mondains.

Ce cours aurait pour objet ce qu'on nous permettra d'appeler la *Philosophie cosmique;* et sur quoi nous reviendrons quelques instants à la fin de la première partie du présent article.

C). Passons au troisième reproche que nous adressons à l'enseignement supérieur : nous prétendons qu'il n'a pas, ou, si l'on préfère, qu'il ne peut avoir de caractère suffisamment élevé. Pour apprécier la portée d'une pareille assertion, il importe d'entrer dans quelques détails. Nous avons d'abord regardé la science comme une somme de faits fournis par l'observation du monde extérieur ou du monde intérieur, ou obtenus par l'expérience, et de propositions établies par le raisonnement : jusque-là nous n'avions encore qu'un amoncellement informe de matériaux précieux. Nous avons ensuite montré combien il était indispensable d'assembler et d'arranger ces propositions et ces faits épars ; et la science nous est alors apparue comme un *organisme vivant :* nous avions un principe de plus, le *principe vital,* le moteur de cet organisme, l'agent de toute organisation. Mais il reste encore un pas à faire, pour que la science nous offre le spectacle d'un *corps animé,* d'un organisme non-seulement vivant, mais ayant conscience de lui-même, parce qu'il est éclairé et échauffé par un nouveau principe, un principe supérieur, la *Raison.*

L'intelligence, tout éprise qu'elle est du trésor de faits qu'une science étale à ses yeux, tout émue qu'elle est lorsqu'elle voit se dérouler devant elle une longue chaîne de vérités utiles ou curieuses, n'est pas encore satisfaite, lorsqu'elle n'est pas parvenue à se rendre compte des notions premières qui servent de base aux vérités acquises, à s'expliquer les procédés d'investigation employés, à saisir le but dernier de toutes ces recherches, de tout ce travail. L'esprit humain voudrait voir les idées et les choses, d'un point de vue assez élevé pour les dominer toutes ; il aspire à les embrasser d'un seul coup d'œil dans toute leur étendue ; il tend à pénétrer jusqu'au fond de leur essence et de leur être. Il a trois dimensions, si j'ose m'exprimer ainsi : du sein de son unité, lorsqu'il obéit à sa nature intime, quand il cède à l'impulsion intérieure qui le sollicite sans cesse, il déploie son activité dans les trois sens du monde intellectuel ; quand il aborde une question scientifique quelconque, il se propose non-seulement de la résoudre, mais il veut aussi que la solution réponde au problème envisagé sous tous ses aspects ; il veut encore comprendre

la portée de la réponse, en en établissant les rapports avec celles d'autres problèmes, en appréciant la marche suivie, en évaluant le résultat atteint; il veut enfin scruter les notions qui lui ont servi de point de départ, et reconnaître les principes premiers qu'il a invoqués, les lois fondamentales dont il a fait usage.

Cherchons à élucider des affirmations si générales qu'elles doivent paraître vagues, si abstraites qu'elles sont nécessairement un peu obscures; et choisissons à cette fin la géométrie comme exemple. Dire assez brièvement, pour ne pas fatiguer le lecteur, comment nous voudrions que cette science fût exposée, est une entreprise quelque peu hardie, et, quelque bonne volonté que nous ayons, nous n'osons espérer réussir à rendre notre pensée comme nous la sentons tressaillir en nous. Essayons cependant. Les recherches géométriques offrent par elles-mêmes à la raison un attrait si irrésistible, que de tout temps elles ont entraîné le génie des philosophes. « Que nul n'entre ici, s'il n'est géomètre, » disait Platon en parlant de son école. Et, en effet, lorsque l'homme s'étudie, il reconnaît dans sa raison des idées innées, des notions non acquises, des principes fondamentaux qui constituent son essence, qu'il n'a pas, nous le savons, aperçus dès l'abord, qui ne se sont révélés à lui que du jour où il a eu conscience de lui-même, qui ne se sont éveillés en lui que par ses relations avec le monde extérieur, mais qui ne lui viennent pourtant pas du dehors, puisque sans ces principes, sans ces notions, sans ces idées, l'âme en tant qu'intelligente ne serait pas. Or, parmi ces principes, celui de la contradiction et celui de l'identité, sont de ceux dont la géométrie fait le plus fréquent usage; parmi les notions préexistantes, celles de grandeur, de forme et de position, font l'objet de la géométrie, puisqu'elles sont les trois aspects sous lesquels le géomètre doit envisager l'étendue; parmi les idées innées, celle du vrai se montre dans toutes les sciences de raisonnement et par conséquent en géométrie, avec son triple caractère d'unité, d'universalité et d'éternité : deux vérités quelconques doivent nécessairement pouvoir se déduire l'une de l'autre; ce qui est vrai ici, est vrai partout; ce qui était vrai du temps de Pythagore, l'est aujourd'hui, le sera encore dans l'avenir.

Qu'y a-t-il donc d'étonnant que les philosophes, eux qui travaillent incessamment à scruter la pensée humaine, aient été entraînés vers l'étude de la géométrie, et que cette science les ait séduits, d'un côté, par la splendeur des vérités qu'elle met en évidence, et de l'autre, par l'application si simple et si féconde qu'elle fait des lois logiques?

S'il existe des liens aussi étroits entre la philosophie et la géométrie, nous n'avons certes pas lieu d'en être surpris; et si la géométrie est si bien accueillie par l'esprit, c'est uniquement parce que la philosophie impose nécessairement son étude à tout homme qui réfléchit.

Si nous insistons sur la puissance d'entraînement que la géométrie exerce sur nous, c'est pour mieux faire ressortir tout ce qu'il y a d'étrange dans un sentiment que nous avons éprouvé maintes fois, et que d'autres auront sans doute éprouvé aussi.

En nous mettant à parcourir les œuvres géométriques des savants modernes, des Chasles, des Poncelet, des Poinsot, des Gauss, des Steiner, etc., et de bien d'autres encore, que de fois, au milieu même de notre enthousiasme pour les travaux de tant d'illustres maîtres, ne nous sommes-nous pas senti pris de découragement, et cela, parce que nous reconnaissions notre impuissance à nous assimiler tant de découvertes admirables, parce que nous ne parvenions pas à saisir le lien de cette suite presque illimitée de résultats, parce que, avant de tenter, à notre tour, de nouvelles recherches, et essayant ainsi de nous tenir au courant de ce qui a été fait jusqu'aujourd'hui, pour ne pas risquer d'inventer une théorie connue depuis longtemps, nous étions convaincu que nos efforts ne pouvaient avoir d'issue. Nous nous demandions avec douleur: quand donc cette série de théorèmes, de problèmes, d'exercices, de calculs, de figures, de mots nouveaux, de spéculations variées, etc., etc., quand donc se terminera-t-elle? Quand arriverai-je au terme? C'est alors que nous nous sommes dit: le nombre des relations géométriques est naturellement sans limites; et celui qui aspire à connaître toutes les propositions énoncées ressemble à celui-là qui, sous prétexte de posséder l'arithmétique, voudrait faire toutes les multiplica-

tions imaginables et en apprendre par cœur tous les produits, ou à celui-là qui, pour ne pas devoir recourir aux tables de Callet, retiendrait dans sa tête toute la série des logarithmes. Renonçons donc à un projet impraticable, et d'ailleurs absurde, s'il pouvait se réaliser; en tous cas, funeste, parce que le succès aurait ici pour inévitable conséquence l'ahurissement de l'esprit et la transformation de l'âme en un livre de géométrie; l'homme, tel qu'il doit être, c'est-à-dire avec la totalité de ses facultés, l'intégrité de chacune, et leur équilibre réciproque, disparaîtrait bientôt pour faire place à un axiome, un lemme ou un postulat.

Il nous importe peu aussi d'avoir présent à l'esprit ce volumineux et interminable catalogue de propositions géométriques. Il faut savoir distinguer entre des vérités essentielles, fondamentales, et des vérités subsidiaires, des corollaires évidents, des conséquences éloignées, des remarques inutiles, des scolies sans valeur. Les premières ont ce double caractère, la simplicité et la généralité. Les secondes sont souvent accompagnées de nombreuses restrictions, ou sont trop compliquées dans leur énoncé, quand elles n'offrent pas à la fois ce double inconvénient. Il faut donc négliger les secondes, et, en diminuant autant que possible le nombre des premières, restreindre sous ce rapport le contenu de la géométrie : il faut en un mot, déblayer le terrain avant de commencer à y bâtir. Que faire alors? Avant de répondre, nous supposons qu'il s'agit de s'adresser à des jeunes gens suffisamment préparés, c'est-à-dire, qui possèdent, outre la géométrie de Legendre, la géométrie analytique plane telle qu'on l'enseigne généralement, la géométrie descriptive, la géométrie analytique à trois dimensions réduite aux coordonnées cartésiennes, les applications de l'analyse infinitésimale; mais encore qui sont initiés à ce qu'on appelle la géométrie supérieure ou la géométrie moderne, c'est-à-dire à la connaissance des coordonnées triangulaires, des coordonnées tangentielles, des coordonnées curvilignes (orthogonales ou obliques), à la théorie des transversales, de l'involution, de l'homothétie, etc.

Cette hypothèse acceptée, nous voudrions que le professeur procédât de la manière suivante :

En premier lieu, qu'il définît l'objet de la géométrie, et examinât en philosophe la nature et l'origine de la notion d'étendue, sous son triple aspect de forme, de grandeur et de position, et les liens de cette notion avec les autres notions premières, et qu'il s'efforçât de faire comprendre que ce n'est pas sur des faits, mais sur des idées que la science s'exerce : nul n'a vu et n'a pu voir un solide géométrique, une surface, une ligne, un point; ce sont des abstractions. La ligne, par exemple, est le lieu décrit par un point qui se meut dans des conditions données ; dans la ligne il y a nécessairement continuité, et il n'y a point d'épaisseur ni de largeur, tandis que la ligne tracée sur le papier pour faciliter le travail intellectuel et fixer l'attention de l'esprit, est un corps physique, discontinu comme la matière, ayant une certaine largeur et une certaine épaisseur, sans lesquelles elle ne tomberait pas sous l'œil, et qui de plus ne peut satisfaire que d'une manière bien imparfaite aux conditions qui la définissent, puisque l'instrument qui sert à la tracer est imparfait lui-même, puisque le papier sur lequel il fonctionne ne peut être la surface que le dessinateur a en vue, puisque enfin une multitude d'influences perturbatrices, qui n'en existent pas moins, si petites soient-elles, agissent incessamment sur l'appareil et l'opérateur. Ce que nous disons de la ligne s'applique évidemment à toute figure.

Cette étude psychologique et métaphysique achevée, il conviendrait encore que le maître, avant de quitter le premier objet de ses efforts, s'occupât de l'origine et du but de la géométrie. Ce sont là deux choses qui ne doivent nullement être confondues avec l'objet. Lorsque l'homme s'empara du sol pour le cultiver et y bâtir et l'approprier à ses besoins; lorsqu'il acquit la conscience de sa personnalité, et que les notions du moi et du non-moi, et par suite celles du tien et du mien apparurent en lui, il dut s'exercer à mesurer le terrain, à limiter et à figurer la propriété, et à disposer de telle ou telle manière les matériaux de son domicile, à tracer d'une certaine façon les voies de passage, les chemins de transport, les moyens de communication. La géométrie dut naître alors, et peu à peu, elle, qui n'était d'abord que de l'arpentage, de la topographie, de la coupe des pierres, etc.,

devint cette science telle qu'elle est aujourd'hui, une science de pur raisonnement, une science supérieure aux exigences matérielles, indépendante du monde extérieur.

Le but de la géométrie devrait également être indiqué. Il faut que l'on sache si elle ne tend qu'à illuminer de plus en plus les notions premières qui lui servent de base, à développer nos facultés intellectuelles qu'elle met constamment en activité. C'est là sans doute un but déjà digne d'être poursuivi : la satisfaction de notre intelligence par le perfectionnement de l'homme. Mais, comme toute autre science d'ailleurs, elle doit nous aider à nous former une conception de plus en plus nette de la matière et de l'esprit, de l'être et de l'idée, du concret et de l'abstrait, du relatif et de l'absolu, et nous conduire à Dieu. Si nous entrions ici dans plus de détails, nous ferions autre chose que d'esquisser un programme, nous ferions un traité; et, en dépassant les limites d'une préface ou d'un avant-propos, nous ferions un travail que nous voulons seulement indiquer.

Avançons donc. L'objet, l'origine et le but de la géométrie étant bien définis, le professeur pourra encore montrer l'utilité de cette science, remarquable auxiliaire des autres; mais il devra, selon nous, en donner un aperçu historique, nous parler de Thalès, de Pythagore, de Platon, d'Euclide, d'Archimède, d'Appollonius, de Ptolémée, etc., des écoles ionienne, pythagoricienne, du Lycée, de l'école d'Alexandrie, etc. Il devra nous citer, et les apprécier, Viète, Descartes, Desargues, Pascal, Newton, Leibnitz, Monge, Dupin, Chasles, etc. Il devra montrer les diverses phases du développement de la géométrie, et, sans se perdre dans des détails qui, par leur multiplicité, diminueraient leur intérêt et produiraient la fatigue, il devra s'arrêter sur les noms devenus immortels, et sur les découvertes qui ont amené de vraies révolutions dans la science.

C'est seulement arrivé là, que le professeur devrait entamer la deuxième partie de sa tâche. Il aurait : à dessiner le plan de la géométrie actuelle; à la diviser en géométrie à deux et trois dimensions (ou réelle) et géométrie à un nombre quelconque de dimensions (ou imaginaire); à subdiviser la première en géomé-

trie de la mesure, géométrie de la forme, et géométrie de la situation; à subdiviser de nouveau et méthodiquement ces diverses parties: c'est ce que nous ne ferons pas ici, réservant pour un travail spécial l'essai d'une classification qu'il suffit à notre dessein de laisser entrevoir. Nous avons voulu seulement rappeler combien un pareil essai nous semble devoir être tenté, et combien l'achèvement et la justification d'un tableau bien coordonné, dressé rationnellement, mériteraient d'être poursuivis.

La troisième partie du cours de géométrie aurait alors à s'occuper de faire le relevé de toutes les grandes méthodes dont la science dispose, à les exposer tour à tour, à en rendre raison, à en faire apprécier l'importance par des exemples saillants et judicieusement choisis, à comparer enfin ces méthodes entre elles en faisant leur application successive à une même question. On comprendrait alors que, si la considération d'un problème en lui-même peut souvent conduire à la solution, la réduction de ce problème à un autre garantit plus fréquemment le succès : on verrait combien cette idée de la substitution de figures plus simples à des figures plus compliquées, de leur traduction par des équations, de la déduction des propriétés des figures à deux dimensions, des propriétés correspondantes des figures à trois dimensions, du passage réciproque des propriétés métriques aux propriétés descriptives, etc., on verrait, dis-je, combien ces idées sont de nature à expliquer les progrès surprenants réalisés par la géométrie dans les temps modernes, et à faire espérer de nouvelles conquêtes et peut-être non moins brillantes que celles qui ont illustré les derniers siècles.

Quelques mots encore pour en finir avec la géométrie. Que l'on ait soin d'examiner toutes les difficultés qui se présentent au début de cette science; que l'on ne confonde pas une proposition (par exemple la propriété de la droite) avec une définition; qu'on ne fasse entrer dans une définition que des éléments déjà connus, que ces éléments soient tous nécessaires, et qu'il y en ait assez pour distinguer l'objet défini de tous les autres ; que les démonstrations soient rigoureuses; que toutes les questions soient réduites avec la plus grande précision à des questions plus

simples, fondamentales, essentiellement distinctes et en nombre déterminé, etc.; c'est ce que nous n'avons pas cru devoir recommander. Au lieu de rappeler ici tous les préceptes que la Logique enseigne, qu'on nous permette plutôt de renvoyer à un livre qui devrait être entre toutes les mains, et qu'on ne saurait se lasser de lire et de relire : *Des méthodes dans les sciences de raisonnement,* par Duhamel (Paris, Gauthier-Villars, 1865). Ce livre inspire à tous ceux qui le méditent un sentiment d'admiration, et par la rigueur, et par l'exactitude, et par l'esprit philosophique avec lesquels y sont traitées les questions premières, celles auxquelles nous faisions allusion quelques lignes plus haut; et par le soin que son auteur met à relever tant d'erreurs qui circulent, hélas! dans les ouvrages élémentaires de mathématiques. Dans le livre de Duhamel, on trouvera bien des difficultés élucidées; et il faudra à coup sûr, dans un cours de géométrie, reproduire une foule d'excellentes réflexions dues à ce savant, et en tenir largement compte (1).

Puisque nous sommes en train d'exprimer notre enthousiasme, qu'on veuille nous y laisser aller quelques instants encore, et nous permettre de citer un autre livre, celui de Steiner : *Systematische Entwickelung der Abhängigkeit geometrischer Gestalten von einander,* von Jacob Steiner (Berlin, 1832). Cette œuvre est un exemple de ce que peut le génie du géomètre lorsque, appliquant son effort à féconder une idée, il sait l'envisager sous toutes ses faces, et n'oublie jamais que l'unité, la généralité et l'intégralité sont trois qualités de tout travail destiné à vivre. En offrant un jour aux amateurs de science géométrique une traduction française de l'ouvrage de Steiner, nous croirons, pour notre part, leur rendre un service de quelque valeur. J'allais encore parler de quelques ouvrages capitaux, trop peu connus dans nos universités. Heureusement je m'aperçois que ce serait

(1) Nous devons recommander ici à l'attention de tous ceux qui s'intéressent au côté philosophique des études mathématiques, un ouvrage fort remarquable, selon nous. En voici le titre :

J. Delboeuf, *Prolégomènes philosophiques de la géométrie et solution des postulats* (Liége, Desoer, 1860).

m'abandonner à une émotion avouable, je le crois; mais aussi abuser de l'indulgence de mes lecteurs, qui ont hâte de savoir où je veux les conduire. Je conclus donc. En donnant une esquisse du cours de géométrie tel que nous le voudrions, tout imparfaite qu'elle est, nous la croyons suffisante pour prouver qu'un pareil cours n'existe pas, et pour oser soutenir que son introduction dans les programmes de nos facultés des sciences est indispensable.

Des réflexions analogues nous sont suggérées par les autres cours, qui donnent lieu à des observations semblables. Ne les reproduisons donc pas. Pour tenir une promesse que nous avons faite plus haut, occupons-nous plutôt de la philosophie cosmique, et qu'on nous laisse même un instant, avant d'aborder un sujet si grave, discourir sur la science en général, pour qu'elle ne vienne pas s'égarer dans son orgueil, par la multitude et la hauteur des questions qu'elle soulève et qu'elle prétend résoudre. Écrivons ici sous l'influence des leçons de notre ancien maître M. Loomans, leçons dont le souvenir n'a pu s'effacer.

La science a pour objet la conquête de plus en plus approchée du domaine si vaste de la vérité; ce sont les *savants* qui ont pour tâche d'agrandir le champ déjà si étendu des connaissances humaines; et pour atteindre ce but, chacun d'eux considère plus particulièrement quelques-unes des questions si multiples et si nombreuses que soulève, devant l'intelligence de l'homme, le spectacle si varié et si grandiose de l'univers. Chaque savant s'adonne à l'étude plus spéciale de l'un des problèmes si divers, et toujours si profonds, qui se présentent à la pensée de chacun de nous, et qui concernent le monde des corps ou celui des esprits. Il envisage seulement un des côtés du cadre qu'il s'agit d'élargir, et pour que son travail ne reste pas infructueux, il s'y livre tout entier; les efforts qu'il fait pour arriver au but entrevu par lui et vers lequel le poussent ses aptitudes personnelles, les facultés qui le distinguent et son amour du vrai, ces efforts, il les rend de plus en plus énergiques, et toujours persévérants.

Sans doute, celui qui exploite, avec ardeur et continuité, la

petite parcelle qu'il a choisie dans l'immense terrain du savoir, ne peut manquer de réussir, et, en atteignant le succès, de trouver, dans la joie d'avoir accompli une œuvre souvent si laborieuse, la juste récompense de son zèle et de sa constance.

Mais il doit avouer que pour parvenir au résultat désiré, il lui a fallu recourir aux travaux de ses devanciers dans la même voie, et aussi à ceux des savants qui ont cultivé les autres branches de la science. Ici, comme dans toute tentative, d'ailleurs, l'union fait la force; et c'est par la combinaison des vérités aperçues, par le concours de tous les efforts, que, du sein des sciences diverses, la science surgit chaque jour plus complète, plus lumineuse, plus solidement assise. La science est un édifice gigantesque, toujours inachevé, dont les sciences particulières sont les matériaux.

En indiquant son objet, nous avons voulu montrer qu'elle a sa valeur par elle-même et qu'elle est incontestablement aussi digne de notre poursuite, qu'elle apparaît au delà de toutes nos aspirations.

Mais elle est encore utile à bien d'autres titres. C'est grâce à sa lumière qu'elle permet aux hommes de donner de mieux en mieux satisfaction aux besoins de leur nature; c'est par elle que l'industrie et le commerce prennent chaque jour plus d'extension, en perfectionnant continuellement les moyens dont ils disposent, et en réalisant ces prodiges que nous voyons toujours plus étonnants et plus nombreux, et qui excitent à chaque instant notre admiration.

C'est, au moins en partie, par les enseignements de la philosophie, la première et la plus élevée des sciences, que les nations se civilisent, et que les peuples se constituent en sociétés dont l'organisation apparaît incessamment plus parfaite, parce que la morale et le droit, bases de leurs institutions, sont approfondis sans relâche, examinés toujours de plus en plus près et étudiés avec plus de soin. En attribuant à la philosophie et à toutes les sciences un pareil rôle, une telle influence, nous ne prétendons nullement méconnaître l'action prédominante, salutaire et indispensable des idées religieuses, et particulièrement de la révélation

chrétienne. Cette action, nous la proclamons, avant toute autre, la source la plus féconde des progrès de l'humanité, la cause certaine du développement de l'individu, de la famille et de la société. Nous avons voulu seulement, en ne parlant ici que de la philosophie, ne point nous écarter de notre dessein, et faire voir que la science, outre son utilité intrinsèque, a une utilité pratique évidente qu'elle manifeste aussi bien dans le cercle des intérêts matériels que dans celui des intérêts moraux.

Nous voudrions donc qu'avant de pénétrer dans le domaine des sciences particulières, le jeune étudiant fût initié aux recherches d'une philosophie large, élevée, et s'inpirant des idées catholiques. Et lorsqu'il aurait parcouru le champ de ses études spéciales, et qu'il serait encore sous l'empire de grandes, nobles et justes idées, il devrait être initié à un essai de *philosophie cosmique*, c'est-à-dire à une tentative d'une conception rationnelle de l'univers. Le monde *matériel*, celui que nous apercevons par nos sens, comprend deux catégories d'êtres : les *inorganiques* (minéraux), et les *organiques* (végétaux et animaux). Tous sont soumis à l'influence de forces dont nous ignorons la nature, les *forces physiques* et les *forces chimiques;* mais, dans chacun des seconds, il faut admettre en outre l'existence d'un principe spécial, le *principe vital,* pour expliquer les phénomènes de la vie organique, qui se manifestent malgré l'action des forces extérieures, qui même dirigent et mettent à profit cette action. Dans les corps non vivants, la forme dernière des *molécules* est *polyédrale;* les formes ont été définies et classées par la cristallographie. Dans les corps vivants, c'est sous des formes *curvilignes* que se présentent les dernières particules organiques; ces particules sont appelées *cellules*, et c'est l'histologie qui les étudie. Nous nous proposons, dans un autre article, d'essayer une conception purement géométrique de l'univers matériel, considéré en dehors du principe vital et du principe conscient. En ce moment, nous recommandons la lecture de l'ouvrage du père Secchi sur l'unité des forces physiques; celui de Grove sur leur corrélation; et le livre de Clausius sur la théorie mécanique de la chaleur. Les corps

vivants doivent être rangés en deux classes, selon que le principe vital seul y apparaît, ou qu'il faut y reconnaître, à côté de ce principe, le *principe conscient* ou *l'âme*, qui agit sur l'organisme ou est affecté par l'organisme, par l'intermédiaire du principe vital. Sans vouloir rien déclarer quant à la spiritualité du principe de vie, et à celle de l'âme simplement consciente des animaux, nous croyons suffisamment démontrée par la psychologie, *l'immatérialité* de l'âme humaine, qui a la conscience réflexe. Les êtres de cet univers sont donc, les uns *matériels*, et les autres *spirituels*, si nous appelons *matière* la substance des corps qui se manifestent par les phénomènes physiques et chimiques, et si nous désignons, sous le nom d'*esprit*, la substance des êtres qui se révèlent par les facultés intellectuelles.

Pour qu'un exposé de philosophie cosmique présentât tout l'intérêt qu'il doit offrir, il aurait enfin à mentionner la question du ciel et de la terre, celle de la pluralité des mondes, celle de leur habitabilité, celle de la vie future. Il devrait encore parler de la formation des astres, de leurs formes, de leurs volumes, de leurs masses; il devrait rappeler, par exemple, que la mécanique céleste parvient, au moins pour le système solaire, à calculer les masses planétaires (1).

Mais arrêtons-nous ici, et ne faisons plus qu'une seule remarque avant de terminer; c'est qu'il fallait trois choses pour résoudre le dernier problème : un instrument, une intelligence pour mettre cet instrument en œuvre, et un principe pour servir de guide à cette intelligence. Or, l'instrument, c'est un fil à plomb; la loi, c'est celle de Newton; l'intelligence, c'est celle de l'homme; le but, c'est l'univers à peser. Si l'intelligence, aidée d'un si faible moyen, peut atteindre un but aussi grandiose, que devons-nous en conclure : c'est que l'intelligence de l'homme est supérieure à la matière, et que Dieu, qui a créé cette intelligence, est supérieur à tout.

(1) Krüger l'a fait pour une étoile.

II

La critique est aisée, mais l'art est difficile. Sans nier ce qu'il y a de vrai dans cet adage, nous ne pouvons nous dispenser de dire qu'il nous semble un peu exagéré dans sa première affirmation. Il y a critique et critique. Il y a une critique morose, purement négative, qui voit sous un mauvais jour tout ce qu'elle regarde, qui s'attache aux moindres défauts et aux plus petites erreurs, et en fausse la portée en les multipliant et les grossissant. Dans ce qu'elle examine et juge, elle laisse volontiers de côté les qualités dignes d'être signalées, et écarte avec plaisir les mérites qu'elle devrait s'empresser de mettre en relief, et de faire apprécier et goûter par ceux qui l'écoutent. Cette critique pèche par l'étroitesse de ses vues, la petitesse de ses appréciations, le manque de proportion dans ses jugements, l'inefficacité de ses efforts, et leur influence pernicieuse. Cette critique, qui n'est qu'un blâme incessant, est aisée sans doute ; mais l'autre critique, la vraie, la seule à laquelle il appartiendrait de prendre la parole, exige chez celui qui l'entreprend une connaissance exacte, approfondie du sujet sur lequel elle s'exerce, un amour sincère de la vérité et du progrès, un désintéressement aussi grand que possible des préoccupations personnelles que les passions humaines suscitent trop fréquemment en nous. Cette seconde critique n'est pas aussi facile qu'on aimerait à le croire; mais aussi elle est la seule qui puisse porter des fruits désirables. C'est la seule qu'il faille rechercher, accepter, aimer ; parce que c'est la seule qui puisse conduire les auteurs de l'œuvre examinée à perfectionner celle-ci, et assurer par là, dans la route que parcourt le travail intellectuel, un progrès réel, un progrès sensible.

C'est la critique ainsi entendue que nous avons essayé d'appliquer, en examinant la situation actuelle de l'enseignement supérieur en Belgique, et en émettant quelques réflexions applicables à divers degrés à toutes les parties des programmes universitaires. Si nous ne les avons étayées qu'en considérant les sciences

physiques et mathématiques, c'est parce que nous pouvions, sur ce terrain seul, nous permettre de juger avec quelque certitude. Mais néanmoins des réflexions analogues pourraient être faites sur l'enseignement des sciences naturelles, et aussi sur l'enseignement tel qu'il existe dans les autres facultés.

Bien plus : les observations que nous avons restreintes à l'enseignement en Belgique, n'en seraient peut-être pas moins utiles si l'on en tenait compte dans l'enseignement au delà de nos frontières.

Nous avons tenu d'ailleurs à ce que notre critique fût aussi générale que possible, et à la mettre, dans la mesure de nos moyens, en dehors de toute préoccupation de personnes, et au-dessus des opinions du moment, des intérêts locaux; et, nous le répétons, si nous avons choisi l'enseignement officiel dans les facultés des sciences des universités belges, c'est seulement à titre d'exemple.

Allons plus loin; nous tenons à ne pas être injuste. Ainsi, nous ne prétendons nullement méconnaître ce qu'il y a d'excellent dans l'enseignement académique tel qu'il existe aujourd'hui; et nous consentons volontiers à admettre qu'il vaut mieux qu'autrefois. Mais nous soutenons qu'on peut faire mieux encore; et nous avons essayé d'indiquer certains perfectionnements dont il est susceptible.

En signalant quelques améliorations possibles, nous n'avons pas voulu qu'elles fussent réalisées sur l'heure. Nous savons que la perfection ne peut être atteinte, et qu'elle est l'idéal dont l'activité humaine tend à se rapprocher sans cesse, par étapes successives, sans pouvoir jamais y parvenir. C'est une sorte de point asymptotique pour la trajectoire du mouvement intellectuel; et cette ligne qui représente la marche de l'esprit humain peut même offrir bien des sinuosités, bien des points de rebroussement ou d'arrêt; mais, quoi qu'il en soit, nous devons la parcourir sans perdre courage, et tenir les yeux fixés vers ce foyer, à la fois stimulant de notre énergie et récompense de nos efforts.

Après avoir justifié notre critique, il convient de passer à la seconde partie de cet article. Il ne suffit pas, en effet, d'avoir

indiqué par quoi pèche l'enseignement supérieur; il faut rechercher les moyens de l'améliorer; au mal il faut opposer des remèdes, et entreprendre de trouver ceux-ci est une tâche ardue.

Faire connaître ceux qui nous paraissent les plus efficaces, les plus sûrs, les plus commodes, les plus praticables, c'est ce que nous voulons tenter maintenant, en nous rappelant que l'art est difficile. Pour n'être pas trop incomplet, nous parlerons tour à tour; 1° des programmes; 2° des examens; 3° du personnel; 4° des œuvres; et des choses principales qui se rattachent à chacun de ces sujets.

A. — Programmes.

Les programmes doivent être réformés : il importe de n'y laisser figurer que les matières utiles, d'y introduire certains cours indispensables qui n'y sont pas actuellement inscrits, et d'apporter dans l'agencement de toutes les parties un esprit méthodique, un esprit de classification et de gradation qui ne s'y manifeste guère.

a). Ainsi, pour ne pas sortir de la faculté des sciences physiques et mathématiques, nous voudrions que, dans une première étape, l'étudiant suivît un cours de philosophie. Ce cours ne serait pas restreint à la logique, à la morale, à la psychologie, mais il comprendrait aussi la métaphysique et la théodicée.

Sans entrer toutefois dans l'examen d'une foule de questions particulières qui embarrasseraient sa marche, et ne doivent intéresser, du reste, que ceux qui veulent se livrer tout entiers aux recherches philosophiques, il ne négligerait l'étude d'aucun des problèmes fondamentaux relatifs à Dieu, à l'homme et à la nature; au vrai, au bien et au beau; à la substance, à l'être, à l'essence, à l'attribut; au devoir et à la liberté, au droit et à l'autorité, etc. Cette étude, sans se perdre dans les détails, serait néanmoins approfondie. Sans exposer toutes les doctrines si diverses et si nombreuses qui ont prétendu donner les solutions définitives des grands problèmes de l'existence de l'Être suprême et de

l'immortalité de l'âme, et d'autres, le maître citerait les noms des philosophes les plus distingués, c'est-à-dire des noms tels que ceux de Socrate, de Platon et d'Aristote, de Descartes, de Bossuet, etc., que tout homme qui pense serait coupable d'ignorer.

Le cours de philosophie formerait un tout, un ensemble; et un seul professeur devrait en être chargé; car le confier par fragments à plusieurs titulaires, s'est s'exposer à voir démolir par l'un des maîtres l'édifice de convictions profondes élevé par un autre dans l'intelligence des élèves; c'est courir le danger de voir le trouble, et par suite la crainte, le doute, le désordre, apparaître dans l'âme si facile à remuer des jeunes gens. Il ne faut pas que ceux-ci, après avoir appris ici qu'il existe un Dieu, créateur de toutes choses; que l'homme est fait à l'image de Dieu, et que son âme est immortelle; il ne faut pas, disons-nous, qu'ils entendent ailleurs que l'Univers est seul, qu'il est éternel, se transforme sans cesse et que l'homme en dernière analyse n'est qu'un singe perfectionné; qu'au delà de cette vie il n'y a que le néant; et qu'en ce monde, l'intérêt personnel est le seul devoir; la force, l'unique droit; le plaisir, le seul mobile logique de nos actes, le seul but raisonnable de nos poursuites.

Reconnaissons-le cependant: nous exagérons les teintes et nous assombrissons trop le tableau. Ces doctrines extrêmes n'oseraient monter à la tribune, pénétrer dans la chaire, s'étaler sans honte et s'exprimer avec audace et sans respect. C'est un mal qui n'est pas à redouter. Mais il en est un autre toujours à craindre, si le cours de philosophie que nous voudrions voir institué et auquel nous voudrions convier tous les étudiants, était confié à plusieurs maîtres : le mode d'exposition serait différent pour les diverses parties; les points de départ varieraient; les buts entrevus ne seraient pas les mêmes; l'esprit qui doit animer cet enseignement manquerait d'individualité; le point de vue, d'où il faudrait regarder l'ensemble, serait autre, dans chacune des régions du spectacle à contempler. Et ces conflits de méthodes, ces démembrements d'un tout, ces contradictions dans les théories, auraient pour inévitable conséquence d'égarer de jeunes disciples dont le cerveau n'est pas encore suffisamment formé, assis avec assez de

stabilité pour supporter, sans péril, des secousses un peu fortes. Le découragement chez les uns, le scepticisme chez d'autres, le dégoût chez presque tous, surgiraient alors, et exerceraient une influence fâcheuse sur la suite de leurs études ; car au lieu d'illuminer et de fortifier celles-ci, comme elles sont destinées à le faire, ces premières notions philosophiques manqueraient elles-mêmes de clarté et de vigueur.

A côté des études philosophiques, nous voudrions des études littéraires, pas trop étendues, mais suffisantes cependant pour parfaire le cadre des études moyennes et pour permettre plus tard au jeune savant que nous voulons former, de prendre connaissance des travaux de ces génies qui ont illustré la marche de l'humanité à travers la civilisation grecque, la civilisation romaine et la civilisation chrétienne. C'est ainsi qu'il doit pouvoir lire, s'il le veut, des livres écrits en grec ou en latin et qui se rapportent aux sciences : tels que *les Porismes d'Euclide*, *l'Optique de Newton*, et bien d'autres ouvrages encore. Il faut davantage : il faut que l'étudiant conserve le goût, l'acquière, s'il ne l'a pas, de ces splendides créations, de ces monuments impérissables auxquels ont attaché leurs noms, Homère, Virgile, Molière, Racine, Alexandre Soumet, etc. Il le faut, disons-nous, parce qu'enfin nous ne voulons pas qu'on oublie que, dans l'éducation, c'est l'homme qu'on doit voir avant le savant, le médecin, le légiste ; et parce que les études littéraires sont éminemment propres à développer l'imagination et le sens esthétique, sans lesquels l'âme reste froide, demeure impropre à tout élan généreux, à tout effort ardent, et devient stérile.

b). Après avoir franchi fructueusement cette première étape, effectué ce premier travail, préparation nécessaire à tout travail ultérieur, l'étudiant, arrivé au seuil des études scientifiques, sera en état de parcourir, avec goût et espoir de réussite, le cercle de celles-ci. Quelque longue que soit la carrière qui s'ouvre devant lui, il se mettra résolûment en marche, familiarisé déjà avec les entreprises sérieuses, les idées élevées, les vastes aspects, les horizons étendus. Il ne craindra pas de s'égarer en route et de

ne pas aboutir, car on lui aura tracé nettement le chemin, dessiné le but avec exactitude. Mais ce but est loin, et il faudra que le futur savant s'arrête de temps à autre dans la voie qui y mène. Dans l'étude des sciences, nous voudrions donc qu'il fût initié d'abord aux sciences mathématiques pures (algèbre, analyse, géométrie analytique, géométrie synthétique, mécanique géométrique et analytique), et aux sciences physiques (physique expérimentale, chimie élémentaire, astronomie physique et mathématique). Nous voudrions même qu'il ne fît qu'en deux fois cette tâche, tant elle nous semble de proportions considérables. Il faut, bien entendu, que chaque matière nommée tantôt soit restreinte à ce qui est de son ressort et aux faits essentiels, c'est-à-dire aux questions et aux notions qui servent de base à tout l'édifice, et qu'on ne saurait trop souvent poser pour les résoudre, trop analyser pour les éclaircir, trop redire pour les graver dans l'esprit d'une manière ineffaçable.

On pourrait en outre, ce nous semble, se borner d'abord, pour les sciences mathématiques, aux éléments d'analyse, de géométrie et de mécanique, et, pour les sciences physiques, à la physique et à la chimie. Ce ne serait que plus tard qu'il conviendrait d'aborder l'astronomie à titre de cours nouveau, et d'agrandir un peu le cadre des matières déjà étudiées, en y ajoutant des détails omis dans une première exposition, malgré leur importance et l'intérêt qu'ils présentent. Ce programme, bien que notablement étendu, correspond au programme actuel de la candidature en sciences physiques et mathématiques; on le partagerait donc en deux, à cause de cette extension; et ce ne serait qu'après avoir fourni la preuve qu'il possède suffisamment les matières inscrites dans la première partie, que l'étudiant serait admis à suivre les cours formant la seconde, et se préparerait à gagner le diplôme de candidat.

c). Les candidats ainsi formés entameraient alors les dernières études; et auraient à suivre les cours de haut calcul [théorie des nombres; — analyse des déterminants; — fonctions spéciales, (elliptiques, ultra-elliptiques; eulériennes; potentielle, etc.)]; de

physique mathématique [théorie de la chaleur; — optique mathématique; — élasticité; — capillarité, etc.]; de mécanique céleste et de géodésie; d'analyse des probabilités.

Viendraient enfin, pour couronner un pareil ensemble, quelques cours semblables à ceux que j'ai essayé d'esquisser dans la première partie de cet article: tels qu'un cours de philosophie mathématique (comprenant la géométrie supérieure), et un cours de philosophie cosmique (comprenant la théorie mécanique de la chaleur). Ici encore, il y a trop de choses à embrasser pour que le candidat qui ambitionne le titre de docteur, puisse les étreindre toutes sûrement. Qu'on partage donc de nouveau le programme du doctorat; que cette dernière étape dans la carrière du jeune savant soit faite en deux ou trois fois; et que l'aspirant docteur ne soit admis à essayer un nouveau pas, qu'après avoir prouvé que le précédent était assuré.

Sans doute, le vœu que nous formons de voir comprendre désormais ainsi l'enseignement des sciences physiques et mathématiques paraîtra bien hardi. Avouons-le, c'est une tâche quelque peu colossale que nous voulons imposer à ceux qui veulent devenir docteurs en sciences physiques et mathématiques. Et cependant l'amoindrir, en effaçant quelques traits, en élaguant certaines parties, en supprimant les derniers cours ou en ne laissant subsister que leurs noms, c'est s'exposer à ne rien faire de sérieux, à n'obtenir rien de fondé, rien de solide, et à ne former que des fractions de savant, que des parcelles de docteur, qui bientôt oublieront ce qu'ils auront incomplétement appris, et perdront l'amour des études vraies, sérieuses, fécondes. Qu'on ne se méprenne pas du reste sur notre intention. En désirant qu'on enseigne comme nous l'avons dit, nous demandons qu'on ne se perde pas dans la multitude des faits, des chiffres, des formules, des figures, mais qu'on en fasse un triage raisonné; et que les détails admis soient nécessaires, pour qu'il en surgisse les principes fondamentaux, les lois principales, les idées premières. Ce que nous demandons est par conséquent moins effrayant qu'on ne l'eût cru au premier abord; et l'on accordera plus facilement, j'en appelle à ceux qui auront l'occasion et nous feront l'honneur

de lire ces pages, que le programme tracé par nous ne peut être ébréché.

Et d'ailleurs, dans le cours de ses études, l'étudiant, sans contredit, s'éprendra de telle étude particulière, de préférence à telle autre. Mais pour que ses aptitudes spéciales se manifestent sûrement, pour que les tendances qui lui sont personnelles se montrent clairement, que les facultés qui prennent le pas en lui soient celles qui le caractérisent; enfin pour qu'il ne puisse pas se tromper sur sa vocation réelle, il faut qu'il soit initié à toutes les branches qu'il pourrait cultiver, et que toutes les directions où il peut développer son talent, lui soient clairement montrées, pour qu'il puisse choisir, avec certitude, celle où son travail lui assurera les meilleurs fruits.

Qu'on accepte donc le programme que j'ai tracé. Qu'on ne m'en veuille pas non plus si j'ajoute quelques réflexions encore à celles que m'a déjà suggérées cette question de l'enseignement, et qui me paraissent trouver ici leur place. Je voudrais que, quelle que fût la science qu'il est chargé d'exposer et de faire admirer et aimer, le professeur citât les noms des savants illustres à qui sont dues tant de découvertes remarquables, qu'il n'omît même pas des noms plus modestes, quand l'occasion s'en présenterait; je voudrais, en un mot, qu'il rendît justice à chacun; qu'il entrât, au moment convenable, dans des détails historiques suffisants pour faire connaître la manière dont la science s'est développée, les besoins qui l'ont fait naître, la marche qu'elle a suivie, le point où elle est arrivée, les efforts qui lui restent à faire. Je voudrais que les renseignements fournis par le maître fussent en même temps assez précis, pour que l'élève ne fût pas un jour exposé à confondre Archimède et Pythagore, et à croire ces savants nés à Paris et contemporains de Descartes. Hélas! le contact des hommes m'a appris qu'il n'y a pas là d'exagération; et je sais surtout combien ces noms de *Grove, Lamé, Tyndall, Clausius, Graham, Faraday, Kirchhoff, Helmholtz, Secchi, Foucault,* etc., sont généralement ignorés de ceux qui devraient pourtant les connaître et les vénérer.

Les rapports du professeur et de l'élève devraient être plus

fréquents, plus intimes qu'ils ne le sont en général. Le professeur ne devrait pas se borner à prêcher un nombre déterminé de fois par semaine, durant une heure, et pendant trente ou quarante semaines par an, devant un auditoire composé de jeunes gens dont il sait à peine les noms ; mais il faudrait, en outre, qu'il fût plus accessible à ses disciples, qu'il eût avec eux des relations un peu plus cordiales, et qu'ainsi il pût connaître davantage ceux qui l'écoutent, être mieux au courant de leurs besoins, pouvoir distinguer avec plus de sûreté ceux qui promettent de devenir des savants, être utile à tous par ses conseils, par les marques de sympathie qu'il leur donnerait en les stimulant et les excitant au travail. En citant ici, comme des modèles, comme des types du professeur tel que nous le voudrions, les Tandel, les Brasseur, les Meyer, dont nous avons eu le bonheur de suivre les leçons, nous obéissons à un sentiment bien naturel de reconnaissance et de profonde vénération.

Nous voudrions enfin que l'enseignement des sciences physiques ne se bornât point à des sermons et à un spectacle, intéressant sans doute, d'expériences curieuses. Nous voudrions qu'il y eût un laboratoire de physique à côté du laboratoire de chimie ; et un observatoire de météorologie et d'astronomie. Tout cela serait établi dans des proportions modestes, mais suffisantes pour permettre aux jeunes gens, qui les fréquenteraient, de voir d'un peu plus près les appareils qu'ils n'ont vus qu'à distance, de répéter des expériences et de contrôler des observations qu'ils ont dû accepter jusque-là sans pouvoir les vérifier ni acquérir la conviction de leur exactitude, le sentiment de leur importance.

Ce côté pratique de l'enseignement nous paraît nécessaire à l'efficacité de l'enseignement purement oral ; car il ne faut pas parler simplement de l'observation et de l'expérience, il faut également que l'étudiant puisse manier quelque peu ces deux puissants moyens de recherches. Il le faut, et si l'on s'abstient de procurer cette ressource à l'élève, celui-ci ne profitera guère des leçons auxquelles il assiste. Bien plus, et au risque de voir prendre pour une plaisanterie ce que je vais dire, j'ajoute qu'il n'y aura rien d'étonnant à ce que les jeunes gens, peu doués,

confondent plus tard un baromètre et un thermomètre, une machine pneumatique avec une pompe à incendie, un télescope et un cornet à piston. J'ai constaté que plus d'un jeune astronome confondait la lune avec le soleil, lorsque l'astre du jour apparaissait le matin sur l'horizon, à travers un brouillard un peu épais qui n'avait pas encore eu le temps d'être dissipé.

Nous tiendrions aussi à ce que l'enseignement des facultés fût séparé de celui des écoles spéciales. Il n'y a guère que deux facultés proprement dites : la faculté de philosophie et lettres, et la faculté des sciences. A côté d'elles, ce sont des écoles qui existent : l'école de droit, l'école de médecine, l'école des mines, celle des arts et manufactures, celle des mécaniciens, celle des ponts et chaussées, etc.

Dans les écoles, l'enseignement se rapporte à quelque nécessité pratique spéciale (l'exploitation du charbon, la construction des routes, etc.), ou à un fait, tel que la jurisprudence à un moment donné et dans un certain pays, fait tout particulier, essentiellement éventuel. Ce fait n'est nullement comparable à ce qu'on appelle un fait dans les sciences physiques, par exemple ; car, dans ce dernier cas, un fait a quelque chose de général, de permanent. Ainsi, le courant électrique qui se produit dans une pile de Volta se reproduira partout et toujours, si les conditions sont les mêmes ; tandis que la législation dont s'occupe l'aspirant avocat varie avec les temps et avec les frontières.

L'enseignement dans les facultés a donc un caractère absolu, que n'a pas, que ne saurait avoir l'enseignement dans les écoles.

Est-ce à dire que ce dernier enseignement est à dédaigner? Évidemment non. Outre qu'il est appelé à satisfaire à des besoins de plus en plus impérieux à notre époque, de plus en plus multiples de nos jours, il peut aussi rendre bien des services à la science et aux hommes qui la cultivent de préférence. Nous savons, en effet, et nous l'avons dit bien des fois, que de sciences sont nées de la nécessité de résoudre plus facilement certains problèmes qui se rapportent à la vie pratique ! Il y a donc une liaison réelle, une étroite connexion entre les deux ordres de

faits qui se présentent à nous; et si leur portée est distincte, si les uns doivent être surtout scrutés par la science en vue de la vérité seule, et les autres examinés pour mieux répondre à nos intérêts sociaux, leurs relations sont incontestables. Aucun, quelle que soit la catégorie à laquelle il appartienne, ne doit rester inaperçu.

Que l'enseignement dans les écoles soit donc ce qu'il est, approfondi, savant! Qu'il appelle à son secours les données et les résultats de la science! Qu'il s'adresse à des jeunes gens suffisamment préparés par des études scientifiques, sinon complètes, du moins sérieuses! Nous y consentons, nous le désirons. Mais enfin, qu'on sépare l'enseignement des écoles et celui des facultés, puisqu'ils n'ont pas le même but; et qu'un même professeur n'ait pas à s'adresser à la fois à des étudiants de deux espèces, puisqu'il ne peut se placer à la fois à deux points de vue différents, et faire envisager un même sujet d'une manière qui ne nuise pas à une partie au moins de ses auditeurs, si tant est qu'elle ne soit pas inappropriée à tous.

Nous pensons que l'annexion d'une école à une faculté est inévitablement nuisible à celle-ci : et si la faculté résiste au mal qui l'obsède, elle ne peut cependant que languir. Elle doit dépérir sous l'influence qui la tourmente, et quelque lent que puisse être son mouvement descendant, elle n'en finira pas moins par s'éteindre.

B. — Examens.

La question des examens n'est pas la moins intéressante, ni la moins importante, des questions qui se présentent à l'esprit de quiconque cherche les moyens d'assurer le succès de l'enseignement supérieur. Cette question est vaste aussi et bien difficile; et de plus, elle est agitée actuellement en Belgique. Nous ne voulons point suivre ceux qui s'en occupent, sur le terrain où ils l'ont placée; et même, après l'avoir débarrassée de toute préoccupation du jour, nous n'avons pas l'intention de la traiter com-

plétement. Nous nous bornerons à quelques réflexions suffisantes d'ailleurs à notre dessein.

Et d'abord les examens, en ce qui concerne les sciences physiques et mathématiques, devraient être gradués conformément au plan que nous avons indiqué sous le titre programmes. Après l'examen littéraire et philosophique, viendrait un premier examen de candidat, puis l'examen de candidat lui-même. L'examen de docteur comprendrait à son tour deux épreuves au moins.

Il va de soi qu'en tête de cette série d'examens devrait figurer l'examen de sortie des établissements d'enseignement moyen, ou, ce qui serait peut-être préférable, l'examen d'entrée à l'université, autrement dit l'examen d'étudiant.

Tous ces examens devraient être entendus un peu plus sérieusement qu'ils ne le sont en général. Le récipiendaire est parfois bien préparé ; et il échoue, parce que l'interrogation est de trop courte durée : les examinateurs n'ont pas le temps de familiariser celui qu'ils écoutent avec leur manière de s'exprimer et la tournure des questions qu'ils posent. D'autres fois, et ceci est plus grave, l'échec est dû à ce que le jury entre dans des détails sans valeur, ne propose que des problèmes tout particuliers, et laisse de côté les propositions essentielles, fondamentales. Quand ce n'est pas l'examinateur qui se fourvoie ou qui juge mal, parce que les éléments d'appréciation qu'il recueille ne peuvent suffire pour le garer contre l'erreur, c'est l'examiné qui est timide, et d'autant plus timide qu'il a plus de connaissances, parce qu'il a par cela même une conscience plus nette, plus exacte de ce qui lui manque : sa timidité est alors la cause de son insuccès. Par contre, un autre aspirant qui n'a guère travaillé, réussit. Il a à peine effleuré les matières de son examen : il n'en a étudié que quelques fragments pris de ci et de là ; jamais il n'a essayé d'approfondir quelques questions primordiales ; il ne s'est jamais préoccupé de l'exactitude de ce qui lui a été enseigné ; jamais il n'a tenté de se rendre compte de quoi que ce soit : il aurait dû pour cela se donner trop de soucis ; et il n'en a pas envie. Mais il a une mémoire heureuse, il est facilement content de lui-même ; et son assurance, augmentée par son ignorance et aidée par quel-

que hasard favorable, le fait réussir, là où son condisciple, bien plus capable pourtant, n'a rencontré que déceptions. A côté de l'examen oral, ne faudrait-il donc pas l'examen écrit? Nous inclinons volontiers pour l'affirmative.

Les jurys sont parfois trop indulgents : la cause en est-elle dans la lutte des universités, et dans le désir de chacune, en facilitant l'accès de ses cours, de se prévaloir du nombre de ses élèves, et, en propageant les doctrines qu'elle préfère, d'augmenter son influence, et de s'assurer la suprématie? Quoi qu'il en soit, nous blâmons une indulgence poussée trop loin, car elle a pour inévitable conséquence de faire descendre partout le niveau des études, d'en abaisser le caractère, d'en amoindrir la valeur. Cette indulgence est d'autant plus nuisible qu'elle se manifeste dans un examen qui occupe un rang moins avancé dans l'échelle des examens. Habitué à recevoir un diplôme dont il n'est guère en état de justifier l'obtention, l'étudiant, moins bien préparé aussi à suivre avec fruit les leçons nouvelles auxquelles il doit assister, se laisse, trop aisément et tout naturellement d'ailleurs, aller à la mollesse, et ses nouvelles études ne valent guère mieux que les précédentes; comme celles-ci, celles-là manquent à leur tour de solidité, d'élévation et d'ampleur. Qu'on se montre donc plus rigoureux dans les examens : le nombre des admissions diminuera d'abord; mais combien les études seront meilleures! Et plus tard, lorsque l'expérience aura fait voir tous les avantages de cette sévérité, la population universitaire atteindra de nouveau l'ancien chiffre, et le dépassera peut-être.

Il serait encore à désirer que les diplômes délivrés à la suite des examens devinssent des titres réels, et que les porteurs, je parle ici de l'enseignement de l'État, fussent plus fréquemment appelés aux fonctions de professeurs dans les athénées ou dans les universités. Il faudrait que ces titres fussent exigés de tous ceux qui ambitionneraient une chaire dans les établissements d'instruction. On pourrait, j'en reviens aux sciences physiques et mathématiques, n'exiger que le diplôme de candidat pour l'enseignement moyen, et réserver aux docteurs l'accès de l'enseignement académique.

Si l'on trouvait le mot candidat trop modeste, on pourrait le remplacer par un autre plus fier : rien n'empêcherait non plus d'introduire dans la terminologie officielle les appellations de licencié, de bachelier, ne fût-ce que pour distinguer les diverses épreuves qui conduiraient aux dénominations usitées de candidat et de docteur.

Qu'on veuille bien d'ailleurs remarquer que, si nos idées se réalisaient un jour, le candidat, tel que nous l'avons défini en parlant des programmes, équivaudrait bien souvent au docteur actuel : et que ce titre de candidat deviendrait sérieux et digne de borner l'ambition du plus grand nombre des étudiants en sciences. Mais le titre de docteur, avec la signification que nous lui avons donnée, resterait la part du petit nombre de ceux qui veulent devenir de véritables savants, des savants dans l'acception précise du mot. Oh! que ce titre de docteur serait beau alors! On ne rencontrerait plus, nous le savons, des docteurs à tous les coins de rue, mais aussi un docteur serait un homme qui aurait prouvé que la science a été le but incessant de ses poursuites, de son culte, de son amour, et que la science l'a bien accueilli, en se donnant à lui, en lui prodiguant ses fleurs, en le récompensant de ses fruits.

Il ne serait pas facile de conquérir le titre de docteur : cela ne résulte que trop évidemment du portrait dont nous avons tracé l'esquisse. Aussi nous consentirions encore volontiers à restreindre le programme que nous avons dressé des études en sciences physiques et mathématiques; à laisser en dehors des universités existantes tout ce qui constitue, dans notre projet, l'enseignement du doctorat. Mais ce serait à une double condition : que le candidat fût alors considéré à l'égal du docteur de nos jours ; et que l'on fondât au-dessus de nos universités, et pour y former les docteurs, une sorte de Collége Belge, analogue au Collége de France, où enseigneraient les plus illustres maîtres, et que fréquenteraient seulement les candidats, les aspirants docteurs.

C. — Personnel.

Le personnel des universités est insuffisant : il n'y a pas assez de professeurs, au moins dans la faculté des sciences, pour réaliser le programme que nous avons dressé. Non-seulement il faudrait, pour les cours à introduire, de nouveaux professeurs; mais la tâche de certains professeurs actuels est vraiment trop lourde ; et il y aurait lieu de la partager entre deux ou trois, pour ne pas dépasser la mesure, et pour rentrer dans les limites du possible. Ainsi, pour prendre un exemple, il ne se peut pas qu'un même homme enseigne à la fois la physique expérimentale, les diverses sciences qui composent la physique mathématique et la physique philosophique. Nous voulons, sans doute, que l'étudiant en sciences apprenne toutes ces matières, et d'autres encore; et nous ne craignons pas de trop exiger de lui. Mais quelle distance entre l'élève et le professeur! Celui-ci doit construire tout son enseignement, le maintenir au courant de la science moderne, l'approprier au besoin de ses auditeurs, l'organiser, l'animer : que de travail pour cela, que d'efforts, que de courage ! L'élève, lui, n'a qu'à s'assimiler les doctrines élaborées par le maître : il a seulement à écouter les leçons qu'il reçoit, à suivre uniquement les préceptes qu'on lui donne. Ce n'est certes pas peu de chose pour qui veut le faire avec succès ; mais, quelque rude que soit la besogne, elle n'est pas comparable à celle du professeur. Et nous maintenons que, si l'on ne veut pas amoindrir l'enseignement, le paralyser, il faut augmenter le nombre des chaires en en substituant plusieurs à chacune de certaines chaires existantes, et en en créant de nouvelles pour les cours nouveaux.

Mais il ne suffit pas de vouloir des professeurs, il faut en trouver, il faut en rencontrer de capables. Il se présentera, certes, toujours assez de personnes pour occuper les chaires vacantes ou créées; et de tous les postulants, ceux qui se remueront le plus, qui feront les plus actives démarches, qui mettront en œuvre le plus de moyens, seront trop souvent les plus inhabiles, les moins

aptes à remplir la tâche qu'ils sollicitent. Il sera donc sage de se montrer prudent dans les nominations à faire, et de ne choisir qu'après un long et mûr examen, parmi les demandeurs, ceux à qui il convient de confier les chaires auxquelles on veut pourvoir.

Quelquefois on ne rencontrera personne sur qui on puisse arrêter son choix; on aura peut-être mal cherché, ou l'on subira les conséquences regrettables de mesures prises autrefois, ou de l'incurie et de l'indifférence dont on s'est rendu coupable; et l'on se croira obligé d'aller à l'étranger chercher des savants, pour remplir les vides existants dans le personnel. Sans doute, la science ne doit pas avoir ici-bas de frontières : la science est de tous les lieux et de tous les temps; et un illustre savant, à quelque nation qu'il appartienne, à quelque époque qu'il ait vécu, est un illustre savant : et tout adorateur du vrai saluera son nom avec respect et amour. Mais, à titres égaux, ne convient-il pas de préférer l'enfant de la patrie à celui qui a vu le jour sur un sol étranger? Nous comprenons, je le redis en d'autres termes, qu'on aille chercher le thé en Chine; mais s'il ne s'agit que de tilleul, qu'on s'adresse donc aux marchands du pays : ce sera plus facile, moins cher et à coup sûr aussi bon.

En cherchant dans nos universités mêmes les professeurs à nommer, on en trouvera, petit à petit, de plus nombreux et de meilleurs. Malheureusement, c'est souvent la passion, ou tout au moins l'inertie, qui oublie à bon escient ou qui ne laisse pas apercevoir à petite distance, quelqu'un qui eût pu devenir un professeur distingué. En agissant ainsi, il est tout naturel qu'on doive aller au loin faire appel à des capacités qui n'offrent rien de merveilleux.

Supposons en effet qu'un jeune docteur en sciences ait donné des preuves suffisantes de connaissances réelles et d'aptitudes spéciales pour l'enseignement. Admettons, ce qui arrive trop souvent, qu'il n'ait pas de fortune, qu'il lui ait fallu faire des prodiges pour entreprendre et achever ses études, et qu'il soit obligé, pour vivre, et parfois pour aider en même temps sa famille, de donner des leçons particulières. Que deviendra-t-il, si

on ne l'encourage pas, si l'on ne stimule pas son zèle, si l'on ne lui fait pas entrevoir la possibilité pour lui d'occuper un jour une chaire universitaire ? Que deviendra-t-il si, lorsqu'un jour l'occasion se présente enfin de couronner ses efforts, de récompenser son ardeur et sa persévérance, on le laisse de côté, et l'on va chercher par delà les monts, pour mettre à la place qu'il eût si bien remplie, quelqu'un qui ne présente rien d'extraordinaire ? En lutte avec les nécessités les plus pressantes de la vie, il continuera à courir le cachet, comme on dit, il donnera des leçons à quiconque lui en demandera, et il se résignera à enseigner tout, la tenue des livres en partie double aussi bien que la géométrie; l'économie politique à côté de l'algèbre; et le droit international en même temps que l'astronomie. Car enfin notre docteur doit avant tout gagner de l'argent pour subvenir à de pressants et nombreux besoins. Il pourrait s'efforcer d'entrer dans quelque collége, mais il n'a point de dispositions pour l'enseignement moyen; c'est vers l'enseignement supérieur qu'il incline. Il attend donc. Pendant les premières années, quelque rude que soit son travail, il n'abandonne point l'étude des hautes sciences; il reste fidèle à leur culte; et, après une journée de fatigues, lorsqu'il rentre dans son petit bureau, il consacre la soirée à scruter quelque problème appartenant aux branches scientifiques, objet de ses prédilections. Mais la lutte quotidienne l'épuise bientôt; il ne peut plus qu'à de longs intervalles s'adonner à ses études propres, à celles qui lui sont chères; et en tout cas, il ne peut entreprendre, encore moins achever, une œuvre dont la publication eût appelé l'attention sur lui, et eût mis en relief son mérite, dont le souvenir commençait à se perdre. Le silence qui règne autour de lui n'est pas son seul crime. Il en est un autre plus grave. Il n'a pas voulu renoncer à ses convictions religieuses ou philosophiques; il n'a pas consenti à servir d'instrument aux passions politiques de quelqu'un qui avait apprécié ses capacités. Et cet infatigable ouvrier dans le champ du vrai, qui a préféré la satisfaction d'avoir accompli son devoir aux plaisirs que lui eût procurés l'or, qui a mis sa dignité d'homme au-dessus des honneurs mondains, est délaissé; et le terme si avouable, vers lequel

il tendait légitimement, la position de professeur dans une faculté, ce terme, il le voit s'éloigner de plus en plus.

Qu'il vienne cependant à améliorer sa situation; qu'il conquière, à force d'énergie, une modeste aisance qu'il n'a guère connue jusqu'ici, que va-t-il tenter? Se remettre à l'étude? Mais quelle branche cultivera-t-il maintenant, s'il n'a pas renoncé à devenir professeur? S'il fait de l'astronomie, ce sera une chaire de mécanique qui deviendra vacante; et s'il s'adonne tout entier à l'étude de la philosophie cosmique, ce sera une chaire de géométrie supérieure qui sera créée.

Il est trop âgé d'ailleurs pour espérer briller dans quelque branche des sciences, quand il n'ose surtout se décider pour celle-ci plutôt que pour une autre. Il vous faut, Messieurs, vous qui avez à pourvoir aux besoins de l'enseignement supérieur, il vous faut un professeur, et vous n'en trouvez pas. La faute en est à vous; vous avez trop attendu; vous avez manqué de prévoyance; parfois, oserais-je le dire, vous avez manqué de loyauté; vous avez laissé végéter, se momifier, ce jeune docteur qui méritait votre secours, qui était digne de vos encouragements, qu'il n'eût point fallu oublier. Vous auriez dû l'appeler à une chaire, aussitôt que les circonstances le permettaient; et alors le jeune élu, plein de sève et de vie, rassuré sur son sort, fixé sur le point où il aura désormais à concentrer toute son énergie, pourra, lui aussi, se distinguer par ses œuvres, ses découvertes, ses travaux.

Mais, au lieu d'en agir ainsi, vous l'avez laissé languir, dépérir, s'épuiser; et quand plus tard on vous l'a signalé comme un homme de mérite, quand vous avez enfin soupçonné qu'il pourrait y avoir en lui l'étoffe d'un bon professeur, il est trop âgé, trop fatigué, pour qu'il puisse encore élever son enseignement à la hauteur où il voudrait le placer, et tenter, par des œuvres originales, de faire briller en lui le savant en même temps que le maître.

Que faire donc, qui permette, une bonne fois, de renoncer à chercher un professeur par delà nos frontières, lorsqu'avec un peu de bonne volonté, plus de clairvoyance, une ligne de conduite mieux

tracée et plus sensément suivie, on eût pu en trouver un d'une valeur aussi grande dans le pays? Ce qu'il faut faire? Il faut d'abord élever l'enseignement, agrandir un peu les programmes et les construire plus rationnellement, rendre les examens plus sérieux et plus sévères. Ensuite, lorsque se seront formés des docteurs, et que de longues et fréquentes relations entre eux et leurs maîtres auront permis à ceux-ci de juger leurs disciples d'un coup d'œil assez sûr, on devra distinguer ceux qui promettent de devenir des savants, encourager ceux qui montrent des dispositions pour le haut enseignement, les soutenir par de bons conseils, les secourir au besoin, en leur fournissant des occasions de subvenir aux premières nécessités de la vie.

Enfin, lorsque le moment sera propice et que les circonstances seront favorables, il faudra ne point oublier, ne point délaisser ceux dont on s'est occupé jusqu'alors, et aider les travailleurs qui se sont montrés persévérants et dignes des sympathies qu'on leur a témoignées, à franchir le dernier échelon et à parvenir au but qu'ils ont constamment poursuivi.

On aura alors des professeurs; et ce sera une gloire pour l'établissement qui les aura formés, d'avoir pu recruter, dans son sein, des maîtres capables de maintenir les bonnes traditions et qui, en s'appuyant sur celles-ci, pourront faire mieux encore que leurs prédécesseurs. Dans tous les sens et à tous les points de vue, il y aura là un progrès bien digne, ce nous semble, d'être loué.

D. — OEuvres.

Le nombre des œuvres nationales, je parle ici de la Belgique, commence à grandir. Jamais on n'a vu autant de livres de toutes sortes. Il n'est pas un professeur de collége ou d'athénée qui ne publie trois ou quatre volumes sur les matières qu'il enseigne. Tantôt ce sont des Précis, des Manuels, des Éléments, des Leçons; tantôt ce sont des Traités, des Cours; quelquefois ce sont des Mémoires. Encore si les nouvelles publications valaient

mieux que les précédentes! Mais le plus souvent il n'en est rien, hélas! Feuilletez l'une de ces productions, et vous constaterez bientôt que les pages qui y sont excellentes, n'appartiennent pas au signataire; elles sont copiées textuellement, prises mot à mot dans un auteur plus ancien, et qu'on n'a eu garde de nommer. Existe-t-il des chapitres ou paragraphes qu'on ne retrouve pas ainsi, et à la lettre, dans un livre antérieur? Alors, ou bien la rédaction seule est nouvelle, ou bien le fond appartient aussi en propre à l'auteur. Dans le premier cas, ce sont d'excellentes choses, fort connues, dites en d'autres termes, agencées même autrement, quoique d'une manière souvent plus illogique. Soit! il faut être indulgent alors, pardonner à l'écrivain, et si l'on est d'un caractère enthousiaste, et qu'on aime la musique, on pourra, si l'on veut, chanter les louanges de l'inventeur. Dans le second cas, où le fond aussi bien que la forme est original, les idées qui sont la propriété légitime de l'auteur ont un petit défaut : elles sont fausses, ou elles sont niaises, et prouvent incontestablement que celui qui les a émises ne se comprend guère, ne comprend certainement pas la matière sur laquelle il écrit, et qu'il eût bien fait, avant de s'adresser au public, d'étudier encore quelque peu les sujets dont il veut l'entretenir.

J'ouvre, par exemple, un livre d'arithmétique. L'auteur parle de *nombre*, il ne sait ce que c'est; il croit aux *nombres concrets;* il confond *compter* et *mesurer;* il s'imagine, paraît-il, qu'on mesure un corps de pompiers ou un régiment de soldats; il n'a aucune notion exacte de l'*unité,* et il ne voit point de différence entre l'homme dans une population, et le seau d'eau dans une citerne; il en est toujours aux quatre règles (prononcez *catte règues*); il traite des nombres complexes, sans savoir de quoi il s'agit; et il multiplie avec une audace, que l'ignorance extrême peut seule expliquer, des florins, sous et liards par des pieds et des pouces, sans pouvoir dire quand le produit sera une longueur, et quand le le résultat sera un billet de banque; il ne sait nullement distinguer une question d'arithmétique d'une question d'algèbre; il pense naïvement que toute la différence est l'emploi de lettres d'un côté, et l'usage exclusif de chiffres de l'autre; il fait une

confusion étrange entre le mode de démonstration et la nature de la proposition à établir, etc., etc. Arrêtons-nous, car si nous voulions tenter de suivre la série des banalités, des quiproquos, des hérésies qui se présentent à nous, nous ne finirions pas; et nous ferions, pour relever les erreurs de l'auteur, un livre tout au moins aussi gros que le sien.

Comment donc oser faire imprimer de pareilles bévues? Sans doute, la Constitution belge garantit la liberté de l'ignorance, et nous, Belge de cœur et d'âme, nous nous félicitons de n'être pas astreint au régime de l'instruction obligatoire. Nous n'ignorons pas non plus que la liberté de la presse a été proclamée en 1830, et que n'importe qui a le droit de publier à ses risques et périls, quoi que ce soit sur n'importe quel sujet. Mais il nous est permis aussi à nous, de nous plaindre de cette avalanche de livres qui ont à peine de nouveau le format et le caractère, et de nous demander la cause de ce que nous regardons comme un mal, pour rechercher ensuite comment il conviendrait d'y remédier.

A quoi donc attribuer cette fièvre de la publicité? C'est parfois au désir de briller; à un invincible sentiment de *vanité;* à la conscience que tout homme a de sa supériorité et de la mollesse et de la nullité des autres, conscience d'autant plus vive que cet homme vaut moins en réalité; à la conviction que, lorsqu'il pourra revendiquer l'honneur d'avoir compilé et entassé et mêlé une foule de (nous allions dire *réflexions,* si le mot n'était pas ici impropre), une foule de bavardages sur une multitude de choses, il grandira dans l'opinion publique et sera considéré comme un maître sans pareil, comme un savant hors ligne.

Quand ce n'est pas la vanité qui est le mobile de l'auteur, c'est un sentiment moins fier, c'est l'*intérêt.* Car l'auteur a le sens pratique très-développé; il a une connaissance du calcul aussi approfondie que peut l'avoir le financier le plus habile : il sait que si la publication d'un certain nombre de pages doit lui coûter une certaine *somme* d'argent, la vente d'un certain nombre d'exemplaires *produira* tant; et que la *différence* entre la recette et la dépense lui laissera en caisse assez de pièces d'or pour récompenser son zèle et réjouir son âme. Il n'hésite donc point à jeter

la *division* dans les idées connues et à publier une œuvre qui, si elle prend *racine* dans un nombre suffisant d'écoles, l'élèvera à la *puissance* que l'argent procure hélas ! trop exclusivement.

Mais enfin, nous ne connaissons pas encore la cause dernière du mal que nous déplorons. Pour que l'auteur de n'importe quel livre didactique arrive aux honneurs ou aux écus, il faut que son œuvre se répande. Et comment parvenir à la propager ? Il y a *deux conditions* auxquelles il aura à cœur de satisfaire pour espérer la réussite. Il écrira son livre conformément, non pas au programme vrai, au programme dressé par la raison, mais au programme élaboré par telle ou telle commission qui a autorité; il l'écrira, non pas à l'usage de quiconque voudra connaître la matière dont il traite, mais à l'usage de ceux qui fréquentent tel ou tel établissement, qui sont dans telle ou telle classe, qui, lorsqu'ils ont tiré au sort pour la milice, ont obtenu tels ou tels numéros, qui ont la taille faite de telle façon, et s'habillent suivant la mode du jour.

En procédant ainsi, sous l'empire de préoccupations qui n'ont rien de scientifique, il parviendra à obtenir l'approbation du Conseil, improprement mais fastueusement appelé Conseil de perfectionnement. C'est dans cette approbation officielle que réside le mal que nous avons signalé. Et le remède, en quoi consistera-t-il ? A ne point prescrire des programmes officiels insuffisants, mal rédigés, mal compris, dressés dans des vues trop étroites, trop mesquines; à ne point recommander officiellement des livres qui sont peu recommandables; à ne patronner que des œuvres réellement remarquables par l'érudition, la science, l'esprit, le génie.

On nous interpellera peut-être ! On nous dira : mais vous qui blâmez tant, qui ménagez si peu nombre de nos publications nationales, que ne faites-vous donc un livre qui échappe aux reproches que vous prodiguez aux autres ? Vous parlez beaucoup, ajoutera-t-on. Mais vous ne produisez rien.

Cela est vrai; nous ne publions rien. A certains égards, nous nous flattons de notre silence : car enfin, avant de publier, par exemple, des éléments de géométrie (il y en a déjà tant !), nous voudrions connaître, nous, ce qu'on appelle le Premier Livre; et

presque tous les auteurs ne le connaissent pas; ils ne peuvent définir la droite; ils ignorent la théorie des parallèles; ils n'ont point leurs apaisements sur les difficultés qui se présentent au début de la science. Nous voudrions, nous, sortir de l'ornière : nous voudrions, par exemple, pouvoir énoncer les théorèmes en termes précis, rigoureusement pesés, sans omissions ni redites, indépendamment de toutes lettres qui se rapportent à des figures. Nous voudrions ranger ces théorèmes, les classer suivant les préceptes de la logique, d'après leur degré de généralité, d'après leur compréhension plus ou moins grande; nous voudrions en déterminer le nombre exact; nous voudrions pouvoir attacher un sens précis à ce mot de corollaire si fréquemment employé; car enfin, un corollaire, est-ce une proposition qui se déduit d'un théorème? Dans ce cas tous les théorèmes sont des corollaires d'un certain nombre, qui n'a rien d'arbitraire, de théorèmes fondamentaux, de propositions premières. Nous voudrions encore bien d'autres choses. Or, nous l'avouons; nous ne sommes pas assez savant pour réaliser l'idéal que nous entrevoyons; nous ne nous sentons pas la force d'entreprendre une tâche que nous ne saurions achever à notre satisfaction. Et nous nous taisons; nous nous abstenons d'augmenter la liste, si longue déjà, si fastidieuse, à coup sûr, des Traités, des Précis, des Éléments, etc., de géométrie.

Un autre motif encore, à côté de notre ignorance, explique notre apparente inaction : c'est la certitude qu'un livre, résultat de longues méditations, fruit d'incessants labeurs, conçu et fait en dehors de toutes vues particulières, n'ayant d'autre but que la science, la science en elle-même, et non la science pour Pierre ou pour Paul, pour tel ou tel lieu, tel ou tel moment, un pareil livre n'aurait pas de succès, qu'il ne serait adopté nulle part; et que, ne pouvant voir le jour qu'au prix de sacrifices hors de notre portée, il serait condamné à moisir dans nos cartons!

Redisons-le donc : liberté à tous et à chacun de publier ce qui lui convient : mais aussi, d'une part, prudence et modération dans les encouragements officiels; et d'autre part, encouragements sérieux et efficaces, pour les œuvres qui le méritent.

Nous achevons ici. On nous reprochera, nous nous y attendons, d'avoir, en bien des points, exagéré les teintes, de nous être trop étendu sur certains sujets, d'avoir mis trop de passion dans nos critiques, d'avoir été trop mordant à certains endroits, de faire des phrases trop longues, de revenir trop fréquemment sur certains détails, etc., etc. On nous rappellera, avant tout, ces vers de La Fontaine :

Ne faut-il que délibérer,
La cour en conseillers foisonne ;
Est-il besoin d'exécuter
L'on ne rencontre plus personne.

Nous reconnaissons tout ce qu'il y a de vrai dans cette maxime, tout ce qu'il y a de fondé dans les reproches que nous craignons. Mais quoi qu'il en soit, si l'on juge que nous nous sommes un peu trop laissé aller à nos impressions, que nous n'avons pas assez modéré nos transports, on voudra bien reconnaître, nous l'espérons, l'exactitude de quelques-unes de nos remarques, l'utilité de quelques-unes de nos réflexions; et, quelque minime que puisse être le parti à retirer de notre travail, nous nous estimerons heureux de n'avoir pas parlé sans quelque profit pour cette grande et noble cause de l'enseignement supérieur.

Encore un mot. Pour que les études, telles que nous les désirons, fussent réellement fécondes, elles devraient être faites dans cet esprit d'unité sur lequel nous avons tant appuyé. Les efforts de tous les maîtres devraient s'accorder, concourir au même but; on le sait : *l'union fait la force.* Il faudrait que, dans l'enceinte académique, régnât une atmosphère pure et vivifiante; et que la vie intellectuelle pût s'y maintenir, s'y développer, y épancher sa sève et sa puissance. Il faudrait que l'étudiant comprît son rôle, qu'on lui rappelât fréquemment son but. Il ne devrait pas être arrêté dans la série des pourquoi, et laisser le dernier sans réponse. En effet, que j'interroge un étudiant en droit. Je veux savoir pourquoi il étudie. — Pour devenir avocat, dira-t-il. — Pourquoi devenir avocat ? — Eh ! Pour gagner de quoi vivre. — Mais enfin pourquoi vivre? car tout bien considéré, la vie est si

courte. — Pourquoi ? me répondra-t-il, s'il m'a écouté jusque là. Pourquoi ?... Laissez-moi tranquille. — Et, s'il n'a jamais réfléchi à ces graves questions, s'il les a écartées quand elles se présentaient à son esprit et le harcelaient, il rompra l'entretien. Mais si, au contraire, il a été habitué, par l'enseignement que nous voudrions, à aller au fond des choses et à ne s'arrêter qu'au bout, alors, à la question : « Pourquoi êtes-vous mis au monde ? » il répondra comme le Catéchisme :

« Pour connaître, aimer et servir Dieu, et ainsi parvenir à la vie éternelle. »

MÉMOIRE

SUR LA

RÉSISTANCE DES CANONS FRETTÉS,

PARTICULIÈREMENT DE CEUX EN FONTE;

PAR

E. TERSSEN,

GÉNÉRAL D'ARTILLERIE.

MÉMOIRE

SUR LA

RÉSISTANCE DES CANONS FRETTÉS.

PREMIÈRE PARTIE.

CONSIDÉRATIONS SUR LES CANONS EN FONTE FRETTÉS.

Dans sa *Théorie des canons cerclés*, le général Gadoline pose en principe que la pression intérieure ne peut dépasser celle qui produit, à la surface de l'âme, la dilatation correspondant à la limite d'élasticité du métal. Partant de là, il prouve que la résistance est un maximum quand le corps du canon et les frettes ou cercles atteignent simultanément la limite de leur élasticité (*).

Lorsqu'il n'y a qu'une seule rangée de frettes, la résistance maximum dépend de la différence qui existait, avant le frettage, entre le rayon extérieur du corps et le rayon intérieur des frettes toujours plus petit que le premier.

Le quotient de cette différence par le rayon intérieur des frettes est le *serrage* φ des frettes sur le corps.

Lorsqu'il y a deux rangées de frettes, la résistance maximum dépend de trois conditions. La première fait connaître le rapport

(*) Tome III de la *Revue de technologie militaire.*

qui doit exister entre les épaisseurs des deux rangées de frettes; la deuxième détermine le serrage φ de la première rangée, et la troisième le serrage φ' de la seconde rangée.

Dans le premier cas, si l'on calcule la pression intérieure P_1 correspondant à la limite d'élasticité du corps, puis la pression intérieure P_2 correspondant à la limite d'élasticité des frettes, on a $P_1 = P_2$.

Dans le second cas, si P_2 correspond à la limite d'élasticité de la première rangée de frettes et P_3 à celle de la deuxième rangée, on a $P_1 = P_2 = P_3$.

Dans l'un et l'autre cas, le corps du canon et les frettes atteignent en même temps la limite de leur élasticité, et si cette limite est dépassée, ils s'affaiblissent simultanément jusqu'au moment où la rupture a lieu.

Au premier aspect, cette manière d'envisager la question du maximum de résistance paraît rationnelle, puisque c'est toujours par la surface intérieure des parois que la rupture d'un cylindre commence.

Mais elle présuppose que l'altération du corps rend nécessairement la bouche à feu incapable de résister ultérieurement et la pratique n'a pas confirmé cette prévision.

Si le corps du canon est en fonte et les frettes en acier, P_2 est beaucoup plus grand, en supposant $\varphi = 0$, que P_1. Pour donner au système le maximum de résistance, il faut, d'après le général Gadoline, donner à φ une valeur telle qu'on ait $P_1 = P_2$; c'est-à-dire affaiblir considérablement, par une dilatation forcée, la résistance des frettes au profit de la résistance du corps. Supposons que la condition $P_1 = P_2$ ne soit pas satisfaite, et admettons que le corps du canon soit affaibli, par le tir, au point de n'offrir plus qu'une faible résistance, ou même une résistance nulle. Si alors la pression P_2 est plus grande que la pression maximum qu'on aurait primitivement obtenue en faisant $P_1 = P_2$, il y a lieu d'examiner de quel côté est l'avantage. Cela dépend naturellement de la manière dont se comportera le corps en fonte. Tel est le cas des canons rayés de 22^c n^{os} 1 et 2. Ces deux canons sont en fonte, coulés à noyau avec refroidissement intérieur, et

renforcés par une double rangée de frettes en acier; ils ne diffèrent l'un de l'autre que par le serrage des frettes.

Le serrage de la première rangée de frettes est $\varphi = 0{,}000979$ dans le canon n° 1 et $\varphi = 0{,}000699$ dans le canon n° 2. Mais la seconde rangée de frettes n'a pas de serrage proprement dit, car son diamètre intérieur primitif était égal au diamètre extérieur primitif de la première rangée; de sorte qu'elle ne serre sur la première que parce que le diamètre extérieur de celle-ci est un peu plus grand après le frettage qu'avant. Au point de vue de la résistance des parois, les deux rangées de frettes des canons de 22^c doivent donc être considérées comme n'en faisant qu'une, et le seul avantage qui résulte de l'emploi de deux rangées consiste en ce que les frettes de la seconde rangée couvrent les joints de la première.

Le rapport des épaisseurs des deux rangées de frettes des canons de 22^c étant à peu près celui qui correspond, d'après le général Gadoline, à la résistance maximum, nous pouvons provisoirement considérer la première condition du maximum comme satisfaite.

En calculant le serrage qu'il faudrait donner à chaque rangée de frettes pour obtenir, d'après le même auteur, le maximum de résistance, on trouve $\varphi = 0{,}001421$ pour la première rangée et $\varphi' = 0{,}000294$ pour la seconde. La pression intérieure maximum est

$$P = 1437 \text{ atmosphères},$$

et l'on a

$$P_1 = P_2 = P_3 = P.$$

En considérant les deux rangées de frettes comme n'en faisant qu'une, d'où $\varphi' = 0$, on trouve $\varphi = 0{,}001382$ et

$$P = 1506 \text{ atmosphères}$$
$$P_1 = P_2 = P.$$

Avec le serrage adopté par le général Neuens, les valeurs de P_1 et P_2 sont comme suit :

Pour le canon n° 1, avec $\varphi = 0{,}000979$,

$$P_1 = 1053 \text{ atmosphères}$$
$$P_2 = 3048 \quad \text{id.}$$

Pour le canon n° 2, avec $\varphi = 0{,}000699$,

$$P_1 = 877 \text{ atmosphères}$$
$$P_2 = 4258 \quad \text{id.}$$

Voyons quelles sont, dans ces conditions, les conséquences d'une pression intérieure plus grande que P_1.

Avec $\varphi = 0{,}001421$, $\varphi' = 0{,}000294$ et sous une pression intérieure de 1437 atm., le corps du canon et les frettes atteignent en même temps la limite de leur élasticité. Sous des pressions supérieures croissantes, ou la même pression supérieure répétée un certain nombre de fois, le corps et les frettes s'affaiblissent simultanément et finissent pas se rompre.

Avec $\varphi = 0{,}001382$ et $\varphi' = 0$, c'est-à-dire en considérant les deux rangées de frettes comme n'en faisant qu'une, le corps et les frettes atteignent en même temps la limite de leur élasticité sous une pression intérieure de 1306 atm.

Avec $\varphi = 0{,}000979$ (canon n° 1) et $\varphi = 0{,}000699$ (canon n° 2), le corps du canon atteint sa limite d'élasticité respectivement sous une pression intérieure de 1053 et 877 atm.; mais l'élasticité des frettes n'est pas altérée. Et lorsque le corps, par l'effet de pressions supérieures à P_1, sera devenu complétement incapable de résister aux forces tangentielles qui tendent à le briser, les frettes pourront encore résister, sans altération, à une pression intérieure

$$P_2 - 3P_0 = \begin{cases} 1903 \text{ atm. dans le canon n° 1,} \\ 3113 \text{ atm. dans le canon n° 2,} \end{cases}$$

en représentant par $3P_0 = 1145$ atm. la résistance absolue du corps en fonte sans les frettes évaluée au triple de la résistance élastique.

La plus forte pression accusée par le dynamomètre Le Boulengé dans le canon de 22ᶜ tirant un projectile de 123 kil. avec 23 kil. de poudre à grains de 13 à 16ᵐᵐ, a été de 3050 atm. La double rangée de frettes du canon nº 2 pourra donc résister, en quelque sorte, indéfiniment dans les mêmes conditions, même dans l'hypothèse où les parois en fonte, à l'endroit où s'exerce le plus grand effort, n'offriraient plus aucune résistance.

Il reste à expliquer pourquoi, malgré l'altération du corps en fonte, les canons de 22ᶜ ne se déculassent pas.

L'expérience démontre que, lorsqu'un cylindre en fonte est soumis à des pressions intérieures croissantes, l'altération des parois commence par des fissures longitudinales à la surface intérieure.

A chaque nouvel effort, ces fissures s'ouvrent et gagnent en étendue, puis se referment jusqu'au moment où elles deviennent des sections de rupture. Lorsque l'effort agit au même instant sur toute la longueur du cylindre, il n'y a pas de section de rupture transversale. Dans le cas contraire, il y a rupture tranversale à l'endroit du plus grand effort et si le cylindre est assez long, une ou deux sections transversales vers les extrémités des sections longitudinales.

Il est probable que des fissures longitudinales existent aujourd'hui dans les parois en fonte de la partie de l'âme des canons de 22ᶜ où s'exerce le plus grand effort. La présence de la double rangée de frettes s'oppose à ce que ces fissures deviennent des sections de rupture longitudinales. Or, les ruptures transversales sont la conséquence des ruptures longitudinales; il ne peut donc y avoir, dans les canons de 22ᶜ, de rupture transversale, et partant le déculassement ne paraît pas à craindre tant que la limite d'élasticité de la double rangée de frettes ne sera pas dépassée.

L'exemple du canon de 22ᶜ nº 2, qui a tiré jusqu'à présent 505 coups sous des pressions dépassant en moyenne de 1787 atm. celle qui produit l'altération du corps en fonte, donne beaucoup de poids à ce raisonnement. Il serait toutefois en défaut si l'on faisait usage de poudres brisantes; car on sait que, dans

ce cas, les canons en fonte se brisent en un grand nombre d'éclats affectant souvent des formes très-irrégulières.

En résumé, si l'on adoptait la théorie du maximum de résistance du général Gadoline, les canons de 22^c ne pourraient supporter, sans altération du corps et des frettes, qu'une pression intérieure de 1437 ou 1306 atmosphères, selon que l'on ferait $\varphi' = 0{,}000294$ ou $\varphi' = 0$.

Les canons de 22^c n^{os} 1 et 2 peuvent supporter respectivement 3048 et 4258 atmosphères sans altération des frettes.

Il est vrai que le corps en fonte du premier de ces canons ne peut supporter, sans altération, que 1053 atm. et celui du second 877 atm. Mais la double rangée de frettes s'oppose à la rupture du corps, et alors même que celui-ci serait devenu complétement incapable de résister aux forces tangentielles que la pression intérieure fait naître, la double rangée de frettes pourrait encore supporter, sans altération, 1903 atm. dans le canon n° 1, et 3113 dans le canon n° 2.

Enfin, sauf le cas de poudres brisantes, le corps, ne pouvant se rompre longitudinalement aussi longtemps que l'élasticité des frettes n'est pas altérée, ne peut non plus se rompre transversalement ni par suite se déculasser.

La pression accusée par le dynamomètre dans les canons de 22^c étant en moyenne de 2664 atm., avec un écart maximum de 386, la méthode du général Gadoline donne un résultat insuffisant. Le serrage $\varphi = 0{,}000979$, adopté par le général Neuens pour le canon n° 1, donne pour $P_2 - 3P_0$ une valeur plus petite que la pression maximum observée, et le serrage $\varphi = 0{,}000699$ adopté pour le canon n° 2, une valeur plus grande; ce dernier doit donc être préféré.

Mais le canon n° 2 n'est pas la solution complète du problème, en ce sens que le constructeur n'a pas tiré de la double rangée de frettes tout le parti qu'il en pouvait tirer au point de vue de la résistance du corps du canon. Il pouvait, en effet, augmenter P_1 sans diminuer P_2, en calculant φ' de manière à donner à la double rangée de frettes le maximum de résistance et φ de ma-

nière à avoir $P_2 = 4258$ atm. Ce calcul donne $\varphi' = 0{,}000293$ et $\varphi = 0{,}000723$.

En outre, pour obtenir d'une double rangée de frettes la plus grande résistance possible, il faut que les épaisseurs des deux rangées soient dans un rapport convenable. D'après le général Gadoline, le rayon extérieur de la première rangée doit être moyen proportionnel entre le rayon extérieur de la seconde et le rayon extérieur du corps. L'épaisseur totale des deux rangées de frettes des canons de 22^c étant de 135^{mm}, les frettes de la première rangée devraient avoir 62^{mm} d'épaisseur au lieu de 65^{mm} et celles de la seconde, 73^{mm} au lieu de 70^{mm}.

Cela étant, on trouverait :

$P_1 = 1015$ atmosphères
$P_2 = 4258$ id.
$P_3 = P_2$.

C'est là, croyons-nous, la véritable solution du problème des canons en fonte renforcés par une double rangée de frettes en acier. Elle consiste à appliquer la théorie du maximum du général Gadoline à la double rangée de frettes, en faisant $P_3 = P_2$ d'où l'on tire φ', et à déterminer φ d'après la pression maximum à laquelle le canon doit résister. Quant au corps en fonte, ne pas descendre au-dessous de $P_1 = 877$ atmosphères correspondant à la limite d'élasticité du corps du canon de 22^c n° 2.

Nota. — Les coefficients dont nous avons fait usage dans les calculs sont les suivants :

	fonte.	acier.
Allongement relatif à la limite d'élasticité naturelle.	$\frac{1}{1400}$	$\frac{1}{835}$
Effort par centimètre carré correspondant à cette limite	600^k	2500^k
Coefficient d'élasticité par centimètre carré.	840000	2087500

SECONDE PARTIE.

RÉSISTANCE DES CANONS FRETTÉS.

Dans la première partie de ce Mémoire, nous avons fait voir que la théorie du général Gadoline, relativement à la résistance maximum des canons frettés, conduit à un résultat insuffisant dans la pratique, et nous avons dit pourquoi, malgré l'altération probable du corps en fonte, les canons frettés de 22^{c} résistent aux forces transversales qui tendent à rompre les parois et aux forces longitudinales qui tendent à arracher la culasse.

Ainsi, le corps du canon de 22^{c} n° 2 ne peut, sans dépasser la limite de son élasticité, supporter plus de 877 atmosphères, et cependant ce canon a déjà tiré 505 coups avec une charge donnant une pression maximum de 3050 atm. Comment expliquer ce fait, si ce n'est parce que la double rangée de frettes du canon n° 2 peut supporter, sans altération, 4258 atm. et que, si le corps était altéré au point de n'offrir plus aucune résistance aux forces transversales, les frettes pourraient encore supporter 3113 atm.

Si l'on avait appliqué la méthode du général Gadoline au canon de 22^{c} n° 2, le corps aurait pu résister, sans altération, à 1457 atm., donc 580 atm. de plus que dans son état actuel. Mais les frettes auraient atteint la limite de leur élasticité en même

temps que le corps : c'est assez dire qu'elles n'auraient pu résister longtemps à 3050 atm. de pression.

Nous avons, en conséquence, proposé une nouvelle solution basée sur l'expérience des canons de 22ᶜ. Le général Gadoline, dans sa *Théorie des canons cerclés*, examine le cas d'une seule rangée de frettes, et le cas particulier de deux rangées dans l'hypothèse de la résistance maximum absolue. Nous examinerons, dans ce Mémoire, le cas général d'un nombre quelconque de rangées de frettes et quelles que soient les épaisseurs de celles-ci, et nous en déduirons la loi du serrage des frettes le plus avantageux. Nous établirons ensuite les formules nécessaires pour calculer la compression du corps du canon par les frettes, sa dilatation par la pression intérieure, et finalement sa résistance au déculassement.

Dans toutes les formules qui vont suivre, les lettres auront la signification suivante :

r rayon intérieur du corps du canon (chambre).

R rayon extérieur du corps.

r_1, r_2, r_3... rayons intérieurs des 1re, 2e, 3e... rangées de frettes.

R_1, R_2, R_3... rayons extérieurs des mêmes rangées (*).

Les rayons se rapportent au corps et aux frettes avant le frettage : pour cette raison nous les appellerons rayons primitifs.

u et u' allongements, par unité de longueur, des métaux dont sont fabriqués le corps et les frettes, à la limite de leur élasticité naturelle.

U et U' efforts en kilogrammes par centimètre carré correspondant à cette limite.

(*) Toutes les lettres, sauf celles qui désignent les rayons, ont la même signification que dans la *Théorie des canons cerclés*.

E et E′	coefficients d'élasticité ou rapports constants entre l'effort et l'allongement jusqu'à la limite d'élasticité ; d'où $E = \frac{U}{u}$, $E' = \frac{U'}{u'}$.
P	pression intérieure produite par les gaz de la poudre.
P′	pression de la 1re rangée de frettes sur le corps du canon.
P″, P‴, Pᵛ...	pressions de la 2e rangée sur la 1re, de la 3e sur la 2e, de la 4e sur la 3e ...
P_1	valeur de P correspondant à l'allongement élastique maximum u à la surface de la chambre.
P_2, P_3, P_4 ...	valeurs de P correspondant respectivement à l'allongement élastique maximum u' à la surface intérieure des 1re, 2e, 3e ... rangées de frettes.

A moins d'indication contraire, les pressions sont exprimées en kilogrammes par centimètre carré comme U et U′ ; toutes les dimensions doivent donc, en général, être exprimées en centimètres. — Pour avoir les pressions en atmosphères, diviser par 1,033.

$$\varphi = \frac{R - r_1}{r_1}$$ serrage de la 1re rangée de frettes.

$$\varphi' = \frac{R_1 - r_2}{r_2}$$ serrage de la 2e rangée.

$$\varphi'' = \frac{R_2 - r_3}{r_3}$$ serrage de la 3e rangée, et ainsi de suite.

Dans les formules du général Gadoline, il y a en outre deux lettres α et β qui prennent différentes valeurs suivant que le recul se transmet à l'affût par les tourillons ou par la culasse. Dans le premier cas, qui est celui que nous considérons ici, on a :

$$\alpha = \frac{m}{E}, \quad \beta = \frac{5 - m}{2E},$$

où m est le rapport de la dilatation cubique à la dilatation

linéaire. Nous ferons $m = \frac{1}{3}$ d'après les expériences de Wertheim, et nous remplacerons

$$\alpha \text{ par } \frac{1}{3E} \qquad \beta \text{ par } \frac{4}{3E}$$

$$\alpha' \text{ par } \frac{1}{3E'} \qquad \beta' \text{ par } \frac{4}{3E'}.$$

Nota. — Les formules tirées de la *Théorie des canons cerclés* sont désignées par leurs n^os^ en chiffres arabes ; les formules ajoutées portent des n^os^ *bis*, et les nouvelles formules des n^os^ en chiffres romains.

I. — Résistance des parois des canons frettés.

A. — Équations générales.

Par une savante analyse des forces qui sollicitent chaque élément de volume des parois d'un cylindre creux soumis à des pressions intérieures et extérieures, le général Gadoline a fait voir que l'équilibre entre les pressions qui agissent normalement aux parois et les forces élastiques en vertu desquelles celles-ci résistent dépend de l'équation différentielle

$$\rho \frac{d^2 . \delta\rho}{d\rho^2} + \frac{d . \delta\rho}{d\rho} - \frac{\delta\rho}{\rho} = 0,$$

où ρ est la distance d'un élément de volume à l'axe du cylindre et $\delta\rho$ la quantité dont il se déplace dans le sens du rayon sous l'action des forces.

L'intégrale de cette équation est

$$\delta\rho = A\rho + \frac{B}{\rho}$$

où A et B sont des constantes (*).

(*) Voir, à la fin du Mémoire, la note sur l'intégration de l'équation différentielle d'équilibre.

Soit ρ le rayon d'une couche concentrique du corps du canon, ρ' le rayon d'une couche concentrique de la première rangée de frettes, ρ'' celui d'une couche concentrique de la seconde rangée, et $\delta\rho$, $\delta\rho'$, $\delta\rho''$... les allongements absolus de ces rayons sous l'action des pressions intérieures et extérieures. Les équations d'équilibre sont :

$$\left.\begin{aligned} \delta\rho &= A\rho + \frac{B}{\rho} \\ \delta\rho' &= A'\rho' + \frac{B'}{\rho'} \\ \delta\rho'' &= A''\rho'' + \frac{B''}{\rho''} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots \quad (17)$$

Et les constantes ont les valeurs suivantes :

$$\left.\begin{aligned} A &= \alpha \frac{Pr^2 - P'R^2}{R^2 - r^2}, & B &= \beta \frac{(P - P')R^2r^2}{R^2 - r^2} \\ A' &= \alpha' \frac{P'r_1^2 - P''R_1^2}{R_1^2 - r_1^2}, & B' &= \beta' \frac{(P' - P'')R_1^2r_1^2}{R_1^2 - r_1^2} \\ A'' &= \alpha'' \frac{P''r_2^2 - P'''R_2^2}{R_2^2 - r_2^2}, & B'' &= \beta'' \frac{(P'' - P''')R_2^2r_2^2}{R_2^2 - r_2^2} \end{aligned}\right\} \quad \ldots \quad (21)$$

Pour éviter les longueurs, nous nous bornerons, pour le moment, à deux rangées de frettes. Il sera facile ensuite d'en déduire les formules relatives soit à une seule rangée, soit a trois rangées ou plus.

Soit δR l'allongement du rayon extérieur primitif R du corps du canon, et δr_1 l'allongement du rayon intérieur primitif r_1 de la première rangée de frettes en vertu des pressions résultant du frettage et de la pression des gaz de la poudre. Du moment que les frettes sont posées, le rayon extérieur du corps est toujours égal au rayon intérieur de la première rangée de frettes : on a donc

$$\left.\begin{aligned} R + \delta R &= r_1 + \delta r_1 \\ R_1 + \delta R_1 &= r_2 + \delta r_2 \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots \quad (25)$$

On a pareillement

D'autre part, on a par construction :

$$\left.\begin{aligned} R &= r_1 + r_1\rho \\ R_1 &= r_2 + r_2\rho' \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (16)$$

Et en combinant les équations (16) et (25):

$$\left.\begin{aligned} \delta R &= \delta r_1 - r_1\rho \\ \delta R_1 &= \delta r_2 - r_2\rho' \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (26)$$

Remplaçant dans les équations (17), ρ par R, ρ' par r_1 et R_1, ρ'' par r_2, il vient :

$$\left.\begin{aligned} \delta R &= AR + \frac{B}{R} \\ \delta r_1 &= A'r_1 + \frac{B'}{r_1} \\ \delta R_1 &= A'R_1 + \frac{B'}{R_1} \\ \delta r_2 &= A''r_2 + \frac{B''}{r_2} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (17^{bis})$$

Mettant ces valeurs dans les équations (26), on a :

$$\left.\begin{aligned} AR + \frac{B}{R} &= A'r_1 + \frac{B'}{r_1} - r_1\rho \\ A'R_1 + \frac{B'}{R_1} &= A''r_2 + \frac{B''}{r_2} - r_2\rho' \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots \quad (26^{bis})$$

La différence entre les rayons r_1 et R étant très-petite, de même que celle entre r_2 et R_1, on peut, sans erreur appréciable, remplacer les premiers par les seconds dans les équations (21) et (26^{bis}). Remarquant en outre que les deux rangées de frettes sont en acier, d'où $\alpha'' = \alpha'$, $\beta' = \beta'$, négligeant P''' qui est ici la

pression atmosphérique, et combinant les équations (21) et (26^{bis}), on trouve :

$$P\frac{(\alpha+\beta)r^2}{R^2-r^2}-P'\left[\frac{\alpha R^2+\beta r^2}{R^2-r^2}+\frac{\alpha' R^2+\beta' R_1^2}{R_1^2-R^2}\right]+P''\frac{(\alpha'+\beta')R_1^2}{R_1^2-R^2}+\varphi=0 \quad (28)$$

$$P'\frac{(\alpha'+\beta')R^2}{R_1^2-R^2}-P''\left[\frac{\alpha' R_1^2+\beta' R^2}{R_1^2-R^2}+\frac{\alpha' R_1^2+\beta' R_2^2}{R_2^2-R_1^2}\right]+\varphi'=0 \quad . \quad (28^{bis})$$

L'allongement absolu des rayons ρ, ρ', ρ'' étant respectivement $\delta\rho, \delta\rho', \delta\rho''$, leur allongement par unité de longueur est $\frac{\delta\rho}{\rho}, \frac{\delta\rho'}{\rho'}, \frac{\delta\rho''}{\rho''}$; or, ces rapports expriment aussi l'allongement, par unité de longueur, dans le sens des circonférences. Donc, si l'on désigne par u, u' et u'' les allongements élastiques maximum à la surface intérieure du corps, de la première et de la seconde rangée de frettes, dans le sens des circonférences, on a :

$$u=\frac{\delta r}{r}, \quad u'=\frac{\delta r_1}{r_1}, \quad u''=\frac{\delta r_2}{r_2},$$

et d'après les équations (17) :

$$u = A + \frac{B}{r^2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (29)$$

$$u' = A' + \frac{B'}{r_1^2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (30)$$

$$u'' = A'' + \frac{B''}{r_2^2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (30^{bis})$$

Remplaçant les constantes par leurs valeurs, en faisant comme plus haut $r_1 = R$, $r_2 = R_1$, $\alpha'' = \alpha'$, $\beta'' = \beta'$, $P''' = 0$, et remarquant que, les deux rangées de frettes étant en acier, on a $u'' = u'$, ces équations deviennent :

$$P\frac{\alpha r^2+\beta R^2}{R^2-r^2}-P'\frac{(\alpha+\beta)R^2}{R^2-r^2}-u=0 \quad . \quad . \quad . \quad (31)$$

$$P'\frac{\alpha' R^2+\beta' R_1^2}{R_1^2-R^2}-P''\frac{(\alpha'+\beta')R_1^2}{R_1^2-R^2}-u'=0 \quad . \quad . \quad . \quad (32)$$

$$P''\frac{\alpha' R_1^2+\beta' R_2^2}{R_2^2-R_1^2}-u'=0. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (32^{bis})$$

Les équations (28) et (28^{bis}) dépendent du serrage des frettes, et les équations (31), (32) et (32^{bis}) des allongements élastiques maximum. C'est en combinant ces deux groupes, que nous trouverons les valeurs de P_1, P_2, P_3.

B. — Conditions de la résistance maximum.

SOLUTION PROPOSÉE.

En éliminant successivement P′ et P″ entre (28) et (28^{bis}), et en combinant les deux équations résultantes avec (31), (32) et (32^{bis}), on trouve les valeurs particulières de P qui correspondent respectivement à la limite d'élasticité du corps, de la première et de la seconde rangée de frettes, et que nous désignons par P_1, P_2, P_3.

D'après le général Gadoline, si l'on remplace dans ces valeurs φ et φ' par les serrages des frettes, qu'on suppose choisis arbitrairement, la plus petite des trois représente la résistance réelle du canon; mais si φ et φ' ont été déterminés de manière à avoir $P_1 = P_2 = P_3$, la résistance est un maximum.

Mais la condition $P_1 = P_2$ présuppose que l'altération du corps du canon rend nécessairement la bouche à feu incapable de résister ultérieurement, et l'expérience n'a pas confirmé cette prévision (voir la première partie). Elle conduit d'ailleurs à un résultat insuffisant, et nous avons proposé, en nous basant sur l'exemple des canons de 22^c, la solution suivante :

Déterminer le serrage φ' par la condition $P_2 = P_3$ et le serrage φ d'après la pression intérieure maximum Π à laquelle la double rangée de frettes doit pouvoir résister sans dépasser la limite de son élasticité. Et pour éviter tout mécompte, augmenter Π de la pression correspondant à la résistance absolue du corps sans les frettes, afin que la double rangée de frettes puisse

encore résister, sans altération, même dans le cas où le corps n'offrirait plus aucune résistance aux forces tangentielles.

En désignant la résistance élastique du corps sans les frettes par P_0 et en évaluant sa résistance absolue au triple, le serrage φ sera par conséquent déterminé par la condition

$$P_2 = \Pi + 3P_0.$$

Mais P_1 ne peut descendre au-dessous d'une certaine valeur que nous avons fixée, pour les canons de 22^c, à 877 atmosphères, pression qui correspond à la limite d'élasticité du corps du canon de 22^c n° 2. Nous dirons plus loin (§ F) quelle limite doit être assignée à φ pour donner à P_1 une valeur convenable.

En résumé, la résistance du canon, d'après notre méthode, dépend de celle des frettes et elle est représentée par $P_2 = P_3 \ldots = \Pi + 3P_0$. D'après le général Gadoline, elle dépend du corps et des frettes et elle est représentée par $P_1 = P_2 = P_3 \ldots$. Au fond, cependant, les deux méthodes ne diffèrent que par le serrage φ des frettes sur le corps : dans la deuxième méthode, ce serrage est toujours plus fort que dans la première, et la différence est très-sensible quand u diffère beaucoup de u', d'où résulte une diminution notable de la résistance des frettes. Quant aux serrages des diverses rangées de frettes les unes sur les autres, la loi est la même dans les deux cas, attendu qu'elle est indépendante de φ (voir § G).

Maximum absolu. — En déterminant φ' par la condition $P_2 = P_3$ la résistance de deux rangées de frettes est un maximum. Par la même raison, la résistance de trois rangées est un maximum quand φ' et φ'' sont déterminés par la condition $P_2 = P_3 = P_4$ et ainsi de suite. Mais le maximum absolu de la résistance d'un nombre donné de rangées exige une seconde condition.

Le général Gadoline a démontré que, pour deux rangées de frettes, cette condition est

$$R_1 = \sqrt{RR_2}.$$

C'est-à-dire que le rayon extérieur de la première rangée doit être moyen proportionnel entre le rayon extérieur du corps du canon et le rayon extérieur de la seconde rangée. En appliquant ce principe à trois rangées, on a :

$$R_1 = \sqrt{RR_2},$$

$$R_2 = \sqrt{R_1 R_3}.$$

D'où

$$R_1 = R^{\frac{2}{3}} R_3^{\frac{1}{3}},$$

$$R_2 = R^{\frac{1}{3}} R_3^{\frac{2}{3}}.$$

En l'appliquant à m rangées, on trouve que les rayons $R, R_1, R_2 \ldots R_{m-1}, R_m$ doivent former une progression géométrique dont la raison est $\left(\frac{R_m}{R}\right)^{\frac{1}{m}}$; d'où :

$$\therefore R : R^{\frac{m-1}{m}} R_m^{\frac{1}{m}} : R^{\frac{m-2}{m}} R_m^{\frac{2}{m}} : \ldots R^{\frac{1}{m}} R_m^{\frac{m-1}{m}} : R_m \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (I)$$

Telle est donc la condition de la plus grande résistance possible de m rangées de frettes d'une épaisseur totale donnée, concurremment avec la condition $P_2 = P_3 = P_4 \ldots$

Ajoutons toutefois que, de même que les ordonnées d'une courbe varient peu dans le voisinage de l'ordonnée maximum, la résistance d'un système de frettes ne varie pas d'une manière sensible pour de faibles écarts des rayons $R_1, R_2 \ldots R_{m-1}$.

C. — Canons à une ou à deux rangées de frettes.

Remplaçons dans les équations (28) (28bis) (30) (31) et (32bis). α et β, α' et β' par leurs valeurs :

$$\alpha = \frac{1}{3E}, \quad \beta = \frac{4}{3E}, \quad \alpha' = \frac{1}{3E'}, \quad \beta' = \frac{4}{3E'}.$$

Et pour simplifier les formules, posons :

$$h = \frac{5r^2}{R^2 - r^2} \qquad s = \frac{r^2 + 4R^2}{R^2 - r^2} = h + 4$$

$$k = \frac{R^2 + 4r^2}{R^2 - r^2} = h + 1 \qquad t = \frac{5R^2}{R^2 - r^2} = h + 5$$

$$n = \frac{5R^2}{R_1^2 - R^2} \qquad l = \frac{R^2 + 4R_1^2}{R_1^2 - R^2} = n + 4$$

$$p = \frac{R_1^2 + 4R^2}{R_1^2 - R^2} = n + 1 \qquad m = \frac{5R_1^2}{R_1^2 - R^2} = n + 5$$

$$q = \frac{R_1^2 + 4R_2^2}{R_2^2 - R_1^2}.$$

Les cinq équations deviennent :

$$P\frac{h}{E} - P'\left(\frac{k}{E} + \frac{l}{E'}\right) + P''\frac{m}{E'} + 5\varphi = 0 \quad . \quad . \quad . \quad \text{(II)}$$

$$P'\frac{n}{E'} - P''\frac{p+q}{E'} + 5\varphi' = 0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad \text{(III)}$$

$$Ps - P't - 3Eu = 0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad \text{(IV)}$$

$$P'l - P''m - 3E'u' = 0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad \text{(V)}$$

$$P''q - 3E'u' = 0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad \text{(VI)}$$

En éliminant successivement P″ et P′ entre (II) et (III), il vient :

$$(a) \ldots P\frac{h}{E} - P'\left(\frac{k}{E} + \frac{l}{E'} - \frac{mn}{(p+q)E'}\right) + \frac{5m\varphi'}{p+q} + 5\varphi = 0,$$

$$(b) \ldots P\frac{h}{E} - P''\left(\frac{k}{E} + \frac{l}{E'} - \frac{mn}{(p+q)E'}\right)\frac{p+q}{n} + \frac{3E'\varphi'}{n}\left(\frac{k}{E} + \frac{l}{E'}\right) + 5\varphi = 0.$$

Remplaçant P′ par sa valeur en u tirée de (IV),

$$P' = P\frac{s}{t} - \frac{3Eu}{t},$$

l'équation (a) donne la valeur particulière de P qui correspond à

la limite d'élasticité du corps du canon, et que nous désignons par P_1,

$$P_1 = \frac{\frac{3Eu}{t}\left(\frac{k}{E} + \frac{l}{E'} - \frac{mn}{(p+q)E'}\right) + \frac{3m\varphi'}{p+q} + 3\varphi}{\frac{s}{t}\left(\frac{k}{E} + \frac{l}{E'} - \frac{mn}{(p+q)E'}\right) - \frac{h}{E}} \quad \text{(VII)}$$

Remplaçant P′ par sa valeur en u' tirée de (V) et (VI),

$$P' = 3E'u' \frac{m+q}{lq},$$

l'équation (*a*) donne la valeur particulière de P qui correspond à la limite d'élasticité de la première rangée de frettes, et que nous désignons par P_2,

$$P_2 = \frac{3E'u'\left(\frac{k}{E} + \frac{l}{E'} - \frac{mn}{(p+q)E'}\right)\frac{m+q}{lq} - \frac{3m\varphi'}{p+q} - 3\varphi}{\frac{h}{E}} \quad \text{(VIII)}$$

Remplaçant enfin P″ par sa valeur tirée de (VI), l'équation (*b*) donne la valeur particulière de P qui correspond à la limite d'élasticité de la seconde rangée de frettes, et que nous désignons par P_3,

$$P_3 = \frac{3E'u'\left(\frac{k}{E} + \frac{l}{E'} - \frac{mn}{(p+q)E'}\right)\frac{p+q}{nq} - \frac{3E'\varphi'}{n}\left(\frac{k}{E} + \frac{l}{E'}\right) - 3\varphi}{\frac{h}{E}} \quad \text{(IX)}$$

Lorsqu'il n'y a qu'une seule rangée de frettes, P″ qui est alors la pression atmosphérique peut être négligé, et les équations (II) à (VI) se réduisent à trois :

$$P\frac{h}{E} - P'\left(\frac{k}{E} + \frac{l}{E'}\right) + 3\varphi = 0. \quad \text{(X)}$$

$$Ps - P't - 3Eu = 0. \quad \text{(XI)}$$

$$P'l - 3E'u' = 0 \quad \text{(XII)}$$

Et les pressions P_1 et P_2 correspondant respectivement à la limite d'élasticité du corps et des frettes sont :

$$P_1 = \frac{\frac{3Eu}{t}\left(\frac{k}{E}+\frac{l}{E'}\right)+3\varphi}{\frac{s}{t}\left(\frac{k}{E}+\frac{l}{E'}\right)-\frac{h}{E}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (XIII)$$

$$P_2 = \frac{\frac{3E'u'}{l}\left(\frac{k}{E}+\frac{l}{E'}\right)-3\varphi}{\frac{h}{E}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (XIV)$$

Ces deux équations conviennent aussi au cas particulier où φ' étant nul, comme dans les canons de 22^c n^{os} 1, 2 et 3, les deux rangées de frettes doivent être considérées comme n'en faisant qu'une, sauf à remplacer R_1 par R_2 dans la valeur de l qui devient alors

$$l' = \frac{R^2 + 4R_2^2}{R_2^2 - R^2}.$$

Nous pouvons maintenant calculer les serrages φ et φ' conformément à la solution proposée.

Pour trouver φ' il suffit d'égaler les valeurs de P_2 et P_3 données par les équations (VIII) et (IX). Toute réduction faite, il vient

$$\varphi' = \frac{l(p+q) - n(m+q)}{lq}u' \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (XV)$$

Cette valeur correspond à la résistance maximum de la double rangée de frettes pour une valeur donnée de R_1. Pour avoir la résistance maximum absolue, R_1 doit être moyen proportionnel entre R et R_2 (voir § B). Dans ce cas, $q = l = n + 4$ et la valeur de φ' se réduit à

$$\varphi' = \frac{4(n+5)}{(n+4)^2}u' \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (XVI)$$

Connaissant φ', on trouve le rayon intérieur primitif r_2 de la seconde rangée de frettes au moyen de la formule

$$r_2 = \frac{R_1}{1+\varphi'}.$$

Pour trouver φ, il faut, indépendamment de la pression maximum Π à laquelle les frettes doivent pouvoir résister sans dépasser la limite de leur élasticité, connaître aussi la pression P_0 correspondant à la résistance élastique du corps du canon sans les frettes. Cette pression est donnée par l'équation (XI) quand on y fait $P' = 0$ et qu'on remplace P par P_0 ; d'ou

$$P_0 = \frac{3Eu}{s} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (XVII)$$

Remplaçant P_2 par $\Pi + 3P_0$, l'équation (VIII) donne

$$\varphi = E'u' \left(\frac{k}{E} + \frac{l}{E'} - \frac{mn}{(p+q)E'} \right) \frac{m+q}{lq} - \frac{m\varphi'}{p+q} - \left(\frac{1}{3}\Pi + P_0 \right) \frac{h}{E}. \quad (XVIII)$$

Connaissant φ, on en déduit le rayon intérieur primitif r_1 de la première rangée de frettes au moyen de la formule

$$r_1 = \frac{R}{1+\varphi}.$$

Lorsqu'il n'y a qu'une seule rangée de frettes, on trouve φ en remplaçant P_2 par $\Pi + 3P_0$ dans l'équation (XIV) ; d'où

$$\varphi = \frac{E'u'}{l} \left(\frac{k}{E} + \frac{l}{E'} \right) - \left(\frac{1}{3}\Pi + P_0 \right) \frac{h}{E} \quad . \quad . \quad . \quad (XIX)$$

Lorsque enfin les deux rangées doivent être considérées comme n'en faisant qu'une, à cause de $\varphi' = 0$, il suffit, pour trouver φ, de remplacer l par l' dans l'équation (XIX).

Pour les limites des valeurs de φ, voir § F.

D. — Canons à trois rangées de frettes.

Connaissant le mode de génération des équations (II) à (VI) pour deux rangées de frettes et des coefficients qui y entrent, il est facile de voir que, pour trois rangées, il faut sept équations

et quatre nouveaux coefficients que nous désignerons par les lettres v, x, y et z. Les équations sont :

$$P\frac{h}{E} - P'\left(\frac{k}{E} + \frac{l}{E'}\right) + P''\frac{m}{E'} + 3\varphi = 0 \quad . \quad . \qquad (XX)$$

$$P'\frac{n}{E'} - P''\frac{p+q}{E'} + P'''\frac{v}{E'} + 3\varphi' = 0 \quad . \quad . \qquad (XXI)$$

$$P''\frac{x}{E'} - P'''\frac{y+z}{E'} + 3\varphi'' = 0. \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad (XXII)$$

$$Ps - P't - 3Eu = 0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad (XXIII)$$

$$P'l - P''m - 3E'u' = 0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad (XXIV)$$

$$P''q - P'''v - 3E'u' = 0. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad (XXV)$$

$$P'''z - 3E'u' = 0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad (XXVI)$$

Et les nouveaux coefficients v, x, y et z, dont les trois premiers forment groupe avec q et s'en déduisent immédiatement, ont les valeurs suivantes :

$$x = \frac{5R_1^2}{R_2^2 - R_1^2}$$

$$y = \frac{R_2^2 + 4R_1^2}{R_2^2 - R_1^2} = x + 1$$

$$q = \frac{R_1^2 + 4R_2^2}{R_2^2 - R_1^2} = x + 4$$

$$v = \frac{5R_2^2}{R_2^2 - R_1^2} = x + 5$$

$$z = \frac{R_2^2 + 4R_3^2}{R_3^2 - R_2^2}.$$

Pour avoir les valeurs de P_1, P_2, P_3 et P_4 il faut :

1° Éliminer P″ et P‴ entre (XX) (XXI) et (XXII), puis remplacer P′ par sa valeur en u tirée de (XXIII); ce qui donne P_1.

2° Éliminer P″ et P‴ comme ci-dessus et remplacer P′ par sa valeur en u' tirée de (XXIV) (XXV) et XXVI); ce qui donne P_2.

3° Éliminer P′ et P‴ entre (XX) (XXI) et (XXII), puis remplacer P″ par sa valeur tirée de (XXV) et (XXVI); ce qui donne P_3.

4° Éliminer P′ et P″ entre (XX) (XXI) et (XXII), puis remplacer P‴ par sa valeur tirée de (XXVI); ce qui donne P_4.

On trouve :

$$P_1 = \frac{\frac{3Eu}{t}\left(\frac{k}{E}+\frac{l}{E'}-\frac{mn\,(y+z)}{\{(p+q)(y+z)-vx\}E'}\right)+\frac{3m\left(v\varphi''+(y+z)\varphi'\right)}{(p+q)\,(y+z)-vx}+3\varphi}{\frac{s}{t}\left(\frac{k}{E}+\frac{l}{E'}-\frac{mn\,(y+z)}{\{(p+q)\,(y+z)-vx\}\,E'}\right)-\frac{h}{E}} \quad \text{(XXVII)}$$

$$P_2 = \frac{3E'u'\left(\frac{k}{E}+\frac{l}{E'}-\frac{mn\,(y+z)}{\{(p+q)\,(y+z)-vx\}E'}\right)\frac{m\,(v+z)+qz}{lqz}-\frac{3m\,(v\varphi''+(y+z)\,\varphi')}{(p+q)\,(y+z)-vx}-3\varphi}{\frac{h}{E}} \quad \text{(XXVIII)}$$

$$P_3 = \frac{3E'u'\left(\frac{k}{E}+\frac{l}{E'}-\frac{mn\,(y+z)}{\{(p+q)(y+z)-vx\}E'}\right)\frac{\{(p+q)(y+z)-vx\}(v+z)}{nqz\,(y+z)}-\frac{3E'\,(v\varphi''+(y+z)\,\varphi')}{n\,(y+z)}\left(\frac{k}{E}+\frac{l}{E'}\right)-3\varphi}{\frac{h}{E}} \quad \text{(XXIX)}$$

$$P_4 = \frac{3E'u'\left(\frac{k}{E}+\frac{l}{E'}-\frac{mn\,(y+z)}{\{(p+q)(y+z)-vx\}E'}\right)\frac{\{(p+q)(y+z)-vx\}(y+z)}{nxz\,(y+z)}-\frac{3E'(p+q)\,\varphi''}{nx}\left(\frac{k}{E}+\frac{l}{E'}-\frac{mn}{(p+q)E'}\right)-\frac{3E'\varphi'}{n}\left(\frac{k}{E}+\frac{l}{E'}\right)-3\varphi}{\frac{h}{E}} \quad \text{(XXX)}$$

Pour trouver φ'', il faut égaler P_3 à P_4; d'où

$$\varphi'' = \frac{q(y+z) - x(v+z)}{qz}\, u' \quad . \quad . \quad . \quad \text{(XXXI)}$$

Pour trouver φ', il faut égaler P_2 à P_3 et remplacer φ'' par sa valeur; d'où

$$\varphi' = \frac{l\{p(v+z)+qz\} - n\{m(v+z)+qz\}}{lqz}\, u' \quad \text{(XXXII)}$$

Pour trouver φ, il faut remplacer P_2 par $\Pi + 3P_0$ dans l'équation (XXVIII); d'où

$$\left.\begin{aligned} \varphi = E'u'\left(\frac{k}{E} + \frac{l}{E'} - \frac{mn(y+z)}{\{(p+q)(y+z) - vx\}E'}\right)\frac{m(v+z)+qz}{lqz} \\ - \frac{m(v_\gamma'' + (y+z)\varphi')}{(p+q)(y+z) - vx} - \left(\frac{1}{5}\Pi + P_0\right)\frac{h}{E} \end{aligned}\right\} \quad \text{(XXXIII)}$$

Les valeurs de φ'' et φ' données par les équations (XXXI) et (XXXII) correspondent à la résistance maximum de la triple rangée de frettes, étant donnés les rayons R_1 et R_2. Mais pour que la résistance soit un maximum absolu, ces rayons doivent être déterminés par la progression (I); d'où

$$R_1 = R^{\frac{2}{3}} R_3^{\frac{1}{3}} \quad \text{et} \quad R_2 = R^{\frac{1}{3}} R_3^{\frac{2}{3}}.$$

Cela étant, on a :

$$x = n \qquad z = q = l = n+4$$
$$y = p = n+1 \qquad v = m = n+5$$

Et les valeurs de φ'' et φ' se réduisent à :

$$\varphi'' = \frac{4(n+5)}{(n+4)^2}\, u' \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad \text{(XXXIV)}$$

$$\varphi' = \frac{4(n+5)^2}{(n+4)^3}\, u' \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad \text{(XXXV)}$$

En comparant l'équation (XXXIV) à l'équation (XVI), on voit que, dans l'hypothèse de la résistance maximum absolue, la valeur de φ'' pour trois rangées de frettes est égale à la valeur de φ' pour deux rangées.

E. — Canons à quatre rangées de frettes ou plus.

Pour une rangée de frettes, il a fallu 3 équations et 5 coefficients; pour 2 rangées, 5 équations et 9 coefficients; pour trois rangées, 7 équations et 13 coefficients. Par conséquent pour quatre rangées, il faudra 9 équations et 17 coefficients; pour 5 rangées, 11 équations et 21 coefficients, et ainsi de suite.

Les coefficients forment 1, 2, 3, 4... groupes de quatre ayant même dénominateur et se déduisant immédiatement l'un de l'autre; de sorte qu'il suffit d'en calculer un par groupe. Lorsque les rayons R_1, R_2, R_3 satisfont à la condition (I), tous les coefficients, à l'exception des quatre premiers, se déduisent du coefficient n dont la valeur se réduit alors à $\frac{5R}{R_2 - R}$.

Nous nous bornerons ici à examiner le cas de quatre rangées de frettes.

En désignant les nouveaux coefficients par v', x', y' et z', les équations sont :

$$P\frac{h}{E} - P'\left(\frac{k}{E} + \frac{l}{E'}\right) + P''\frac{m}{E'} + 3\varphi = 0 \quad . \quad . \quad \text{(XXXVI)}$$

$$P'\frac{n}{E'} - P''\frac{p+q}{E'} + P'''\frac{v}{E'} + 3\varphi' = 0 \quad . \quad . \quad \text{(XXXVII)}$$

$$P''\frac{x}{E'} - P'''\frac{y+z}{E'} + P^{IV}\frac{v'}{E'} + 3\varphi'' = 0 \quad . \quad . \quad \text{(XXXVIII)}$$

$$P'''\frac{x'}{E'} - P^{IV}\frac{y'+z'}{E'} + 3\varphi''' = 0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad \text{(XXXIX)}$$

$$Ps - P't - 3Eu = 0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad \text{(XL)}$$

$$P'l - P''m - 3E'u' = 0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad \text{(XLI)}$$

$$P''q - P'''v - 3E'u' = 0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad \text{(XLII)}$$

$$P'''z - P^{IV}v' - 3E'u' = 0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad \text{(XLIII)}$$

$$P^{IV}z' - 3E'u' = 0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad \text{(XLIV)}$$

Et les quatre nouveaux coefficients, dont les trois premiers forment groupe avec z, ont les valeurs suivantes :

$$x' = \frac{5R_2^2}{R_3^2 - R_2^2} \qquad z = \frac{R_2^2 + 4R_3^2}{R_3^2 - R_2^2} = x' + 4$$

$$y' = \frac{R_3^2 + 4R_2^2}{R_3^2 - R_2^2} = x' + 1 \qquad v' = \frac{5R_3^2}{R_3^2 - R_2^2} = x' + 5$$

$$z' = \frac{R_3^2 + 4R_4^2}{R_4^2 - R_3^2}.$$

En combinant les quatre premières équations avec les cinq dernières, d'une manière analogue à ce qui a été dit pour trois rangées de frettes, on trouve :

$$P_1 = \frac{\frac{3Eu}{t}\left(\frac{k}{E}+\frac{l}{E'}-\frac{mn\{(y+z)(y'+z')-v'x'\}}{[(p+q)\{(y+z)(y'+z')-v'x'\}-(y'+z')vx]E'}\right)+\frac{3m(vv'\varphi'''+v(y'+z')\varphi''+\{(y+z)(y'+z')-v'x'\}\varphi')}{(p+q)\{(y+z)(y'+z')-v'x'\}-(y'+z')vx}+3\varphi}{\frac{s}{t}\left(\frac{k}{E}+\frac{l}{E'}-\frac{mn\{(y+z)(y'+z')-v'x'\}}{((p+q)\{(y+z)(y'+z')-v'x'\}-(y'+z')vx)E'}\right)-\frac{h}{E}} \cdot \text{(XLV)}$$

$$P_2 = \frac{3E'u'\left(\frac{k}{E}+\frac{l}{E'}-\frac{mn\{(y+z)(y'+z')-v'x'\}}{[(p+q)\{(y+z)(y'+z')-v'x'\}-(y'+z')vx]E'}\right)\frac{mv(v'+z')+zz'(m+q)}{lqzz'}-\frac{3m(vv'\varphi'''+v(y'+z')\varphi''+\{(y+z)(y'+z')-v'x'\}\varphi')}{(p+q)\{(y+z)(y'+z')-v'x'\}-(y'+z')vx}-3\varphi}{\frac{h}{E}} \cdot \text{(XLVI)}$$

$$P_3 = \left.\begin{array}{l} \dfrac{3E'u'\left(\frac{k}{E}+\frac{l}{E'}-\frac{mn\{(y+z)(y'+z')-v'x'\}}{[(p+q)\{(y+z)(y'+z')-v'x'\}-(y'+z')vx]E'}\right)\frac{((p+q)\{(y+z)(y'+z')-v'x'\}-(y'+z')vx)(v(v'+z')+zz')}{\{(y+z)(y'+z')-v'x'\}nqzz'}-}{\frac{h}{E}}\cdots \\[2em] \cdots\dfrac{-\frac{3E'}{n}\left(\frac{k}{E}+\frac{l}{E'}\right)\frac{vv'\varphi'''+v(y'+z')\varphi''+\{(y+z)(y'+z')-v'x'\}\varphi'}{(y+z)(y'+z')-v'x'}-3\varphi}{\frac{h}{E}} \end{array}\right\} \text{(XLVII)}$$

On voit par les équations (XV) et (XXXI) que la valeur de φ' pour deux rangées de frettes est composée de la même manière, avec l, m, n, p et q, que celle de φ'' pour trois rangées avec q, v, x, y et z. On peut en conclure que la valeur de φ''' pour quatre rangées est aussi composée de la même manière avec z, v', x' y' et z', et par analogie, que la valeur de φ'' pour quatre rangées est composée, avec q, v, x, y, z, v' et z', de la même manière que celle de φ' pour trois rangées, donnée par l'équation (XXXII), avec l, m, n, p, q, v et z. Nous sommes donc dispensé de calculer P_4 et P_5, et nous pouvons écrire :

$$\varphi''' = \frac{z(y'+z') - x'(v'+z')}{zz'}\,u' \quad \text{(XLVIII)}$$

$$\varphi'' = \frac{q\{y(v'+z')+zz'\} - x\{v(v'+z')+zz'\}}{qzz'}\,u' \quad \text{(XLIX)}$$

Au moyen de ces valeurs, on trouve, en égalant P_2 à P_3,

$$\varphi' = \frac{l\{p[v(v'+z')+zz']+qzz'\} - n\{m[v(v'+z')+zz']+qzz'\}}{lqzz'}\,u'. \quad \text{(L)}$$

On trouve ensuite φ en remplaçant P_2 par $\Pi + 3P_0$ dans l'équation (XLVI) et φ''', φ'', φ' par leurs valeurs.

Il reste à voir ce que deviennent φ''', φ'' et φ' dans l'hypothèse de la résistance maximum absolue; ce qui exige, d'après la condition (I), que les rayons R_1, R_2 et R_3 aient les valeurs suivantes :

$$R_1 = R^{\frac{3}{4}}R^{\frac{1}{4}}_4, \quad R_2 = R^{\frac{1}{2}}R^{\frac{1}{2}}_4, \quad R_3 = R^{\frac{1}{4}}R^{\frac{3}{4}}_4.$$

On a alors :

$$x' = x = n \qquad z' = z = q = l = n+4$$

$$y' = y = p = n+1 \qquad v' = v = m = n+5$$

Et les valeurs de φ''', φ'' et φ' se réduisent à :

$$\varphi''' = \frac{4\,(n+5)}{(n+4)^2}\,u' \quad \ldots\ldots\ldots \quad \text{(LI)}$$

$$\varphi'' = \frac{4\,(n+5)^2}{(n+4)^3}\,u' \quad \ldots\ldots\ldots \quad \text{(LII)}$$

$$\varphi' = \frac{4\,(n+5)^3}{(n+4)^4}\,u' \quad \ldots\ldots\ldots \quad \text{(LIII)}$$

En comparant les équations (LI) (XXXIV) et (XVI), on voit que, dans l'hypothèse de la résistance maximum absolue, φ''' pour quatre rangées est égal à φ'' pour trois rangées et à φ' pour deux rangées, et en comparant les équations (LII) et (XXXV), que φ'' pour quatre rangées est égal à φ' pour trois rangées.

F. — Limites du serrage des frettes sur le corps du canon.

Les équations (XIII) et (XIV) font voir que, quand φ diminue, P_1 diminue et P_2 augmente. Il en est de même des équations (VII) et (VIII) combinées avec (XV), etc. Or P_1 ne peut descendre au-dessous d'une certaine valeur qui dépend des dimensions du corps du canon et du métal dont il est fait.

Dans la première partie, nous avons admis comme valeur minimum pour les canons de 22ᶜ en fonte frettés $P_1 = 877$ atmosphères, ce qui est la pression correspondant à la limite d'élasticité du corps du canon nº 2. Pour d'autres bouches à feu, le procédé le plus rationnel nous paraît être de faire varier la valeur minimum de P_1 en raison inverse des valeurs de P_0 données par l'équation (XVII). Comme P_0, abstraction faite de u et de E, ne varie pas quand on remplace r et R par r' et R′ pourvu que $\frac{R'}{r'} = \frac{R}{r}$, il en résulte que, pour des canons semblables, la valeur minimum de P_1 ne varie pas non plus.

Nous pouvons donc considérer comme une limite inférieure, pour les canons en fonte frettés semblables aux canons de 22^c, la valeur de φ correspondant à $P_1 = 877$ atmosphères ou 906 kilogrammes par centimètre carré.

Désignant cette valeur par φ_1 et remplaçant P_1 par 906, les équations (XIII) (VII) (XXVII) ... donnent :

Pour une seule rangée de frettes,

$$\varphi_1 = 302\left\{\frac{s}{t}\left(\frac{k}{E}+\frac{l}{E'}\right)-\frac{h}{E}\right\}-\frac{Eu}{t}\left(\frac{k}{E}+\frac{l}{E'}\right) \quad \text{(LIV)}$$

Pour deux rangées,

$$\varphi_1 = 302\left\{\frac{s}{t}\left(\frac{k}{E}+\frac{l}{E'}-\frac{mn}{(p+q)E'}\right)-\frac{h}{E}\right\}-\frac{Eu}{t}\left(\frac{k}{E}+\frac{l}{E'}-\frac{mn}{(p+q)E'}\right)-\frac{m\varphi'}{p+q} \quad \text{(LV)}$$

Pour trois rangées,

$$\left.\begin{aligned}\varphi_1 = 302&\left\{\frac{s}{t}\left(\frac{k}{E}+\frac{l}{E'}-\frac{mn(y+z)}{\{(p+q)(y+z)-vx\}E'}\right)-\frac{h}{E}\right\}\\ &-\frac{Eu}{t}\left(\frac{k}{E}+\frac{l}{E'}-\frac{mn(y+z)}{\{(p+q)(y+z)-vx\}E'}\right)-\frac{m(v\varphi''+(y+z)\varphi')}{(p+q)(y+z)-vx}\end{aligned}\right\} \quad \text{(LVI)}$$

et ainsi de suite.

Remplaçant φ par φ_1 et P_2 par $\Pi + 3P_0$ dans les équations (XIV) (VIII) XXVIII) ..., la valeur de Π qui en résulte ne doit pas être inférieure à la pression maximum à laquelle le système de frettes doit pouvoir résister sans dépasser la limite de son élasticité; car si elle était inférieure, on ne pourrait l'augmenter qu'en diminuant φ_1 qui est déjà un minimum. Il faudrait alors ou bien augmenter l'épaisseur des frettes, ou bien augmenter le nombre des rangées, en déterminant φ', φ'', φ''' ... d'après les conditions de la résistance maximum.

Quand φ augmente, P_1 augmente et P_2 diminue. Mais P_2 ne peut, en aucun cas, descendre au-dessous de P_1, sans quoi les frettes atteindraient la limite de leur élasticité avant le corps.

Par conséquent la limite supérieure de φ est donnée par la condition $P_1 = P_2$.

Désignant cette valeur particulière de φ par φ_2 et égalant, deux à deux, les équations (XIII) et (XIV), (VII) et (VIII), (XXVII) et (XXVIII)..... on trouve :

Pour une seule rangée de frettes,

$$\varphi_2 = \frac{E'u'}{l}\left(\frac{k}{E} + \frac{l}{E'} - \frac{ht}{sE}\right) - \frac{hu}{s} \quad . \quad . \quad . \quad \text{(LVII)}$$

Pour deux rangées,

$$\varphi_2 = E'u'\left(\frac{k}{E} + \frac{l}{E'} - \frac{mn}{(p+q)E'} - \frac{ht}{sE}\right)\frac{m+q}{lq} - \frac{hu}{s} - \frac{m\varphi'}{p+q} \quad \text{(LVIII)}$$

Pour trois rangées,

$$= E'u'\left(\frac{k}{E} + \frac{l}{E'} - \frac{mn(y+z)}{\{(p+q)(y+z) - vx\}E'} - \frac{ht}{sE}\right)\frac{m(v+z)+qz}{lqz} - \frac{hu}{s} - \frac{m(v\varphi'' + (y+z)\varphi')}{(p+q)(y+z) - vx} \quad \text{(LIX)}$$

et ainsi de suite.

La première valeur de φ_2 est égale à la valeur de φ donnée par l'équation (76) du général Gadoline, et la seconde à celle de φ donnée par l'équation (92); ce qui doit être puisque les unes et les autres sont déterminées par la condition $P_1 = P_2$. La valeur normale de φ, d'après l'auteur, est donc notre limite supérieure.

G. — Loi du serrage des frettes.

Obtenir d'un système de m rangées de frettes, dont l'épaisseur totale est donnée, la plus grande résistance possible, tel est évidemment le but que le constructeur doit se proposer.

Nous avons vu que la première condition à remplir est que

les épaisseurs des m rangées soient réglées de façon que les rayons $R, R_1, R_2, \ldots R_{m-1}, R_m$ forment une progression géométrique dont la raison est $\left(\frac{R_m}{R}\right)^{\frac{1}{m}}$; d'où

$$\therefore R : R^{\frac{m-1}{m}} R_m^{\frac{1}{m}} : R^{\frac{m-2}{m}} R_m^{\frac{2}{m}} : \ldots R^{\frac{1}{m}} R_m^{\frac{m-1}{m}} : R_m.$$

La deuxième condition est que les serrages $\varphi', \varphi'', \varphi'''$..... des diverses rangées les unes sur les autres soient déterminés de manière que toutes les rangées atteignent en même temps la limite de leur élasticité; d'où

$$P_2 = P_3 = P_4 = P_5 \ldots$$

La première condition étant satisfaite, nous avons trouvé :
Pour deux rangées,

$$\varphi' = \frac{4(n+5)}{(n+4)^2} u'.$$

Pour trois rangées,

$$\varphi'' = \frac{4(n+5)}{(n+4)^2} u', \quad \varphi' = \frac{4(n+5)^2}{(n+4)^3} u'.$$

Pour quatre rangées,

$$\varphi''' = \frac{4(n+5)}{(n+4)^2} u', \quad \varphi'' = \frac{4(n+5)^2}{(n+4)^3} u', \quad \varphi' = \frac{4(n+5)^3}{(n+4)^4} u'.$$

Ces résultats indiquent clairement la loi du serrage des $m - 1$ dernières rangées de frettes, à commencer par la dernière ou rangée extérieure.

Quant au serrage φ de la première rangée, nous proposons de le déterminer, entre les limites φ_1 et φ_2, par la condition

$$P_2 = \Pi + 5P_0$$

où Π est la pression maximum des gaz de la poudre à laquelle les frettes doivent pouvoir résister sans dépasser la limite de leur

élasticité, et $5\,P_0$ la pression correspondant à la résistance absolue du corps du canon sans les frettes.

Le problème de la résistance d'un canon fretté se réduit alors à sa plus simple expression; car il suffit de calculer la valeur de φ au moyen de l'une des équations (XIX) (XVIII) (XXXIII)... et les valeurs de $\varphi', \varphi'', \varphi'''$... par la loi du serrage des frettes, et de vérifier ensuite si la résistance du corps du canon est suffisante en calculant P_1 au moyen de l'une des équations (XIII) (VII) (XXVII)...

Le tableau suivant donne les valeurs de φ', φ'', φ''', φ^{iv} et φ^{v} depuis deux jusqu'à six rangées de frettes, en fonction de n et dans l'hypothèse de la résistance maximum absolue. Comme dans ce cas

$$n = \frac{5R}{R_2 - R},$$

il suffit de connaître les rayons extérieurs primitifs du corps et de la deuxième rangée de frettes.

NOMBRE de RANGÉES.	φ	φ'	φ''	φ'''	φ^{iv}	φ^{v}
Une	A déterminer par la condition $P_2 = \Pi + 5P_0$ entre les limites φ_1 et φ_2.					
Deux		$\frac{(n+5)}{(n+4)^2}4u'$				
Trois		$\frac{(n+5)^2}{(n+4)^3}4u'$	$\frac{(n+5)}{(n+4)^2}4u'$			
Quatre		$\frac{(n+5)^3}{(n+4)^4}4u'$	$\frac{(n+5)^2}{(n+4)^3}4u'$	$\frac{(n+5)}{(n+4)^2}4u'$		
Cinq		$\frac{(n+5)^4}{(n+4)^5}4u'$	$\frac{(n+5)^3}{(n+4)^4}4u'$	$\frac{(n+5)^2}{(n+4)^3}4u'$	$\frac{(n+5)}{(n+4)^2}4u'$	
Six		$\frac{(n+5)^5}{(n+4)^6}4u'$	$\frac{(n+5)^4}{(n+4)^5}4u'$	$\frac{(n+5)^3}{(n+4)^4}4u'$	$\frac{(n+5)^2}{(n+4)^3}4u'$	$\frac{(n+5)}{(n+4)^2}4u'$

Abstraction faite du serrage φ de la première rangée, ce tableau fait voir :

1° Que le serrage de la rangée extérieure ne change pas quel que soit le nombre des rangées, pourvu que n ou le rapport $\frac{R_2}{R}$ soit constant.

2° Que le serrage de chaque rangée, à partir de la rangée extérieure, est égal au serrage de la rangée précédente multiplié par $\frac{n+5}{n+4}$.

Nota. — Nous avons dit, § B, que les valeurs de φ', φ'', φ''' ... sont les mêmes d'après notre méthode que d'après celle du général Gadoline, et que le serrage φ de la première rangée de frettes sur le corps constitue la seule différence entre les deux méthodes. Les valeurs de φ, d'après la méthode du général Gadoline, ne sont autres que celles de φ_2 données par les équations (LVII), (LVIII), (LIX) ... selon qu'il y a une, deux ou trois rangées de frettes : or, nous avons vu, § F, que φ_2 est la limite supérieure du serrage des frettes sur le corps.

II. — Compression et dilatation du corps du canon.

II. — Compression du corps par les frettes.

En vertu du serrage, chaque rangée de frettes, à commencer par la rangée extérieure, comprime celle qui la précède, et la rangée intérieure comprime le corps du canon. Ces pressions ont pour effet de diminuer les rayons primitifs extérieur et intérieur du corps.

Soit Φ la pression permanente de la rangée intérieure sur le corps, en vertu de son propre serrage φ et des serrages φ', φ'', φ'''..... des rangées suivantes.

Dans les équations (X) (II) (XX)....., P est la pression des gaz de la poudre et P′ la pression de la première rangée de frettes sur le corps. Si donc, dans ces équations, on fait P = 0, la valeur de P′ qui en résulte est la pression permanente de la première rangée de frettes.

Lorsqu'il n'y a qu'une seule rangée de frettes, il suffit, pour trouver Φ, de faire P = 0 dans l'équation (X) et de remplacer P′ par Φ; d'où

$$\Phi = \frac{3\varphi}{\frac{k}{E} + \frac{l}{E'}} \quad \cdots\cdots\cdots \quad \text{(LX)}$$

Lorsqu'il y a deux rangées de frettes, il faut d'abord éliminer P″ entre (II) et (III), puis faire P = 0 et P′ = Φ; d'où

$$\Phi = \frac{\frac{3m\varphi'}{p+q} + 3\varphi}{\frac{k}{E} + \frac{l}{E'} - \frac{mn}{(p+q)E'}} \quad \cdots\cdots \quad \text{(LXI)}$$

Mais si les deux rangées doivent être considérées comme n'en faisant qu'une à cause de φ′ = 0, il suffit de remplacer l par l' dans l'équation (LX).

Lorsqu'il y a trois rangées, il faut d'abord éliminer P″ et P‴ entre (XX), (XXI) et (XXII); d'où

$$\Phi = \frac{\frac{3m\left(v\varphi'' + (y+z)\varphi'\right)}{(p+q)(y+z) - vx} + 3\varphi}{\frac{k}{E} + \frac{l}{E'} - \frac{mn(y+z)}{\left\{(p+q)(y+z) - vx\right\}E'}} \quad \cdots \quad \text{(LXII)}$$

Lorsqu'il y a quatre rangées, il faut éliminer P″, P‴ et P^{iv} entre (XXXVI), (XXXVII), (XXXVIII) et (XXXIX), et ainsi de suite.

On a vu au § A que, sous l'action des pressions intérieures et extérieures, le rayon ρ d'une couche concentrique du corps du

canon augmente ou diminue de la quantité $\delta\rho$ donnée par l'équation

$$\delta\rho = A\rho + \frac{B}{\rho},$$

et que les constantes d'intégration sont :

$$A = \alpha \frac{Pr^2 - P'R^2}{R^2 - r^2}, \qquad B = \beta \frac{(P - P')\,R^2 r^2}{R^2 - r^2}.$$

Faisant, comme plus haut, $P = 0$, $P' = \Phi$ et remplaçant α et β par leurs valeurs, les constantes deviennent :

$$A = -\frac{1}{5E}\frac{\Phi R^2}{R^2 - r^2}, \qquad B = -\frac{4}{5E}\frac{\Phi R^2 r^2}{R^2 - r^2}.$$

Substituant ces valeurs dans $\delta\rho$ et remplaçant ρ par r, rayon de la chambre, on trouve

$$\delta r = -\frac{\Phi r}{5E} \cdot \frac{5R^2}{R^2 - r^2}$$

ou simplement

$$\delta r = -\frac{tr}{5E}\Phi \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad \text{(LXIII)}$$

en donnant à t la valeur qui lui a été assignée au § C.

Le signe — indique que le rayon r diminue. Par conséquent la diminution du diamètre de la chambre, produite par la pression permanente des frettes, est exprimée par

$$\frac{2tr}{5E}\Phi$$

où Φ a la valeur donnée par les équations (LX), (LXI) ou (LXII), selon qu'il y a une, deux ou trois rangées de frettes.

Quant au rayon extérieur du corps, un calcul analogue donne

$$\delta R = -\frac{kR}{5E}\Phi \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad \text{(LXIV)}$$

D'où l'on conclut que le frettage diminue le diamètre extérieur du corps de la quantité

$$\frac{2k\mathrm{R}}{3\mathrm{E}}\Phi.$$

1re Remarque.—Dans les canons de 22c nos 1 et 2, le serrage de la première rangée de frettes est respectivement $\varphi = 0{,}000979$ et $\varphi = 0{,}000699$, et le serrage de la seconde rangée est nul. En calculant, au moyen de l'équation (LXIII), la diminution du diamètre de l'âme de ces canons par l'effet de la pression des frettes, on trouve $0^{mm},230$ pour le n° 1, et $0^{mm},164$ pour le n° 2.

Lorsque ces deux canons ont été frettés, on a constaté, au moyen de l'étoile mobile, une diminution du diamètre de $0^{mm},2$ dans la partie de l'âme correspondant à la double rangée de frettes, et il a fallu enlever cette quantité par un alésage supplémentaire. Dans le canon n° 3, on a donné $0^{mm},2$ de plus au diamètre de la partie de l'âme dont il s'agit, et le frettage a rétabli le calibre exact.

En remplaçant l par l' l'équation (LX) donne $\Phi = 457^{k},4$ pour le canon n° 1 et $\Phi = 526^{k},6$ pour le canon n° 2. Il est donc bien évident que la diminution du diamètre de l'âme n'est pas la même dans les deux canons. Mais le vernier de l'étoile mobile ne donnant avec certitude que le dixième de millimètre, on ne pouvait constater que $0^{mm},2$ *fort* dans le canon n° 1 et $0^{mm},2$ *faible* dans le canon n° 2. L'accord est donc aussi complet qu'il pouvait l'être, et ce fait est de nature à inspirer une grande confiance dans l'équation fondamentale de la théorie du général Gadoline $\delta\rho = A\rho + \frac{B}{\rho}$ et de toutes celles qui en découlent.

2e Remarque. — Il est important de ne pas confondre le serrage des frettes avec leur tension initiale ou permanente.

Dans la première partie, nous avons dit que, si le serrage φ de la double rangée de frettes des canons de 22c avait été déterminé par la condition $P_1 = P_2$, on aurait eu $\varphi = \frac{R - r_1}{r_1} = 0{,}001382$. L'allongement élastique maximum des frettes étant $u' = 0{,}001198$, il semblerait que, dans ces conditions, la tension permanente

des frettes dût dépasser la limite de leur élasticité; mais cette apparente anomalie s'explique par la diminution du rayon R par le frettage. En effet, d'après l'équation (LXIV), la valeur de δR pour $\varphi = 0{,}001382$ est $0^{mm},143$, et si l'on désigne par τ la tension de la première rangée de frettes après le frettage, on a $\tau = \frac{R - \delta R - r_1}{r_1} = 0{,}000982$.

I. — Dilatation du corps par la pression intérieure.

On vient de voir que le frettage produit une diminution appréciable du diamètre de l'âme; la pression des gaz de la poudre produit, à chaque coup, un effet en sens contraire. La question de la dilatation du corps du canon offre donc un certain intérêt au point de vue de la balistique intérieure.

Pour trouver la dilatation produite par la pression intérieure, on a, comme pour la compression du corps par les frettes,

$$\delta\rho = A\rho + \frac{B}{\rho},$$

mais les constantes ont d'autres valeurs.

Supposons que la pression intérieure soit la pression maximum Π. Il faut, dans les valeurs de A et B, remplacer P par Π et P′ par Π', sauf à déterminer cette dernière quantité. On a alors :

$$A = \frac{1}{3E}\,\frac{\Pi r^2 - \Pi' R^2}{R^2 - r^2}, \qquad B = \frac{4}{3E}\,\frac{(\Pi - \Pi')\,R^2 r^2}{R^2 - r^2},$$

et par suite

$$\delta r = \frac{r}{3E}\,\frac{\Pi\,(r^2 + 4R^2) - 3\Pi' R^2}{R^2 - r^2}$$

ou simplement

$$\delta r = \frac{r}{3E}\,(s\Pi - t\Pi'). \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad \text{(LXV)}$$

en donnant à s et à t les valeurs attribuées à ces lettres au § C.

Les valeurs de Π' s'obtiennent de la même manière que celles de φ, excepté qu'au lieu de faire $P = 0$, il faut remplacer P par Π. Il suffit par conséquent, pour trouver Π', d'ajouter $\Pi \frac{h}{E}$ au numérateur des valeurs de Φ données par les équations (LX) (LXI) (LXII), selon qu'il y a une, deux ou trois rangées de frettes.

La dilatation du corps du canon par la pression des gaz de la poudre produit donc une augmentation du diamètre de la chambre exprimée par

$$\frac{2r}{3E}(s\Pi - t\Pi').$$

Remarque. — La dilatation des parois de l'âme étant le résultat de la pression des gaz de la poudre, suit naturellement la même loi que cette pression : elle atteint donc rapidement son maximum, puis elle diminue à mesure que le projectile avance vers la bouche du canon. Il résulte de là que la partie de l'âme où se trouve le projectile, à chaque instant de son trajet, forme un cône tronqué dont la grande base est à hauteur, ou à peu près, du dernier cercle du projectile et la petite base à une distance plus ou moins grande en avant du premier, d'après la grandeur de la dilatation, à ce moment, et la vitesse avec laquelle elle se propage.

Or, si nous supposons que le projectile touche le cône dont il s'agit suivant une génératrice, il fait avec l'axe de l'âme le même angle que cette génératrice; et si la dilatation est égale ou supérieure à la profondeur des rayures, le côté opposé à la génératrice de contact échappe en grande partie ou même complétement à l'action des rayures. Ces conditions sont évidemment mauvaises au point de vue de la justesse du tir.

Voici deux exemplaires qui feront encore mieux comprendre l'importance de la question.

1° D'après la formule (LXV), dans laquelle il faut remplacer Π' par

$$\frac{\Pi \frac{h}{E} + 3\varphi}{\frac{k}{E} + \frac{l'}{E'}}$$

le diamètre de l'âme du canon de 22ᶜ n° 2 en fonte, fretté, augmente de 1 millimètre sous la pression de 3050 atmosphères. La profondeur des rayures n'étant que de $1^{mm},3$, il en résulte que, au moment de la dilatation maximum, il ne reste que $0^{mm},3$ de plomb dans les rayures opposées à la génératrice de contact. Si le corps du canon était en acier comme les frettes, l'augmentation du diamètre de l'âme ne serait que de $0^{mm},4$.

2° La dilatation des canons non frettés est donnée par la formule (LXV) quand on fait $\Pi' = 0$; d'où

$$\partial r = \frac{sr}{3E}\Pi.$$

En calculant, d'après cette formule, l'augmentation du diamètre des canons rayés de 15ᶜ en bronze et en fonte, on trouve : pour le canon en bronze, avec 2900 atmosphères de pression, $2^{mm},2$ et pour le canon en fonte, avec 2248 atmosphères de pression, $0^{mm},6$. La profondeur des rayures étant de $1^{mm},6$, on voit que, à un moment donné, le plomb du côté opposé à la génératrice de contact est de $0^{mm},6$ en dehors des rayures du canon en bronze, tandis qu'il est encore engagé de 1 millimètre dans les rayures du canon en fonte. Ces différences expliquent suffisamment, croyons-nous, pourquoi le canon de 15ᶜ en bronze tire moins bien que celui en fonte (*).

(*) Les coefficients d'élasticité dont il a été fait usage dans ces calculs et dans les calculs précédents sont : pour la fonte 840000, pour l'acier 2087500 et pour le bronze 518000 par centimètre carré (voir la note à la fin de la première partie).

III. — Résistance de la culasse.

K. — Conditions de la résistance au déculassement.

Dans la première partie nous avons dit pourquoi, d'après nous, les canons de 22^{c} ne se déculassent pas malgré l'altération probable des parois du corps en fonte. Nous avons ajouté que, sauf le cas de poudres brisantes, le déculassement de ces canons ne paraît pas à craindre tant que la limite d'élasticité de la double rangée de frettes ne sera pas dépassée.

Mais l'arrachement de la culasse peut aussi avoir lieu par la pression du verrou ou du coin contre la face postérieure de sa mortaise. Il importe donc de s'assurer si la résistance de la culasse à cette pression est suffisante et s'il n'existe pas d'autre section dangereuse.

Soit R′ le rayon de la section transversale passant par la mortaise du verrou ou du coin, et H la hauteur de cette mortaise. La surface de la section est très-approximativement $\pi R'^{2} - 2R'H$.

La pression dans l'âme par centimètre carré étant P, si l'on désigne par r' le rayon de la tête de l'obturateur dans le cas du verrou, ou le rayon de l'entrée de la chambre dans le cas du coin, la pression totale sur le verrou ou sur le coin est $\pi r'^{2}\,P$, et cette pression répartie sur la surface de la section passant par la mortaise est

$$\frac{\pi r'^{2} P}{\pi R'^{2} - 2R'H}.$$

Cette dernière pression ne devant pas être supérieure à $U = Eu$ correspondant à la limite d'élasticité du métal dont le

corps du canon est formé, on a, pour déterminer la valeur maximum de P compatible avec la résistance de la culasse,

$$\frac{\pi r'^2 P}{\pi R'^2 - 2R'H} = Eu$$

d'où

$$P = \frac{\pi R'^2 - 2R'H}{\pi r'^2} Eu \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad \text{(LXVI)}$$

On tire encore de là

$$R' = \sqrt{\frac{Pr'^2}{Eu} + \left(\frac{H}{\pi}\right)^2} + \frac{H}{\pi} \quad . \quad . \quad . \quad \text{(LXVII)}$$

Cette équation donne la valeur minimum du rayon de la section transversale passant par la mortaise, quand on y remplace P par $\Pi + 3P_0$.

Remarque. — Dans les canons de 22^c, les deux rangées de frettes finissent brusquement un peu en avant de la mortaise du verrou, et la résistance des parois passe, sans transition, d'une grande valeur à une valeur quatre ou cinq fois moindre. Il est vrai que la section où ce changement a lieu se trouve un peu en arrière de la tête de l'obturateur, ce qui la soustrait à l'action directe des gaz de la poudre. Mais la dilatation des parois ne s'arrête pas à la tête de l'obturateur; elle se propage en arrière vers la mortaise, et il est probable qu'elle est encore très-sensible à l'endroit où la double rangée de frettes finit. Il y a donc là une section dangereuse ou susceptible de le devenir éventuellement et qui, à ce titre, appelle l'attention du constructeur.

Dans le canon de 21^c prussien, en acier, la moitié postérieure de la première frette est moins épaisse que sa moitié antérieure, et celle-ci est moins épaisse que la deuxième frette. L'ensemble de ces deux frettes forme par conséquent trois gradins, et une frette supplémentaire couvre leur joint.

Cette disposition a pour effet d'éviter les brusques changements de dilatation des parois. On aurait obtenu un résultat analogue pour les canons de 22^c, en faisant déborder la seconde rangée de frettes, d'une certaine quantité, en arrière de la première.

Février 1875.

NOTE

SUR L'INTÉGRATION DES ÉQUATIONS D'ÉQUILIBRE DES PAROIS DU CYLINDRE ET DE LA SPHÈRE.

Cylindre. — On a vu, au § A de ce mémoire, que l'équation différentielle d'équilibre des forces qui agissent sur un élément de volume des parois d'un cylindre creux, en vertu des pressions intérieures et extérieures et de l'élasticité de la matière, est d'après le général Gadoline

$$\rho \frac{d^2.\delta\rho}{d\rho^2} + \frac{d.\delta\rho}{d\rho} - \frac{\delta\rho}{\rho} = 0,$$

dont l'intégrale générale est

$$\delta\rho = A\rho + \frac{B}{\rho}.$$

A propos de cette équation, nous croyons utile de rappeler la méthode d'intégration de l'équation plus générale :

$$ky + mx\frac{dy}{dx} + nx^2\frac{d^2y}{dx^2} + px^3\frac{d^3y}{dx^3}\cdots = 0 \quad . \quad . \quad . \quad [1]$$

où k, m, n, p ... sont des quantités numériques.

Le type de l'intégrale est

$$y = Ax^{\alpha} + Bx^{\alpha'} + Cx^{\alpha''} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad [2]$$

où A, B, C,.... sont des constantes et α, α', α''.... les racines d'une équation de condition qu'on trouve de la manière suivante :

En différentiant $y = Ax^{\alpha}$

on a :

$$\frac{dy}{dx} = \alpha A x^{\alpha-1}$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \alpha(\alpha-1)\,Ax^{\alpha-2}$$

$$\frac{d^3y}{dx^3} = \alpha(\alpha-1)(\alpha-2)\,Ax^{\alpha-3}$$

et ainsi de suite.

Substituant ces valeurs dans l'équation [1], et divisant tout par Ax^{α}, il vient

$$k + m\alpha + n\alpha(\alpha-1) + p\alpha(\alpha-1)(\alpha-2)\ldots = 0. \quad . \quad [3]$$

Les racines de cette équation sont les valeurs des exposants α, α', α'' ... de l'équation [2].

Pour intégrer par ce procédé l'équation d'équilibre d'un élément de volume du cylindre, remplaçons ρ par x et $\partial\rho$ par y, et multiplions par x; l'équation proposée devient

$$-y + x\frac{dy}{dx} + x^2\frac{d^2y}{dx^2} = 0.$$

En la comparant, terme à terme, avec l'équation [1], on a $k=-1, m=1, n=1, =p=0$. Par suite l'équation [3] se réduit à

$$-1 + \alpha + \alpha(\alpha-1) = 0,$$

dont les racines sont :

$$\alpha = +1$$

$$\alpha' = -1.$$

Substituant ces valeurs dans l'équation [2], on a

$$y = Ax + Bx^{-1}$$

ou bien

$$\delta\rho = A\rho + \frac{B}{\rho}.$$

Sphère. — En appliquant la méthode du général Gadoline à la sphère creuse, nous avons trouvé

$$\rho \frac{d^2.\delta\rho}{d\rho^2} + 2\frac{d.\delta\rho}{d\rho} - 2\frac{\delta\rho}{\rho} = 0.$$

Et en procédant comme pour le cylindre,

$$\delta\rho = A\rho + \frac{B}{\rho^2}.$$

En conservant les mêmes notations que précédemment, les constantes sont :

$$A = \frac{1}{3E}\frac{Pr^3 - P'R^3}{R^3 - r^3}, \qquad B = \frac{2}{3E}\frac{(P - P')R^3r^3}{R^3 - r^3}.$$

Mais quand la pression extérieure P_1 est la pression atmosphérique, on peut la négliger, et les constantes se réduisent à :

$$A = \frac{Pr^3}{3E(R^3 - r^3)}, \qquad B = \frac{2PR^3r^3}{3E(R^3 - r^3)}.$$

D'où

$$\frac{\delta\rho}{\rho} = \frac{Pr^3}{3E(R^3 - r^3)} + \frac{2PR^3r^3}{3E(R^3 - r^3)\rho^3}.$$

Faisant $\rho = r$ et remplaçant $\frac{\delta\rho}{\rho}$ par u et Eu par U, on tire de là

$$P = 3U\frac{R^3 - r^3}{2R^3 + r^3}.$$

Pour comparer la résistance de la sphère à celle du cylindre, faisons $P' = 0$ dans l'équation (XI) et donnons à s sa valeur ; il vient

$$P = 3U \frac{R^2 - r^2}{4R^2 + r^2}.$$

TABLE DES MATIÈRES.

Pages.

PREMIÈRE PARTIE. — Considérations sur les canons en fonte frettés . 5

SECONDE PARTIE. — Résistance des canons frettés 10

A. Équations générales. 15

B. Conditions de la résistance maximum 17

C. Canons à une ou à deux rangées de frettes 19

D. — à trois rangées de frettes 25

E. — à quatre rangées de frettes ou plus 27

F. Limites du serrage des frettes sur le corps du canon 31

G. Loi du serrage des frettes. 35

H. Compression du corps par les frettes 36

I. Dilatation du corps par la pression intérieure 40

K. Conditions de la résistance au déculassement. 43

NOTE sur l'intégration des équations d'équilibre des parois du cylindre et de la sphère 45

NOTE

SUR

UNE FORMULE DE JACOBI,

PAR

M. Ch. HERMITE,

MEMBRE DE L'INSTITUT.

NOTE

SUR

UNE FORMULE DE JACOBI.

Les belles recherches de M. Tchebichef et de M. Heine sur l'intégrale $\int_a^b \frac{f(z)}{x-z}\,dz$ ont montré dans les parties élevées de l'Analyse le rôle et l'importance de la théorie élémentaire des fractions continues algébriques. C'est une nouvelle application de cette théorie que j'ai l'honneur de présenter à la Société, et qui aura pour objet la relation importante dont Jacobi a fait la découverte, à savoir :

$$\frac{d^n (1-x^2)^{n+\frac{1}{2}}}{dx^n} = \mathrm{C} \sin\left[(n+1)\arccos x\right],$$

C désignant une constante.

Je rappellerai, d'abord, qu'étant proposée une fonction $f(x)$, développable en série infinie de la forme :

$$f(x) = \frac{\alpha}{x} + \frac{\alpha_1}{x^2} + \frac{\alpha_2}{x^3} + \cdots,$$

toute réduite, ou fraction convergente $\frac{\mathrm{F}_1(x)}{\mathrm{F}(x)}$, dont le dénominateur est un polynôme de degré n en x, s'obtient directement comme il suit.

On détermine en premier lieu ce dénominateur par la condition que le produit $f(x)\,\mathrm{F}(x)$, étant ordonné suivant les puissances décroissantes de la variable, manque des termes en $\frac{1}{x}, \frac{1}{x^2}, \cdots, \frac{1}{x^n}$; cela fait, le numérateur $\mathrm{F}_1(x)$ est donné par la partie entière du même produit, qui est évidemment du degré $n-1$. On voit, en effet, qu'ayant ainsi la relation :

$$f(x)\,\mathrm{F}(x) = \mathrm{F}_1(x) + \frac{\varepsilon_1}{x^{n+1}} + \frac{\varepsilon_2}{x^{n+2}} + \cdots,$$

et par conséquent :

$$f(x) = \frac{\mathrm{F}_1(x)}{\mathrm{F}(x)} + \frac{1}{\mathrm{F}(x)}\left[\frac{\varepsilon_1}{x^{n+1}} + \frac{\varepsilon_2}{x^{n+2}} + \cdots\right],$$

les développements suivant les puissances décroissantes de la fonction $f(x)$ et de la fraction rationnelle $\frac{\mathrm{F}_1(x)}{\mathrm{F}(x)}$ coïncideront jusqu'au terme en $\frac{1}{x^{2n+1}}$, le développement de $\frac{1}{\mathrm{F}(x)}$ commençant par un terme en $\frac{1}{x^n}$. De plus, les polynômes $\mathrm{F}(x)$ et $\mathrm{F}_1(x)$, sauf un facteur constant commun, seront déterminés d'une manière unique.

Cela posé, soit en particulier :

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2-1}} = \frac{1}{x} + \frac{1}{2}\frac{1}{x^3} + \frac{1.3}{2.4}\frac{1}{x^5} + \cdots$$

il sera aisé, dans ce cas, de former $\mathrm{F}(x)$ et $\mathrm{F}_1(x)$ pour toute valeur de n. Soit pour cela :

$$(x + \sqrt{x^2-1})^n = \mathrm{F}(x) + \sqrt{x^2-1}\,\mathrm{F}_1(x),$$

c'est-à-dire :

$$\mathrm{F}(x) = \cos n\,[\arccos x],$$
$$\mathrm{F}_1(x) = \sin n\,[\arccos x];$$

je dis que ces polynômes entiers de degrés n et $n-1$ donnent précisément les deux termes des réduites. On a en effet :

$$x - \sqrt{x^2-1} = \frac{1}{x} + \cdots;$$

d'où :

$$(x - \sqrt{x^2 - 1})^n = \frac{1}{x^n} + \cdots;$$

l'équation proposée, si l'on y change le signe du radical, donne par conséquent :

$$\frac{1}{x^n} + \cdots = F(x) - \sqrt{x^2 - 1}\, F_1(x),$$

et enfin :

$$\frac{F(x)}{\sqrt{x^2 - 1}} = F_1(x) + \frac{1}{\sqrt{x^2 - 1}}\left(\frac{1}{x^n} + \cdots\right)$$

$$= F_1(x) + \frac{1}{x^{n+1}} + \cdots$$

La condition posée, comme définition des réduites, se trouve ainsi complétement remplie. Or on peut encore la réaliser d'une autre manière, comme on va voir. Formons la dérivée d'ordre n de l'expression : $(x^2 - 1)^{n - \frac{1}{2}}$; il est aisé de voir d'abord qu'elle sera de la forme : $\frac{P}{\sqrt{x^2 - 1}}$, P étant un polynôme entier en x de degré n. Soit ensuite, en développant suivant les puissances décroissantes de la variable :

$$(x^2 - 1)^{n - \frac{1}{2}} = x^{2n-1} + \alpha x^{2n-3} + \cdots + \lambda x + \frac{\varepsilon}{x} + \frac{\varepsilon_1}{x^3} + \cdots;$$

je remarquerai qu'en prenant la dérivée d'ordre n, la partie entière du second membre conduira à un polynôme P_1 de degré $n - 1$, tandis que la partie contenant les puissances négatives de la variable donnera une série infinie commençant par un terme en $\frac{1}{x^{n+1}}$.

Nous trouvons donc encore la relation :

$$\frac{P}{\sqrt{x^2 - 1}} = P_1 + \frac{\varepsilon'}{x^{n+1}} + \frac{\varepsilon''}{x^{n+2}} + \cdots$$

qui détermine, sauf un facteur commun constant, comme nous

l'avons dit, les polynômes entiers qui y entrent. On en conclut, en désignant par N une constante numérique :

$$P = N \cos n\,[\text{arc cos } x],$$

et par conséquent :

$$\frac{d^n (x^2 - 1)^{n-\frac{1}{2}}}{dx^n} = \frac{N \cos n\,[\text{arc cos } x]}{\sqrt{x^2 - 1}}.$$

Or le coefficient de x^{n-1} dans le premier membre a pour valeur :

$$n\,(n+1)\,(n+2)\ldots(2n-1);$$

et comme on a :

$$\cos n\,[\text{arc cos } x] = 2^{n-1} x^n + \cdots,$$

cette constante se trouve déterminée par la condition :

$$n\,(n+1)\,(n+2)\ldots(2n-1) = 2^{n-1} N;$$

d'où l'on tire :

$$N = \frac{n\,(n+1)\,(n+2)\ldots(2n-1)}{2^{n-1}} = \frac{1.2.3\ldots(2n-1)}{2^{n-1}\,1.2.3\ldots(n-1)},$$

ou encore :

$$N = \frac{1.2.3\ldots(2n-1)}{2.4.6\ldots(2n-2)} = 1.3.5\ldots(2n-1).$$

La formule de Jacobi que nous avions en vue d'établir est une conséquence immédiate de ce résultat; car en mettant la relation obtenue sous la forme suivante :

$$\frac{d^n (1 - x^2)^{n-\frac{1}{2}}}{dx^n} = (-1)^n N \frac{\cos n\,[\text{arc cos } x]}{\sqrt{1 - x^2}}$$

$$= (-1)^{n-1} N \cos n\,[\text{arc cos } x] \frac{d \text{ arc cos } x}{dx},$$

on en conclut en intégrant par rapport à x :

$$\frac{d^{n-1}(1-x^2)^{n-\frac{1}{2}}}{dx^{n-1}} = \frac{(-1)^{n-1}\mathrm{N}}{n}\sin n\,[\text{arc cos } x].$$

Nous n'ajoutons point de constante, attendu que les deux membres s'évanouissent quand on suppose $x = 1$; cela étant, il suffit, comme on voit, de changer n en $n+1$, pour arriver au théorème proposé, la valeur de la constante C étant :

$$\mathrm{C} = (-1)^n \frac{1.3.5\ldots(2n+1)}{n+1}.$$

Paris, août 1875.

3 2044 106 293 400